

Пример

Исследование на сходимость

$$\int_1^{+\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 + 3x + 4} dx$$

на  $[1; +\infty)$   $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^3 + 3x + 4} > 0$ .

при  $x \rightarrow +\infty$   $\frac{x^2(2 + \frac{1}{x^2})}{x^3(1 + \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3})} \sim \frac{2}{x}$

т.е. при  $x \rightarrow +\infty$   $f(x) \sim \varphi(x) = \frac{2}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = 2 \neq \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}$$

$\int_1^{+\infty} \frac{2}{x} dx$  расходится,  $\Rightarrow$  первообразная и интеграл

Теорема 3.

Если существует такое число  $\alpha > 1$ ,  
что для всех достаточно больших  $x$

$$0 \leq f(x) \leq \frac{M}{x^\alpha}, \text{ где } M > 0 \text{ и}$$

не зависит от  $x$ , то интеграл  $\int_a^{+\infty} f(x) dx$

сходится.

Если же достаточно большими  $x$

$$f(x) \geq \frac{m}{x} \text{ (} m > 0, m \text{ не зависит от } x\text{),}$$