

Замечание 1

Определенный интеграл зависит только от вида функции $f(x)$ и пределов интегрирования, но не от переменной интегрирования, которую можно обозначить любой буквой. Поэтому, не изменяя величины определенного интеграла, можно заменить букву x любой другой буквой:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \dots = \int_a^b f(z) dz.$$

При всяком повороте определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ для аргумента, то $a < b$.

В случае $b < a$ примем по определению

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta x_i = x_i - x_{i-1} = \\ = -(x_{i-1} - x_i) \end{array} \right.$$

Если $a = b$ полагаем по определению

$$\int_a^a f(x) dx = 0.$$

Основание криволинейной трапеции имеет длину равно нулю, \Rightarrow , $S_{\text{трапеции}} = 0$.