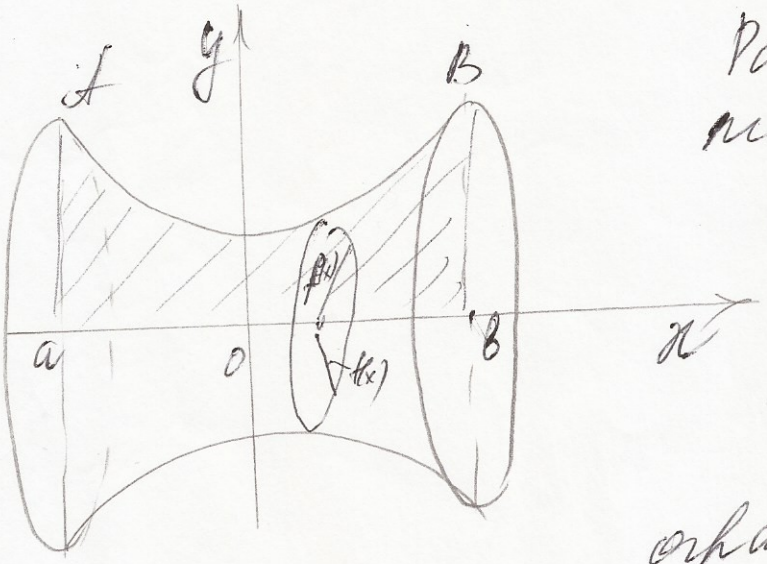
Объем эллипсоида будет равен

$$V = \pi ab \int_{-a}^{a} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) dx = \pi bc \left(x - \frac{x^3}{3a^2}\right)\Big|_{-a}^{a} = \frac{4}{3}\pi abc.$$

Если $a = b = c = R$, то эллипсоид превращается в шар, в этом случае мы получим

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Объем тела вращения



Рассмотрим тело, образованное вращением вокруг оси Ox криволинейной трапеции aABb, ограниченной кривой $y = f(x)$, осью Ox и прямыми $x = a$, $x = b$. В этом случае пересечение тела плоскостью, перпендикулярной к оси абсцисс, есть круг площадь которого $S(x) = \pi [f(x)]^2$.

Применяя общую формулу для вычисления объема тела по поперечным