

Домашнее задание №3. Термодинамический расчет сопла Лавала

Условные обозначения:

a – скорость звука, м/с;

d – диаметр сечения, м;

f – площадь сечения, м²;

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения;

G – массовый расход, кг/с;

$k = c_p/c_v$ – показатель адиабаты;

l – осевая координата сечения, отсчитываемая от критического сечения, м;

p – давление, Па;

R – газовая постоянная, Дж/(кг·К);

T – температура, К;

v – удельный объем, м³/кг;

w – скорость, м/с;

α – угол раскрытия сопла, град;

β – перепад давления;

ρ – плотность, кг/м³.

Безразмерный комплекс

$M = w/a$ – число Маха, характеризует сжимаемость потока газа.

Индексы:

1 – расширяющаяся часть сопла;

2 – сужающаяся часть сопла;

вх – входное сечение;

вых – выходное сечение;

кр – критическое значение;

i – значение в i -ом сечения сопла.

Дано:

1. Газовая постоянная воздуха $R = 287 \text{ Дж/(кг·К)}$; показатель адиабаты $k = 1,4$.

2. Давление и температура воздуха на входе в сопло p_0^* , T_0^* .

3. Давление воздуха на выходе из сопла $p_{\text{вых}}$.

4. Расход воздуха через сопло G .

5. Углы раскрытия сопла α_1 , α_2 (см. рис. 1).

Значения величин, указанных в п. 2–5, взять из табл. 1 (см. далее) по варианту.

Требуется:

1. Определить изменение параметров потока по длине сопла: давления p , температуры T , удельного объема v , плотности ρ .
 2. Определить изменения по длине сопла: скорости потока w , местной скорости звука a , числа Маха M .
 3. Определить геометрические размеры сопла: длину l , критический диаметр $d_{кр}$ (диаметр горловины), диаметр входного сечения $d_{вх}$, диаметр выходного сечения $d_{вых}$.
 4. Построить в масштабе на миллиметровой бумаге кривые изменения по длине сопла: давления p , температуры T , плотности ρ , скорости потока w , скорости звука a . Графики кривых расположить под продольным профилем сопла, вычерченным в масштабе.
- Все расчеты приложить к выполненной работе. Результаты внести в сводную таблицу (см. табл. 2).

Основы теории

Основные зависимости при исследовании процессов течения газов выводятся при анализе уравнения неразрывности и двух уравнений первого закона термодинамики, написанных для зафиксированных и подвижных осей координат.

Расчет истечения начинают с определения области течения, которая может быть дозвуковой, звуковой, сверхзвуковой. Ее находят сравнением перепада давления с критическим перепадом, являющимся функцией свойств рабочего тела. Однако путем такого сравнения можно определить лишь возможность получения той или иной скорости. Чтобы эта возможность стала действительностью, необходима соответствующая форма сопла. Канал, в котором достижима сверхзвуковая скорость, называется соплом Лаваля (по имени шведского инженера, предложившего это сопло для получения сверхзвуковой скорости в струе пара, работающей в турбине).

Сопло Лаваля состоит из сужающейся и расширяющейся частей. В сужающейся части скорость увеличивается от начального значения ($w \approx 0$, если истечение происходит из большого сосуда) до скорости, равной местной скорости звука; в расширяющейся части наблюдается дальнейшее увеличение скорости потока.

Для уменьшения потерь энергии расширяющаяся часть соединяется с сужающейся плавным переходом – горловиной. Это минимальное сечение, в котором достигается скорость движения потока, равная скорости звука, называется критическим сечением, а параметры газа – критическими.

Режим течения определяется сравнением перепада давлений $\beta_i = p_i / p_0^*$ с критическим перепадом

$$\beta_{кр} = \frac{p_{кр}}{p_0^*} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

где p_i и $p_{кр}$ – давление в i -ом и критическом сечениях, p_0^* – давление на входе в сопло, k – показатель адиабаты.

