

Линейное уравнение первого порядка

Линейным уравнением первого порядка называется уравнение, линейное относительно неизвестной функции и ее производной вида

$$y' + p(x) \cdot y = q(x),$$

где $p(x)$ и $q(x)$ — заданные непрерывные функции от x (или постоянные)

Будем искать решение $y' + p(x)y = q(x)$ (1)
в виде произведения двух функций от x

$$y = u(x) \cdot v(x)$$

$$\text{или } \begin{cases} y = u \cdot v \\ y' = u'v + uv' \end{cases}$$

подставим \uparrow в (1):

$$u'v + uv' + p(x) \cdot uv = q(x),$$

$$u'v + u(v' + v p(x)) = q(x), \quad (1')$$

выберем функцию v такой, чтобы

$$v' + v \cdot p(x) = 0$$

$$\frac{dv}{dx} = -v \cdot p(x) \quad (2)$$