# Формула Ньютона-Лейбница

Теорема. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$, а функция $F(x)$ является ее первообразной на этом отрезке, тогда

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a). \quad (\text{ф. Н.-Л.})$$

▶ Рассмотрим функцию

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)\,dt, \quad x \in [a;b].$$

Эта функция $\Phi(x)$ – первообразная для $f(x)$ на $[a;b]$, а любые две первообразные для одной и той же функции отличаются друг от друга постоянным слагаемым, т.е. существует постоянная $C$ такая, что

$$\Phi(x) = F(x) + C \quad \text{или} \quad \int_a^x f(t)\,dt = F(x) + C \quad \text{для } \forall x \in [a;b]$$

При $x = a$ имеем: $\int_a^a f(t)\,dt = F(a) + C$, $\int_a^a f(t)\,dt = 0$,

значит $F(a) + C = 0$,
$C = -F(a)$.

Следовательно, $\int_a^x f(t)\,dt = F(x) - F(a)$.

При $x = b$, имеем $\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$.