

Универсальнее, наугад

$$\int \frac{du}{f(1;u)-u} = \int \frac{dx}{x} + C$$

Тогда можно ввести $u = \frac{y}{x}$, найдем универсальное исходное уравнение.

Пример

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 - y^2}$$

$$y' = \frac{xy}{x^2 - y^2}$$

$$y' = \frac{x^2 \frac{y}{x}}{x^2(1 - \frac{y^2}{x^2})}$$

$$y' = \frac{y/x}{1 - (\frac{y}{x})^2}, \text{ замена } \begin{cases} u = \frac{y}{x} \\ y = ux \\ y' = u'x + u \end{cases}$$

$$u'x + u = \frac{u}{1 - u^2}$$

$$u'x = \frac{u}{1 - u^2} - u$$

$$\frac{du}{dx} x = \frac{u}{1 - u^2} - u; \quad \frac{u}{1 - u^2} - u = \frac{u - u + u^3}{1 - u^2} = \frac{u^3}{1 - u^2}$$

$$\frac{1 - u^2}{u^3} du = \frac{1}{x} dx; \quad \int \frac{1}{u^3} du - \int \frac{du}{u} = \int \frac{dx}{x};$$