

Вычисление площади поверхности вращения.

Если дуга какой-либо кривой $y = f(x)$ ($a \leq x \leq b$) вращается вокруг оси Ox , то площадь поверхности вращения вычисляется по формуле

$$S_x = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

Если кривая задана параметрическими уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$ ($t_1 \leq t \leq t_2$),

$$\text{то } S_x = 2\pi \int_{t_1}^{t_2} y \sqrt{x_t'^2 + y_t'^2} dt.$$

Пример.
Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги синусоиды $y = \sin 2x$ от $x=0$ до $x=\frac{\pi}{2}$.

Решение

$$S_x = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

