

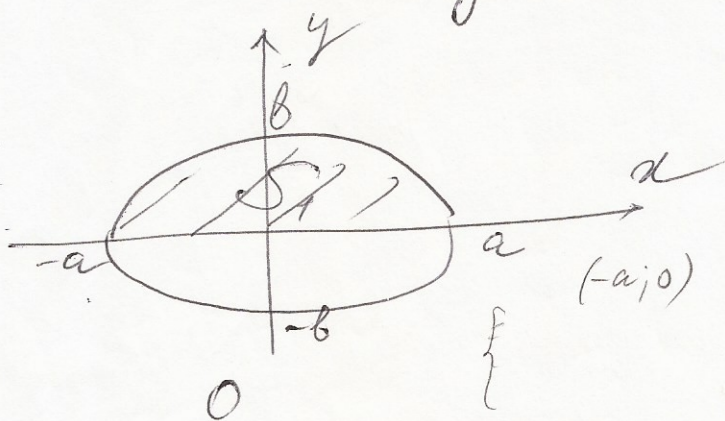
Знаем,

$$S = \int_a^b y(t) \cdot x'_t dt$$

Пример

Найти площадь области, ограниченной эллипсом

$$\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t. \end{cases}$$



$$S = 2S_1$$

$$-a \leq x \leq a$$

$$t_1 = \pi$$

$$dx = -a \sin t dt$$

$$\begin{cases} -a = a \cos t_1 \\ 0 = b \sin t_1 \end{cases} \Rightarrow t_1 = \pi$$

$$\begin{cases} a = a \cos t_2 \\ 0 = b \sin t_2 \end{cases} \Rightarrow t_2 = 0$$

$$S = 2 \int_{\pi}^0 (b \sin t) (-a \sin t) dt = -2ab \int_{\pi}^0 \sin^2 t dt =$$

$$= 2ab \int_0^{\pi} \sin^2 t dt = 2ab \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt = \pi ab$$

Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.

Дать в полярной системе координат уравнение кривой, заданной

уравнением  $\rho = \rho(\varphi)$ , где

$\rho(\varphi)$  - непрерывная функция при  $\alpha \leq \varphi \leq \beta$ .