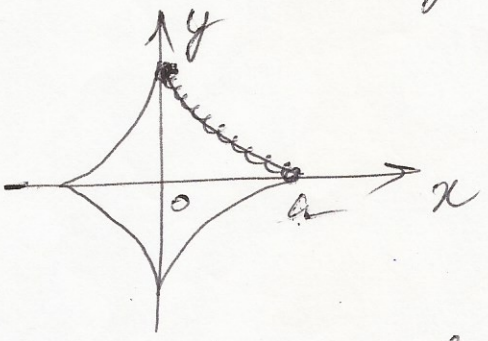
(0; a) → (a; 0)

Пример

Найти длину астроиды $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$

$\begin{cases} 0 = a\cos^3 t_1, \; t_1 = \frac{\pi}{2} \\ a = a\sin^3 t_1 \end{cases}$



$dx = -3a\cos^2 t \sin t\, dt$

$dy = 3a\sin^2 t \cos t$

(a; 0)

$t_0 \begin{cases} a = a\cos^3 t \\ 0 = a\sin^3 t \\ t_1 = 0 \end{cases}$

для 1-й четверти $0 \le x \le a$, t от $\frac{\pi}{2}$ до 0

(0; a)

$$S = 4\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sqrt{9a^2\cos^4 t \sin^2 t + 9a^2 \sin^4 t \cos^2 t}\, dt = 12a \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sqrt{\cos^2 t \sin^2 t}\, dt =$$

$$= 12a \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin t \cos t\, dt = 12a \left. \frac{\sin^2 t}{2} \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = 6a.$$

$$12 \cdot \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sqrt{\sin^2 2t}\, dt = -6a \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin 2t\, dt =$$

$$= 6a \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2t\, dt = -6a \cos 2t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -6a(-1-1) = 12a$$

$$= 6a \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2t}{2}$$

в) длина дуги кривой в полярных координатах.

Пусть в полярных координатах задано уравнение кривой $\rho = \rho(\varphi)$,

где ρ – полярный радиус

φ – полярный угол

Напишем формулы перехода от полярных координат к декартовым

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \end{cases}$$