ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 535.317

А. Л. Сушков

КОРРЕКЦИЯ КРИВИЗНЫ ПОЛЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ЛИНЗЫ С РАДИАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Рассмотрены подходы к расчету линзы с минимизированной кривизной изображения в области аберраций третьего и высших порядков на основе применения неоднородной оптической среды с радиальным градиентом показателя преломления. Такая линза может быть использована с целью конструктивного упрощения компонента оптической системы для минимизации его габаритов.

Ключевые слова: *линза, кривизна поля изображения, радиальный градиент показателя преломления.*

Рассмотрим условие получения заданной величины кривизны поля третьего порядка (кривизны поля Петцваля) одиночной линзы в воздухе при наличии радиального градиента показателя преломления (ПП).

В однородной линзе кривизна изображения в области Зейделя отсутствует (изображение плоское), если линза является мениском с поверхностями равной кривизны. Это следует из формулы [1]:

$$S_{\mathrm{IVe}} = -\sum \frac{\Lambda\mu}{r}, \tag{1}$$

где $\mu = \dfrac{1}{n}$, n — показатель преломления материала линзы, r — радиус кривизны поверхности линзы, S_{IVE} — коэффициент Петцваля при естественной нормировке углов и высот первого и второго вспомогательных лучей.

При различных значениях кривизны поверхностей линзы изображение находится на поверхности с радиусом кривизны, определяемым из формулы [2]:

$$\frac{1}{R_p} = -\frac{n'}{f'} S_{\mathrm{IVк}}, \tag{2}$$

где f' — фокусное расстояние линзы, n' — показатель преломления в пространстве изображений, R_p — радиус Петцваля, а коэффициент $S_{\mathrm{IVк}}$ имеет каноническую нормировку (f'=1).

Естественная и каноническая нормировки коэффициента S_{IV} связаны следующим образом: $S_{\mathrm{IVк}} = S_{\mathrm{IVe}} f'$.

Согласно формуле (1), для одиночной линзы имеем:

$$S_{\mathrm{IVe}} = \frac{1}{n}(n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right). \tag{3}$$

Оптическая сила тонкой линзы определяется как

$$\Phi=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right), \tag{4}$$

откуда получим выражение:

$$S_{\mathrm{IVe}}=\frac{\Phi}{n}. \tag{5}$$

Из (5) видно, что при f'=1 коэффициент $S_{\mathrm{IVк}}$ для тонкой линзы есть величина, обратная показателю преломления n.

Из формулы (1) следует, что для сложных многолинзовых компонентов, содержащих k линз, формула (5) записывается в виде

$$S_{\mathrm{IV}}=\sum\frac{\Phi_k}{n_k}, \tag{6}$$

где Φ_k — оптическая сила k-й линзы.

Согласно выражению (6), в схемах объективов с плоским изображением необходимо присутствие как положительных, так и отрицательных линз. Радиальная неоднородность ПП, согласно работе [3], является дополнительным коррекционным параметром для получения в линзе заданной кривизны изображения.

Радиальное распределение ПП в линзе задается полиномом:

$$n(y)=n_{00}+n_{10}y^2+n_{20}y^4+\ldots,$$

где n_{00} — показатель преломления на оси линзы, n_{10}, n_{20} — коэффициенты, определяющие свойства градиентной среды в области первого и третьего порядков.

Покажем, что, воспользовавшись формулами для коэффициентов аберрации третьего порядка градиентных оптических систем на начальном этапе синтеза линзы, можно получить заданное значение коэффициента S_{IV} =0 (в частном случае).

Известно [3, 4], что для градиентной линзы

$$S_{\mathrm{IVe}}=\bar{S}_{\mathrm{IVe}}+\tilde{S}_{\mathrm{IVe}}, \tag{7}$$

где $\bar{S}_{\mathrm{IVe}}$ — однородная составляющая, обусловленная величиной показателя преломления и оптической силой тонкой линзы, $\tilde{S}_{\mathrm{IVe}}$ — составляющая, обусловленная наличием радиальной неоднородности показателя преломления:

$$\bar{S}_{\mathrm{IVe}}=-\sum_1^2\frac{\Delta\mu}{r_k}=\frac{n_{00}-1}{n_{00}}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right),\quad \tilde{S}_{\mathrm{IVe}}=-\frac{2n_{10}d}{n_{00}^2}, \tag{8}$$

где r_1, r_2 — радиус кривизны 1-й и 2-й поверхностей линзы, d — толщина линзы.

