

УДК 537.622.4

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ В УСЛОВИЯХ НЕЛИНЕЙНОГО СДВИГА ЧАСТОТЫ И НЕЛИНЕЙНОГО ЗАТУХАНИЯ

¹Сафин А.Р., ²Устинов А.Б.

¹ФГБОУ ВПО Национальный исследовательский университет
«Московский энергетический институт», Москва, e-mail: arsaftn@gmail.com;
²ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный электротехнический
университет «Ленинградский электротехнический институт»
им. В.И. Ульянова (Ленина)», Санкт-Петербург, e-mail: ustinov-rus@mail.ru

Проведено теоретическое исследование динамики колебаний намагниченности в пленках железо-иттриевого граната (ЖИГ) с учетом одновременного влияния как нелинейного сдвига частоты колебаний (неизохронности), так и существенного для таких систем нелинейного положительного затухания. На первом этапе от уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта, описывающего динамику намагниченности в пленках ЖИГ, методом медленно меняющихся амплитуд произведен переход к укороченным уравнениям для амплитуды и фазы спиновых волн. Далее были найдены стационарные режимы системы и проанализирована их устойчивость при варьировании основных физических параметров. В результате исследования было показано, что наличие нелинейного затухания при достаточно больших мощностях входного сигнала существенно ограничивает и компенсирует влияние нелинейного сдвига частоты колебаний намагниченности, что приводит к уменьшению сдвига резонансной частоты колебаний.

Ключевые слова: нелинейные колебания, пленки железоиттриевого граната, нелинейное затухание

INVESTIGATION OF THE NONLINEAR OSCILLATIONS IN FERROMAGNETIC FILMS TAKING INTO ACCOUNT A NONLINEAR FREQUENCY SHIFT AND A NONLINEAR DAMPING

¹Safin A.R., ²Ustinov A.B.

¹National Research University «Moscow Power Engineering Institute»,
Moscow, e-mail: arsaftn@gmail.com;
²Saint Petersburg Electrotechnical University «LETI», St. Petersburg, e-mail: ustinov-rus@mail.ru

Dynamics of the magnetic oscillations in the yttrium iron garnet (YIG) films with simultaneous influence of nonlinear frequency shift (nonisochronism) and positive damping has been studied theoretically. On the first step, using the method of slowly varying amplitudes from the Landau-Lifshitz-Gilbert equation, which describe the YIG magnetization dynamics, we consider the truncated equations for the spin wave amplitude and phase. Then we find stationary states of this system and analyze their stability by varying the basic physical parameters. We show, that presence of nonlinear damping for sufficiently high input power limits and compensates the influence of the nonlinear frequency shift of the magnetization oscillations which reduces the resonance frequency shift.

Keywords: nonlinear oscillations, yttrium iron garnet films, nonlinear damping

Резонаторы на основе ферромагнитных пленок железо-иттриевого граната (ЖИГ) находят до сегодняшнего времени различные технические применения в микроволновой электронике [1–4]. Ранее было показано, что увеличение мощности входного СВЧ-сигнала, подаваемого на вход ЖИГ-резонатора, приводит к возрастанию амплитуды колебаний намагниченности и, как следствие, к возрастанию нелинейного сдвига частоты колебаний, что в ряде случаев является нежелательным [5]. Вместе с тем возрастание входной мощности, приводит к возрастанию нелинейных положительных потерь, которые могут ограничи-

вать или даже компенсировать негативное влияние нелинейного сдвига частоты колебаний. Поэтому актуальной является задача о количественном исследовании возможности такого ограничения. В данной работе проведено теоретическое исследование динамики намагниченности с учетом двух одновременных нелинейных факторов – затухания и сдвига частоты.