Из формулы для β видно, что критическое отношение давлений не зависит от параметров торможения, а является функцией только физических свойств газа. В данном задании рабочее тело – воздух, для которого $k = 1,4$, и, следовательно, $\beta_{кр} = 0,528$.

Порядок расчета

В соответствии с номером варианта выписать из таблицы 1 параметры для выполнения задания.

Найти перепад давления $\beta_{вых} = p_{вых} / p_0^*$.

Определить режим истечения: $\beta_{вых} > \beta_{кр}$ – дозвуковое истечение, $\beta_{вых} = \beta_{кр}$ – звуковое истечение, $\beta_{вых} < \beta_{кр}$ – сверхзвуковое истечение.

Для расчета параметров газа в промежуточных сечениях сопла задаться текущими значениями β в диапазоне $1 \geq \beta \geq \beta_{вых}$. Рекомендуются следующие значения β : 1; 0,99; 0,95; 0,9; 0,8; 0,528; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 0,05; $\beta_{вых}$.

Определение параметров газа по длине сопла:

давление $p_i = p_0^* \beta$;

температура $T_i = T_0^* \beta^{\frac{k-1}{k}}$;

плотность находится с помощью уравнения состояния идеального газа:

$p_i = \rho_i R T_i$;

удельный объем – величина, обратная плотности: $v = 1/\rho$;

скорость потока $w_i = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R(T_0^* - T_i)}$;

местная скорость звука $a_i = \sqrt{k R T_i}$;

число Маха – отношение скорости потока к скорости звука в потоке:

$M = w_i / a_i$;

$M < 1$ – дозвуковой поток; $M = 1$ – звуковой поток; $M > 1$ – сверхзвуковой поток.

Геометрические размеры сопла:

площадь поперечного сечения $f_i = \frac{G}{\rho_i w_i}$;