Линза с радиальной неоднородностью ПП может быть описана эквивалентной системой из двух элементов в воздухе: однородной линзой толщиной d с радиусами кривизны r_1, r_2 и плоскопараллельной пластинкой толщиной d с градиентным ПП (линза Вуда).

Анализ в параксиальной области показывает, что поскольку оптическая сила градиентной пластинки с фокусирующим и рассеивающим распределением ПП определяется зависимостью $\tilde{\Phi}=-2n_{10}d$, то основной параметр тонкой линзы П можно представить в виде суммы:

$$\Pi=\bar{\Pi}+\tilde{\Pi}, \tag{9}$$

где $\bar{\Pi}$, $\tilde{\Pi}$ — коэффициенты кривизны изображения π (по Г. Г. Слюсареву [1]) однородной линзы и градиентной плоскопараллельной пластинки:

$$\bar{\Pi}=\frac{1}{n_{00}},\quad \tilde{\Pi}=\frac{1}{n_{00}{}^2}. \tag{10}$$

Если градиентная среда является фокусирующей, т.е. n_{10}<0 и $\widetilde{\Phi} > 0$, то для исправления кривизны Петцваля оптическая сила однородной линзы должна быть отрицательной. Использование условий (9) и (10) позволяет расширить возможности проектировщика по получению заданной величины кривизны поля в одиночной линзе.

Если воспользоваться соотношениями (7) и (8) для линзы малой, но конечной толщины, то для заданной величины $S_{\text{IVк}}$ получим соотношение кривизны поверхностей линзы:

$$\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}=\frac{\dfrac{S_{\text{IVк}}n_{00}}{f'}+\dfrac{2n_{10}d}{n_{00}}}{\left(n_{00}-1\right)}. \qquad (11)$$

Оптическую силу тонкой градиентной линзы можно рассматривать как сумму оптических сил, обусловленных кривизной поверхностей линзы и неоднородной составляющей показателя преломления:

$$\Phi=\bar{\Phi}+\tilde{\Phi}, \qquad (12)$$

где

$$\bar{\Phi}=\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\left(n_{00}-1\right)+\frac{\left(n_{00}-1\right)^2 d}{r_1 r_2 n_{00}}, \qquad (13)$$

$$\tilde{\Phi}=-2n_{10}d. \qquad (14)$$

После подстановки (13) и (14) в (12) и алгебраических преобразований совместно с уравнением (11) получаем формулу для коэффициента n_{10}, при котором линза имеет заданную величину коэффициента $S_{\text{IVк}}$:

$$n_{10}=\frac{\dfrac{n_{00}-1}{r_1^2 n_{00}}-\dfrac{1}{f'd\left(n_{00}-1\right)}-\dfrac{S_{\text{IVк}}}{f'}\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{n_{00}}{d\left(n_{00}-1\right)}\right)}{\dfrac{2}{n_{00}}+\dfrac{2d}{r_1 n_{00}^2}}. \qquad (15)$$

Формула (15) дает первое приближение в расчете заданной величины коэффициента $S_{\text{IVк}}$. Точность ее повышается с уменьшением толщины линзы.

В качестве примеров приведем результаты введения в исходно однородную линзу радиальной неоднородности ПП с целью исправления кривизны поля.

В табл. 1—9 приведены конструктивные данные линз с различной конфигурацией поверхностей, их фокусные расстояния и величины астигматических отрезков Z_m, Z_s (здесь ω, y' — угловое и линейное поле в пространстве предметов и изображений). Рассматриваются исходная однородная линза, линза с исправленной кривизной третьего порядка (15) и линза, кривизна поля высших порядков которой минимизирована оптимизацией кривизны поверхностей, толщины линзы, коэффициента n_{10} и положения входного зрачка s_p.

Пример 1. В табл. 1 приведены конструктивные параметры и аберрации исходной однородной линзы — *положительного мениска* с фокусным расстоянием f'=20 мм. Входной зрачок расположен справа от первой поверхности на расстоянии s_p=3,0 мм; t=0,000 мм$^{-1}$ — фокусирующая константа; r_1=8,000; r_2=21,75; d=2; n_{00}=1,6; n_{10}=0,00 мм$^{-2}$.

