

Критерии сходимости несобственных интегралов 2-го рода

Теорема. Пусть функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ непрерывны на отрезке $[a; b - \varepsilon]$ при любом сколь угодно малом $\varepsilon > 0$, неограниченны в интервале $(b - \varepsilon; b)$ и связаны условием $0 \leq f(x) \leq \varphi(x)$ на $[a; b)$

Тогда

1) если интеграл $\int_a^b \varphi(x) dx$ сходится, то сходится интеграл $\int_a^b f(x) dx$;

2) если интеграл $\int_a^b f(x) dx$ расходится, то расходится интеграл $\int_a^b \varphi(x) dx$.

⇒ Пусть интеграл $\int_a^b \varphi(x) dx$

сходится, т.е. существует

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0+0} \int_a^{b-\varepsilon} \varphi(x) dx = L.$$

Докажем, что интеграл $\int_a^b f(x) dx$