Методы многомерной минимизации

Метод градиентного спуска

Решение задачи 1.

Пусть $f(x)$ – выпуклая дифференцируемая во всем пространстве E_n функция и требуется найти ее точку минимума x^*. Выберем произвольное начальное приближение $x^{(0)} \in E_n$ и построим последовательность

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \alpha_k \cdot f'(x^{(k)}), \quad k = 0, 1, \dots,$$

где α_k – параметрические шаги. α_k выбираются достаточно малыми для того, чтобы выполнялось условие

$$(1) \quad f(x^{(k+1)}) < f(x^{(k)}), \quad k = 0, 1, \dots .$$

В качестве условия окончания вычислений обычно используют условие

$f'(x^{(k)}) \longrightarrow 0$, т.е. градиент

$$\left| f'(x^{(k)}) \right| \le \varepsilon, \text{ значит, } \left| \frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial x_i} \right| \le \varepsilon, \quad i = \overline{1, n}.$$

$$\| f'(x^{(k)}) \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial x_i} \right]^2} \le \varepsilon$$

После чего полагают, что $x^* \simeq x^{(k)}$, $f^* \simeq f(x^{(k)})$.