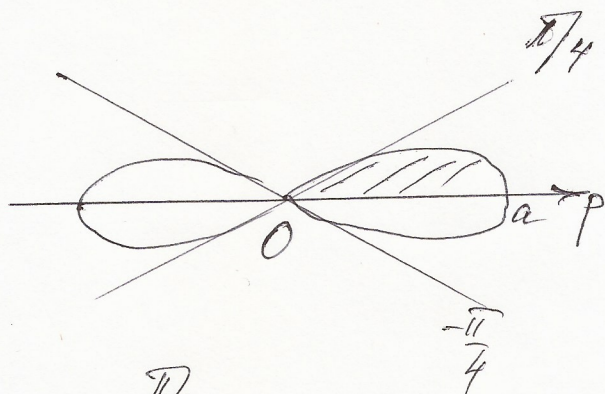


4) Площадь координат

$$S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} (\rho(\varphi))^2 d\varphi$$

Найти площадь, ограниченную  
lemniskатой:

$$\rho = a\sqrt{\cos 2\varphi}$$



$$\frac{1}{4} S: 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{aligned} S &= 4 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\pi/4} (a\sqrt{\cos 2\varphi})^2 d\varphi = 2a^2 \int_0^{\pi/4} \cos 2\varphi d\varphi = \\ &= 2a^2 \cdot \frac{1}{2} \sin 2\varphi \Big|_0^{\pi/4} = a^2 \left( \sin \frac{2\pi}{4} - \sin 0 \right) = \\ &= a^2 \left( \sin \frac{\pi}{2} - 0 \right) = a^2 \end{aligned}$$

Ответ:  $S = a^2$