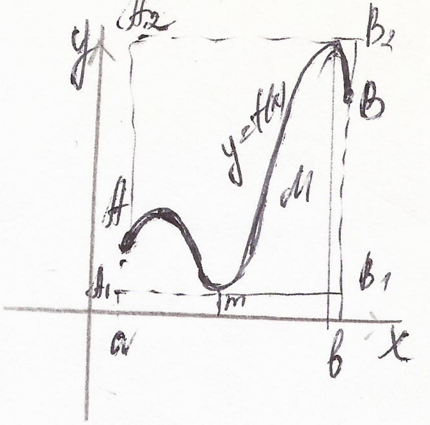

Площадь криволинейной трапеции $aABb$ $\left(\int_a^b f(x)dx\right)$ содержится между площадями прямоугольников aA_1B_1b и aA_2B_2b.

Свойство 5 (<u>теорема о среднем</u>). Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$, то на этом отрезке найдется такая точка ξ, что справедливо следующее равенство

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)f(\xi).$$

▷ Пусть $a<b$, m - наименьшее значение $f(x)$ на $[a;b]$,
M - наибольшее значение $f(x)$ на $[a;b]$,

то по св-ву (4) $m(b-a)\le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$, делим на $(b-a)\neq 0$

$$m\le \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \le M,$$

отсюда $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx=\mu$, где $m\le \mu\le M$.

Т.к. $f(x)$ непрерывна, то она принимает все промежуточные значения заключенные