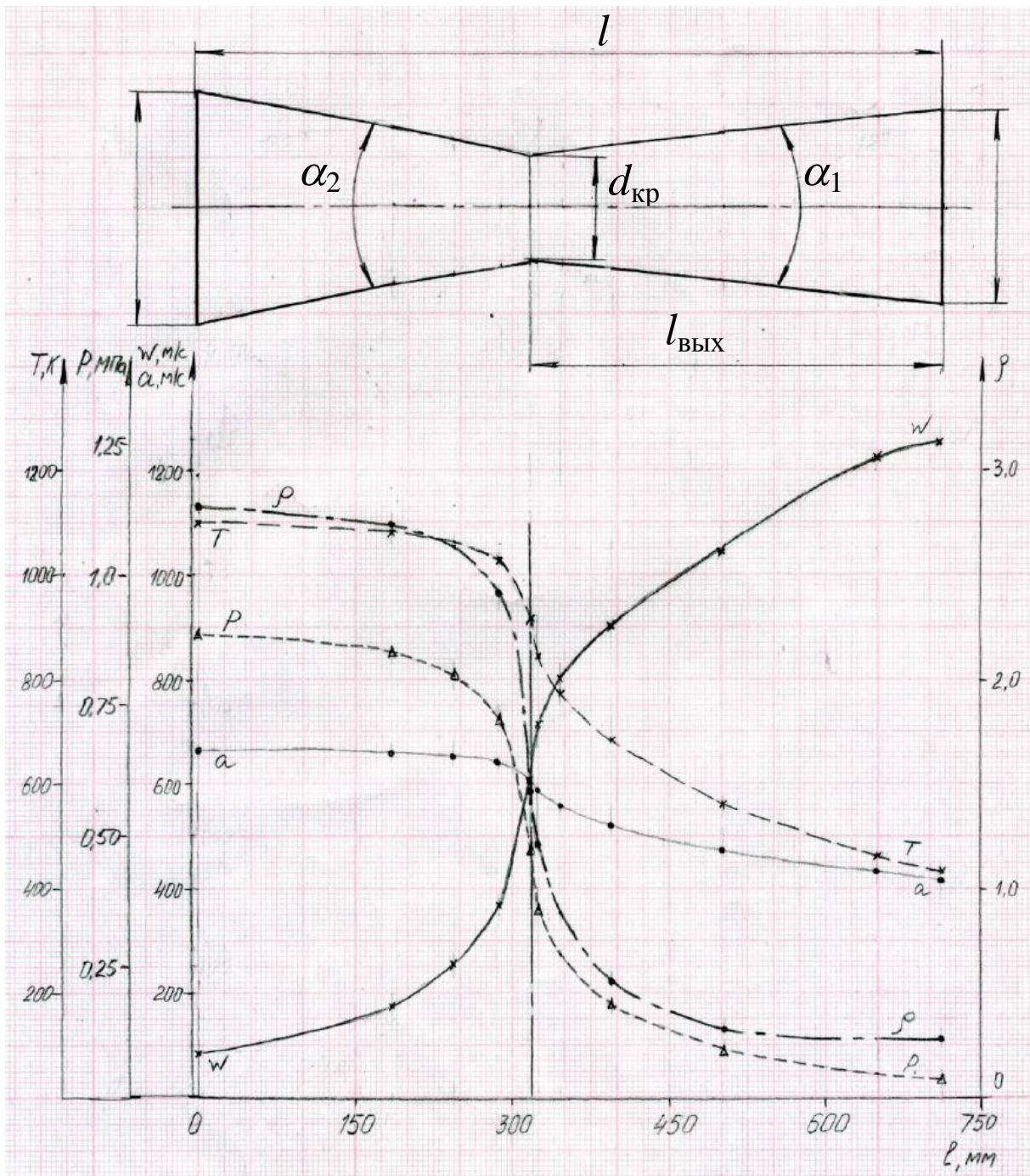


Рис. 1

Таблица 1. Варианты задания

№ п/п	p_0^* , 10^5 Па	T_0^* , К	$p_{\text{вых}}$, 10^5 Па	G , кг/с	α_1 , град	α_2 , град
1	2	3	4	5	6	7
1	1	723	0,045	0,9	12	20
2	2	1000	0,08	2,0	14	22
3	3	1100	0,09	2,0	16	24
4	4	1200	0,16	3,8	18	26
5	5	1000	0,2	4,5	20	28
6	6	1000	0,24	5,4	12	30
7	7	1100	0,21	6,0	14	32
8	8	1300	0,32	6,5	16	34
9	9	1200	0,30	8,0	18	35
10	10	1200	0,36	8,0	20	38
11	1	1000	0,035	1,0	12	24
12	2	1800	0,09	1,5	14	28
13	4	1000	0,12	4,0	16	32
14	6	1300	0,18	5,5	18	36
15	8	1100	0,30	8,0	30	40
16	10	1000	0,4	9,0	12	26
17	1	1200	0,04	1,2	14	28
18	3	1000	0,1	3,0	16	30
19	5	1200	0,2	5,0	18	32
20	7	1200	0,28	7,0	20	34
21	9	1100	0,36	9,0	12	22
22	2	1200	0,07	1,8	14	24
23	4	800	0,14	4,0	16	28
24	6	1100	0,26	5,0	18	30
25	8	1100	0,36	7,0	20	32
26	10	1100	0,45	8,0	12	26
27	1,6	800	0,064	1,5	14	24
28	2,5	1000	0,1	2,0	16	28
29	3,5	1000	0,105	3,5	18	34
30	4,5	1200	0,18	4,0	20	30
31	5,5	1100	0,22	5,5	12	30
32	6,5	1200	0,26	6,0	14	34
33	7,5	1100	0,3	7,0	16	36
34	8,5	1000	0,255	8,0	18	28
35	9,5	1200	0,38	9,0	20	30