

Сохранение непрерывности интегралом
знака функции.

Th. Если $f(x) \geq 0$, $f(x)$ непрерывна на $[a; b]$,

$$a < b, \text{ то } \int_a^b f(x) dx \geq 0.$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\max \Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \cdot \Delta x_i, \text{ (no proof)}$$

$\forall \xi_i \quad f(\xi_i) \geq 0$ по условию непрерывности

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} \geq 0,$$

значит, $\lim_{\max \Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \cdot \Delta x_i \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0$