

ный угол, если полярная ось сонаправлена с осью  $Ox$ , а полюс находится:

а) в начале координат; б) в центре окружности.

В задачах 2.332—2.340 требуется исключением параметра  $t$  найти уравнения заданных кривых в виде  $F(x, y) = 0$  и построить эти кривые.

2.332.  $x = -1 + 2t, y = 2 - t, t \in (-\infty, +\infty)$ .

2.333.  $x = t^2 - 2t + 1, y = t - 1, t \in (-\infty, +\infty)$ .

2.334.  $x = -1 + 2 \cos t, y = 3 + 2 \sin t, t \in [0, 2\pi)$ .

2.335.  $x = a \cos t, y = b \sin t, t \in [0, 2\pi)$ .

2.336.  $x = 1 + 2 \sec t, y = -1 + \operatorname{tg} t, t \in (-\pi/2, \pi/2)$ .

2.337.  $x = \frac{a}{2} \left(t + \frac{1}{t}\right), y = \frac{b}{2} \left(t - \frac{1}{t}\right), t \in (0, +\infty)$ .

2.338.  $x = 2R \cos^2 t, y = R \sin 2t, t \in [-\pi/2, \pi/2)$ .

2.339.  $x = R \sin 2t, y = 2R \sin^2 t, t \in [0, \pi)$ .

2.340.  $x = 2p \operatorname{ctg}^2 t, y = 2p \operatorname{ctg} t, t \in (0, \pi/2]$ .

2.341. Составить параметрические уравнения эллипса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , принимая в качестве параметра  $t$  угол между осью  $Ox$  и радиус-вектором  $\overline{OM}$ , отсчитываемый против часовой стрелки.

2.342. Составить параметрические уравнения гиперболы  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , принимая в качестве параметра  $t$  угол между осью  $Ox$  и радиус-вектором  $\overline{OM}$ , отсчитываемый против часовой стрелки.

2.343. Составить параметрические уравнения параболы  $y^2 = 2px$ , принимая в качестве параметра:

а) ординату  $y$ ;

б) угол между осью  $Ox$  и вектором  $\overline{OM}$ , отсчитываемый против часовой стрелки;

в) угол между осью  $Ox$  и фокальным радиус-вектором  $\overline{FM}$ , отсчитываемый против часовой стрелки.

5. Некоторые кривые, встречающиеся в математике и ее приложениях. В настоящем пункте, имеющем справочный характер, приведены уравнения и указаны основные геометрические свойства ряда специальных кривых (алгебраических и трансцендентных), встречающихся в практике инженерных расчетов. Вывод уравнений этих кривых может быть предложен в качестве задач повышенной трудности при изучении курса аналитической геометрии. Достаточно детальное изучение формы кривых может быть выполнено с привлечением методов дифференциального исчисления.

1. Спирали: спираль Архимеда  $r = a\varphi$  (рис. 11), гиперболическая спираль  $r = a/\varphi$  (рис. 12), логарифмическая спираль  $r = a^{\varphi}$  (рис. 13); стрелкой указано направление обхода кривой, соответствующее возрастанию  $\varphi$ .

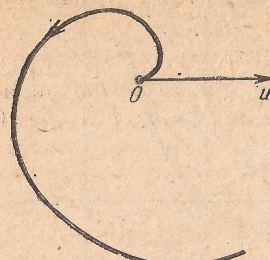


Рис. 11

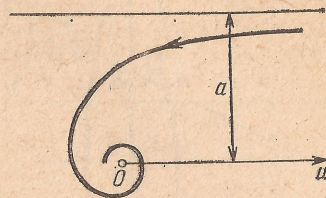


Рис. 12



$a > r$



$0 < a < r$

Рис. 13

2. Лемниската Бернулли  $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$  (рис. 14), или  $r^2 = 2a^2 \cos 2\varphi$  (полюс помещен в точку  $O$ ). Характеристическое свойство:  $|F_1M| \cdot |F_2M| = \operatorname{const} = a^2$ , где  $F_1(-a, 0), F_2(a, 0)$ .

3. Циссоида  $y^2(2R - x) = x^3$  (рис. 15), или  $r = 2R \operatorname{tg} \varphi \sin \varphi$  (полюс помещен в точку  $O$ ). Характеристическое свойство: для всякого луча  $\varphi = \varphi_0$  ( $\varphi_0 \in (-\pi/2, \pi/2)$ )  $|OM| = |BC|$ .

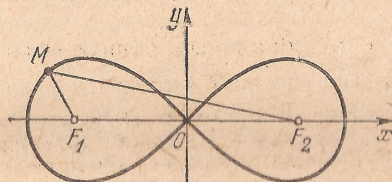


Рис. 14

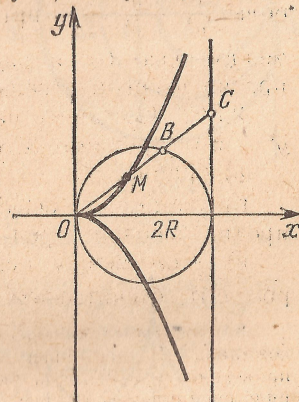


Рис. 15

4. Конхоида  $x^2y^2 + (x+a)^2(x^2 - b^2) = 0$  (рис. 16), или  $r = \frac{a}{\cos \varphi} \pm b$  (полюс помещен в точку  $A(-a, 0)$ ). Характеристическое свойство: для всякого луча  $\varphi = \varphi_0$  ( $\varphi_0 \in (-\pi/2, \pi/2)$ )  $|BM| = |BN| = \operatorname{const} = b$ .

5. Строфоида  $x^2((x+a)^2 + y^2) = a^2y^2$  (рис. 17), или  $r = \frac{a}{\cos \varphi} \pm a \operatorname{tg} \varphi$  (полюс помещен в точку  $A(-a, 0)$ ). Характеристическое