Математическая модель

Колебания намагниченности в пленках ЖИГ в рамках исходной модели описывались системой дифференциальных уравнений Ландау-Лифшица-Гильберта (ЛЛГ) [1–4] вида

$$\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -|g|\mu_0 [\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}_{eff}(\mathbf{r}, t)] + \frac{\alpha_G}{M_0} \left[\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \times \frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right], \quad (1)$$

где $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ – вектор намагниченности пленки, являющийся функцией времени t и координаты $\mathbf{r}$, $\mathbf{H}_{eff} = -\frac{\delta W}{\delta \mathbf{M}}$ – вектор эффективного магнитного поля (W – полная энергия ферромагнетика), μ_0 – магнитная постоянная, g – гиромагнитное отношение, α_G – постоянная затухания, M_0 – намагниченность насыщения.

Решать уравнение (1) необходимо совместно с уравнениями Максвелла, устанавливающими связь между переменным дипольным магнитным полем и переменной намагниченностью. Названная связь для случая ферромагнитных пленок определяется с помощью тензорных функций Грина [6]. Анализировать получаемую итоговую систему уравнений сложно [1], поэтому задачу несколько упрощают. Приведем схему упрощения соответствующих уравнений (см. подробнее в [3, 4, 7]). Переходят от системы уравнений (1) к системе с новыми круговыми переменными $m_{\pm} = m_{\xi} \pm i \cdot m_{\eta}$ (где тройка ξ, η, ζ соответствует равновесному направлению намагниченности). Далее,

переходя к пространственным компонентам Фурье намагниченности $m_{\pm}(\mathbf{k})$ ($\mathbf{k}$ – волновой вектор), получаем систему связанных уравнений, которую запишем в Гамильтоновом виде

$$\frac{dm_{\pm}(\mathbf{k})}{dt} = \mp i \frac{\partial H}{\partial m_{\mp}} + F_{\pm}(\mathbf{k}), \quad (2)$$

где Гамильтониан H имеет вид

$$H = A_k m_+ m_- + \frac{B_k}{2} (m_+^2 + m_-^2). \quad (3)$$

Здесь A_k, B_k – константы, а $F_{\pm}(\mathbf{k})$ – нелинейные функции $m_{\pm}(\mathbf{k})$.

Далее удобно перейти к нормальным координатам u_k, u_k^* , чтобы получить в линейном приближении независимые уравнения, пользуются диагонализацией Гамильтониана (3). Итоговое комплексное дифференциальное уравнение, приведенное к каноническому виду относительно переменной u (индекс k опущен), которая характеризует комплексные амплитуды спиновых волн пленки ЖИГ, запишем в виде

$$\frac{du}{dt} + i(\omega_0 + N|u|^2)u + \omega_{r0}(1 + v_1|u|^2 + v_2|u|^4)u = \Lambda(P_{inc}) \cdot e^{-i\omega_{mc}t}, \quad (4)$$

где ω_0 – резонансная частота колебаний, N – коэффициент нелинейного сдвига частоты, ω_{r0} – частота релаксации при нулевой амплитуде, $v_{1,2}$ – параметры, характеризующие нелинейное затухание, $\Lambda(P_{inc})$ – параметр внешнего воздействия, зависящий от подводимой СВЧ-мощности P_{inc} и ω_{inc} – частота внешнего воздействия.

Перейдем от уравнения (4) для комплексной амплитуды u спиновой волны к уравнению относительно медленно меня-

ющихся амплитуды U и фазы φ (в качестве опорной частоты для получения укороченных уравнений примем частоту свободных колебаний ω_0) в виде

$$u(t) = U(t) \cdot e^{-i\omega_0 t - i\varphi(t)}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), усредняя (4) на периоде колебаний $T_0 = 2\pi/\omega_0$ и разделяя действительную и мнимую части, получаем систему двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{U} \frac{dU}{dt} + \omega_{r0}(1 + v_1 \cdot U^2 + v_2 \cdot U^4) = \frac{\Lambda}{U} \cos[(\omega_0 - \omega_{\text{вн}})t + \varphi], \\ -\frac{d\varphi}{dt} + N \cdot U^2 = \frac{\Lambda}{U} \sin[(\omega_0 - \omega_{\text{вн}})t + \varphi]. \end{cases} \quad (6)$$