Таблица 1

ω, …°	y', мм	Z'_m, мм	Z'_s, мм
–8,2850	3,00	–0,5832	–0,2822
–6,0208	2,12	–0,2966	–0,143
0,000	0,00	0,0000	0,0000

На краю поля линза имеет значительные астигматические отрезки Z'_m, Z'_s, S_{IVe} = 0,029633, $S_{\text{IVк}}$ = 0,59267.

В табл. 2 приведены характеристики линзы после введения в ПП градиента по формуле (15). Линза имеет конфигурацию поверхностей „отрицательный мениск“. Параксиальные параметры: фокусное расстояние f'=19,41 мм; s'_F=16,44 мм; входной зрачок на расстоянии s_p=3,0 мм; t = 0,176 мм$^{-1}$; r_1=8,000; r_2=4,382; d=2; n_{00}=1,6; n_{10}=–2,477·10^{-2} мм$^{-2}$; S_{IVe}=8,575·10^{-6}, $S_{\text{IVк}}$=1,665·10^{-4}.

Таблица 2

ω, …°	y', мм	Z'_m, мм	Z'_s, мм
–8,4301	3,000	–0,3561	–0,1191
–6,1239	2,121	–0,1816	–0,0607
0,0000	0,000	0,0000	0,0000

В табл. 3 приведены параметры линзы после оптимизации: конфигурация линзы — „отрицательный мениск“: f'=19,59 мм; заднее вершинное фокусное расстояние s'_F =16,273 мм; s_p=3,0 мм; t = 0,165 мм$^{-1}$; r_1=6,3736; r_2=4,044; d=2; n_{00}=1,6; n_{10}=–2,169·10^{-2} мм$^{-2}$.

Таблица 3

ω, …°	y', мм	Z'_m, мм	Z'_s, мм
–8,3833	3,0	–0,0258	–0,0079
–6,0922	2,12	–0,0168	–0,0046
0,0000	0,00	0,0000	0,0000

Из табл. 3 видно, что исправлены третьи и высшие порядки астигматизма и кривизны поля изображения, S_{IVe}=3,355·10^{-6}, $S_{\text{IVк}}$=6,573·10^{-5}.

Пример 2. В табл. 4 приведены параметры исходной *двояковыпуклой* однородной линзы, и ее параксиальные характеристики: f' = 174,73 мм; s'_F =167,725 мм; s_p=3,0 мм; t = 0,000 мм$^{-1}$; r_1=99,7800; r_2=–674,008; d=12; n_{00}=1,5; n_{10}=0,000.

Таблица 4

ω, …°	y', мм	Z'_m, мм	Z'_s, мм
–3,1631	10,00	–1,008	–0,464
–2,1901	7,07	–0,505	–0,232
0,0000	0,00	0,0000	0,0000

Астигматические отрезки для края поля Z'_m, Z'_s имеют достаточно большую величину, S_{IVe} = 0,03835, $S_{\text{IVк}}$ = 0,6701.

В табл. 5 приведены параметры линзы после введения в показатель ПП градиента. Линза приобрела конфигурацию „отрицательный мениск“, фокусное расстояние положительное: f' =166,112 мм; s'_F = 149,501 мм; s_p= 3,0 мм; t = 0,02919 мм$^{-1}$; r_1=99,78; r_2=32,818; d=12; n_{00}=1,5; n_{10}=–0,639·10^{-3}мм$^{-2}$.

Таблица 5

ω, …°	y', мм	Z'_m, мм	Z'_s, мм
–3,2636	10,00	–0,849	–0,282
–2,2611	7,07	–0,426	–0,141
0,0000	0,00	0,000	0,000

Введение в ПП градиента позволило приблизительно на 20—40 % уменьшить астигматические отрезки; S_{IVe}=1,1278·10^{-7}, $S_{\text{IVк}}$=1,874·10^{-5}.

В табл. 6 приведены конструктивные данные и астигматические отрезки градиентной линзы после оптимизации.

Параксиальные характеристики линзы: f' =166,12 мм; s'_F =142,636 мм; s_p= 18,311 мм; t = 0,025633 мм$^{-1}$; r_1=41,693; r_2=25,178; d=12; n_{00}=1,5; n_{10}=–0,492·10^{-3}мм$^{-2}$.

Таблица 6

ω, …°	y', мм	Z'_m, мм	Z'_s, мм
–3,2630	10,00	0,0005	0,0001
–2,2609	7,07	–0,0006	–0,0001
0,0000	0,00	0,0000	0,0000

Астигматизм и кривизна поля исправлены, высшие порядки аберраций скомпенсированы третьими порядками; $S_{\text{IVe}}=1{,}2362\cdot10^{-5}$, $S_{\text{IVк}}=2{,}054\cdot10^{-3}$.

