Геом. иллюстрация теоремы (рис. 1): приращение $\Delta\Phi = f(\xi)\cdot\Delta x$ равняется площади криволинейной трапеции с основанием Δx, а производная $\Phi'(x) = f(x)$ равна длине отрезка xX.

<u>Теорема</u> Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$, то она на этом отрезке имеет первообразную, а значит и неопределенный интеграл.

▷ Пусть $f(x)$ непрерывна на $[a;b]$. Тогда для любого x из этого отрезка существует определенный интеграл

$\int\limits_a^x f(t)dt$, т. е. существует функция

$$F(x) = \int\limits_a^x f(t)dt, \text{ причем } F'(x) = f(x) \text{ для } \forall x \in [a;b]$$

Значит, по определению $F(x)$ является первообразной для $f(x)$ на $[a;b]$. Отсюда следует, что неопределенный интеграл от функции $f(x)$, непрерывной на $[a;b]$, можно представить в виде

$$\int f(x)\,dx = \int\limits_a^x f(t)dt + C,$$

где c — произвольная постоянная. ◁