

Справедливость второго утверждения
теоремы легко проверяется методом
от противного. \blacktriangle

Теорема (признак сходимость)

Пусть непрерывны на $[a; b)$
функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ неограничен
только в окрестности точки $x=b$,
и пусть существует предел

$$\lim_{x \rightarrow b-0} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = k > 0.$$

Тогда интегралы $\int_a^b f(x) dx$ и $\int_a^b \varphi(x) dx$

сходятся или расходятся
одновременно.

Пример

Исследование на сходимость

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{x^\alpha} dx, \quad x \geq 0.$$

Интеграл св. определенным несобств.
интегралов 1-го и 2-го рода

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{x^\alpha} dx = \underbrace{\int_0^1 \frac{\arcsin \sqrt{x}}{x^\alpha} dx}_{2 \text{ рода}} + \underbrace{\int_1^{+\infty} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{x^\alpha} dx}_{1 \text{ рода}}.$$