то интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ расходится.

Доказательство

⇒ Пусть условие $0 \le f(x) \le \frac{M}{x^\alpha}$, $\alpha > 1$

выполнено для всех $x \ge A > \max\{a; 0\}$.

Т.к. интеграл $\int_A^{+\infty} \frac{M}{x^\alpha} dx$ для $\alpha > 1$ сходится,

то, взяв в качестве $\varphi(x)$ функцию $\frac{M}{x^\alpha}$ $\left(\varphi(x) = \frac{M}{x^\alpha}\right)$,

по теореме 1 получим, что

сходится и интеграл $\int_A^{+\infty} f(x)dx$.

Отсюда следует сходимость $\int_a^{+\infty} f(x)dx$,

т.к. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^A f(x)dx + \int_A^b f(x)dx$

и при $b \to +\infty$ $\int_a^b f(x)dx$ и $\int_A^b f(x)dx$ имеют

конечные пределы только одновременно.

Пусть теперь для всех $x \ge A > \max\{a; 0\}$

выполнено условие $f(x) \ge \frac{M}{x}$ $(M > 0)$