Пример 3. Аберрационные параметры исходной однородной *отрицательной* двояковогнутой линзы приведены в табл. 7. Линза имеет характеристики: $f'=-170{,}011$ мм; $s'_F=-175{,}82$ мм; s_p=10,99 мм; $S_{\text{IVe}}=-3{,}667\cdot10^{-3}$; $S_{\text{IVк}}=0{,}6235$; $t=0{,}00$ мм$^{-1}$; $r_1=-109{,}75$; $r_2=1493{,}8$; $d=10$; $n_{00}=1{,}6$; $n_{10}=-0{,}000$ мм$^{-2}$.

Таблица 7

ω, …°	y', мм	Z'_m, мм	Z'_s, мм
3,2202	10,00	1,071	0,480
2,2254	7,07	0,536	0,240
0,0000	0,00	0,000	0,0000

Как видно из табл. 7, линза имеет достаточно большие положительные величины астигматических отрезков Z'_m, Z'_s.

Аберрационные характеристики линзы после введения градиента ПП приведены в табл. 8. Линза имеет характеристики: $f'=-178{,}557$ мм; $s'_F=-194{,}43$ мм; s_p=10,99 мм; $S_{\text{IVe}}=-2{,}299\cdot10^{-7}$; $S_{\text{IVк}}=4{,}1059\cdot10^{-5}$; $t=0{,}03275$ мм$^{-1}$; $r_1=-109{,}75$; $r_2=-37{,}054$; $d=10$; $n_{00}=1{,}6$; $n_{10}=0{,}8580\cdot10^{-3}$мм$^{-2}$. Градиентная среда рассеивающего типа.

Таблица 8

ω, …°	y', мм	Z'_m, мм	Z'_s, мм
3,1224	10,00	0,208	0,0755
2,1604	7,07	0,101	0,0381
0,000	0,00	0,000	0,0000

Введение градиента ПП позволило почти в пять раз уменьшить астигматические отрезки Z'_m, Z'_s.

В табл. 9 приведены параметры линзы после оптимизации: $f'=-178{,}563$ мм; $s'_F=-179{,}302$ мм; $s_p=47{,}495$ мм; $S_{\text{IVe}}=-2{,}1316\cdot10^{-3}$; $S_{\text{IVк}}=0{,}3807$; $t=0{,}02701$ мм$^{-1}$; $r_1=365{,}891$; $r_2=423{,}507$; $d=4{,}981$; $n_{00}=1{,}6$; $n_{10}=0{,}5836\cdot10^{-3}$мм$^{-2}$.

Таблица 9

ω, …°	y', мм	Z'_m, мм	Z'_s, мм
3,1227	10,00	–0,0216	0,0645
2,1605	7,07	–0,0106	0,0325
0,000	0,00	0,000	0,000

Выводы. Аналитические формулы позволяют получить первичные конструктивные данные линзы с исправленной кривизной поля третьего порядка. Для исправления кривизны поля при конечных углах поля требуется численная оптимизация формы линзы на минимум астигматических отрезков.

Анализ показал, что радиальный градиент ПП в области конечных величин углового поля наиболее эффективен в менискообразных линзах.

Введение радиальной неоднородности показателя преломления собирающего или рассеивающего типов позволяет исправить в линзе третьи порядки аберрации кривизны поля, что расширяет возможности оптика-конструктора по коррекции остальных аберраций оптической системы третьего и высших порядков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Слюсарев Г. Г.* Методы расчета оптических систем. М.: Машиностроение, 1969. 550 с.

2. *Волосов Д. С.* Фотографическая оптика. Л.: Искусство, 1972. 650 с.

3. *Moore D. T., Salvage R. T.* Radial gradient-index lenses with zero Petzval aberration // Appl. Optics. 1980. Vol. 19, N 7. P. 1081—1086.

4. *Сушков А. Л.* Монохроматические аберрации граданов как базовых элементов жестких эндоскопов. Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 44 с.

Сведения об авторе

Александр Леонидович Сушков — канд. техн. наук, доцент; МГТУ им. Н. Э. Баумана; кафедра лазерных оптико-электронных систем; E-mail: ale-sushkov@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
лазерных оптико-электронных
систем

Поступила в редакцию
28.10.10 г.