Перепишем систему (6) относительно разности фаз $\psi = \Delta\omega \cdot t + \varphi$ (примем $\omega_0 - \omega_{\text{вн}} = \Delta\omega$) в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{dU}{dt} = -\omega_{r0}(1 + v_1 \cdot U^2 + v_2 \cdot U^4)U + \Lambda \cdot \cos \psi, \\ \frac{d\psi}{dt} = \Delta\omega + N \cdot U^2 - \frac{\Lambda}{U} \cdot \sin \psi. \end{cases} \quad (7)$$

Получили итоговую систему укороченных уравнений, которую и будем исследовать

в дальнейшем. Параметр N может принимать как положительные, так и отрицательные

значения в зависимости от характеристик пленки, напряженности внешнего магнитного поля и т.д. Далее будем предполагать, что $N \geq 0$. Заметим, что величиной и знаком N легко «управлять» путем выбора направления внешнего поля подмагничивания относительно плоскости пленки [8].

Результаты моделирования

Найдем неподвижные точки U_0, ψ_0 системы (7). Для этого приравняем правые части (7) нулю, оставим в правых частях только тригонометрические функции и, возводя полученные выражения в квадрат и складывая, получаем уравнение:

$$\Lambda^2 = \omega_{r0}^2 P_0 \left(1 + v_1 \cdot P_0 + v_2 \cdot (P_0)^2 \right)^2 + P_0 (\Delta \omega + N \cdot P_0)^2, \quad (8)$$

где $P_0 = U_0^2$ – стационарная мощность колебаний. Уравнение (8) является алгебраическим уравнением пятого порядка относительно P_0 , которое может иметь одно, три или пять действительных решений. Соответственно в системе может быть одна,

три или пять неподвижных точек. Устойчивость найденных решений можно определить, задаваясь вариациями амплитуды и фазы вблизи стационарных значений U_0, ψ_0 в виде $U = U_0 + \xi, \psi = \psi_0 + \eta$. Уравнения для вариаций ξ, η имеют вид

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{dt} = -\omega_{r0} (1 + 3U_0^2 v_1 + 5U_0^4 v_2) \xi - U_0 (\Delta + N \cdot U_0^2) \cdot \eta, \\ \frac{d\eta}{dt} = \left(2NU_0 + \frac{(\Delta + N \cdot U_0^2)}{U_0} \right) \xi - \omega_{r0} (1 + v_1 U_0^2 + v_2 U_0^4) \cdot \eta. \end{cases} \quad (9)$$

Характеристический показатель после некоторых упрощений запишем как

$$\lambda_{1,2} = -\omega_{r0} (1 + 2v_1 P_0 + 3v_2 P_0^2) \pm \sqrt{\omega_{r0}^2 (v_1 P_0 + 2v_2 P_0^2)^2 - (\Delta + NP_0)(\Delta + 3NP_0)}. \quad (10)$$

Рассмотрим устойчивость системы, исходя из условия $\text{Re} \lambda_{1,2} < 0$ при изменении частоты генерации и входной СВЧ-мощности. На рис. 1 представлены зависимости резонансной частоты f_0 от падающей мощности P_{inc} для трех значений $N_I = 0, N_{II} = 2\pi \cdot 0.1 \text{ ГГц}$, $N_{III} = 2\pi \cdot 0.2 \text{ ГГц}$ и семейство резонансных кривых для $P_{inc} = 60 \text{ мВт}$ при нулевых коэффициентах $v_{1,2} = 0$. Видим, что с увеличением параметра N при одной и той же входной мощности P_{inc} частота колебаний возрастает.

Причем с увеличением N при определенных значениях $N > N_{кр}$ в системе наблюдается бистабильность колебаний. Анализ устойчивости показывает, что в области бистабильности две неподвижные точки являются устойчивыми и одна является неустойчивой, соответствующей отрицательному наклону резонансной кривой. Методику анализа устойчивости, использовавшуюся в настоящей работе, можно найти в различных источниках (см. напр. [9–11]).

