

$$y = c(x) \cdot e^{-\int p(x) dx}$$

$$y' = c'(x) \cdot e^{-\int p(x) dx} + c(x) \cdot \left(e^{-\int p(x) dx} \right)'$$

$$\begin{aligned} \left(e^{-\int p(x) dx} \right)' &= e^{-\int p(x) dx} \left(-\int p(x) dx \right)' = \\ &= -p(x) e^{-\int p(x) dx} \end{aligned}$$

$$y' = c'(x) e^{-\int p(x) dx} - c(x) \cdot p(x) \cdot e^{-\int p(x) dx}$$

подставим y и y' в исходное уравнение

$$(y' + p(x) \cdot y = q(x))$$

$$c'(x) e^{-\int p(x) dx} - c(x) \cdot p(x) e^{-\int p(x) dx} + p(x) \cdot c(x) e^{-\int p(x) dx} = q(x)$$

$$c'(x) e^{-\int p(x) dx} = q(x)$$

$$c'(x) = \frac{q(x)}{e^{-\int p(x) dx}}$$

$$c(x) = \int q(x) \cdot e^{\int p(x) dx} dx$$

найдем $c(x)$ и получим y .