

Вычисление длины дуги и
площади поверхности вращения.

Если кривая $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$ - гладкая
(т.е. $y' = f'(x)$ непрерывна), то длина
соответствующей дуги кривой находится
по формуле:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2} dx.$$

При параметрическом задании
кривой $\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \end{cases}$ ($x(t), y(t)$ - непрерывно
дифференцируемые функции)

длина дуги кривой, соответствующая
монотонному изменению параметра t
от t_1 до t_2 , вычисляется по формуле

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{x_t'^2 + y_t'^2} dt$$

Если гладкая кривая задана в
полярных координатах уравнением
 $\rho = \rho(\varphi)$, $\alpha \leq \varphi \leq \beta$, то длина дуги
равна

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\rho^2 + \rho_{\varphi}^2} d\varphi.$$