

Свойства справедливы для любого конечного числа слагаемых.

Св-ва 1, 2 доказаны для  $a < b$ ;  
св-ва 1, 2 справедливы и для  $a \geq b$ .

Свойство 3 (верно только для  $a < b$ )

Если на отрезке  $[a; b]$ , где  $a < b$ ,  
функции  $f(x)$  и  $\varphi(x)$  удовлетворяют  
условию  $f(x) \leq \varphi(x)$ , то

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b \varphi(x) dx.$$

► Рассмотрим разность

$$\int_a^b \varphi(x) dx - \int_a^b f(x) dx = \int_a^b [\varphi(x) - f(x)] dx =$$

$$= \lim_{\max \Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n [\varphi(\xi_i) - f(\xi_i)] \cdot \Delta x_i \geq 0 \text{, где}$$

$$\varphi(\xi_i) - f(\xi_i) \geq 0,$$

$$\Delta x_i \geq 0, \text{ поэтому } \int_a^b [\varphi(x) - f(x)] dx \geq 0,$$

$$\int_a^b \varphi(x) dx - \int_a^b f(x) dx \geq 0, \text{ тогда}$$

$$\int_a^b \varphi(x) dx \geq \int_a^b f(x) dx. \quad \text{2 м. г. } \blacktriangleleft$$