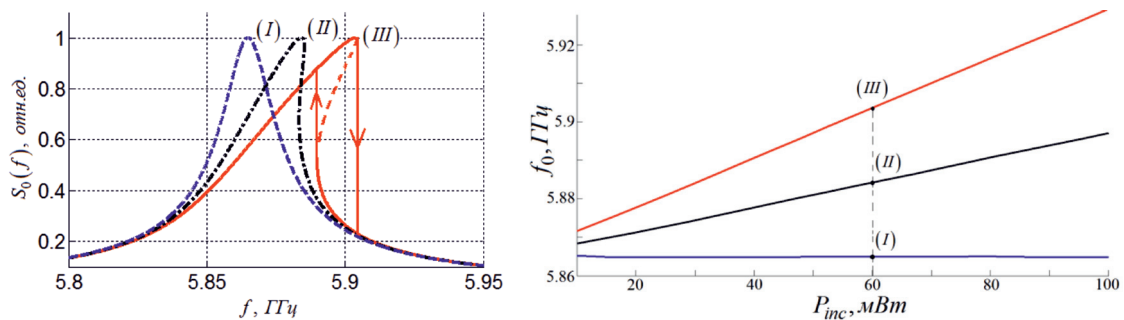
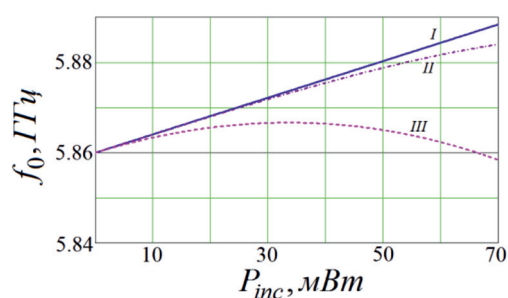


Рис. 1. Зависимости резонансной частоты f_0 от падающей мощности P_{inc} (а) и соответствующие резонансные кривые для $P_{inc} = 60 \text{ мВт}$ (б) для трех значений $N_I = 0, N_{II} = 2\pi \cdot 0.1 \text{ ГГц}, N_{III} = 2\pi \cdot 0.2 \text{ ГГц}$

Рассмотрим теперь случай, когда нелинейное затухание существенно оказывает влияние на динамику системы при фиксированной неизохронности. На рис. 2, а представлено семейство зависимостей резонансной частоты f_0 от падающей мощности P_{inc} при отсутствии нелинейного затухания $\nu_{1,2} = 0$ (I), при умеренном затухании $\nu_1 = 2 \cdot 10^3$, $\nu_2 = 2 \cdot 10^4$ (II) и сильном затухании $\nu_1 = 2 \cdot 10^3$, $\nu_2 = 2 \cdot 10^4$ (III). Зависимость I является линейной по мощности. Для зависимости II, т.е. при умеренном затухании, частота колебаний сдвигается слабее, чем в случае линейного затухания. Данный результат находится в хорошем качественном соответствии с работой [5]. Однако при сильном нелинейном затухании возможно насыщение нелинейного сдвига частоты и даже обратный ход зависимости $f_0(P_{inc})$. Такой обратный ход объясняется доминированием сдвига частоты, вызванного нелинейным затуханием, над сдвигом частоты, вызванным собственной нелинейностью системы, определяемой нелинейным коэффициентом N . Коэффициенты нелинейного затухания $\nu_{1,2}$ являются феноменологическими и могут быть получены в результате сопоставления теории и эксперимента.



Отметим, что в реальном эксперименте свойства пленки фиксированы, т.е. $\nu_{1,2}$ – константы, а изменяться может, например, значение внешнего магнитного поля и угол наклона между полем и плоскостью образца, что задает параметр неизохронности N [8]. На рис. 2, б представлено семейство зависимостей резонансной частоты от падающей мощности при фиксированных коэффициентах $\nu_1 = 2 \cdot 10^3$, $\nu_2 = 2 \cdot 10^4$, и изменении N . Построенные зависимости (I, II, III) показывают, что увеличение неизохронности N приводит к уменьшению влияния нелинейного затухания и большему положительному увеличению резонансной частоты.

Таким образом, можно заключить, что для любой заданной пленки ЖИГ, можно подобрать такую взаимную ориентацию внешнего магнитного поля и пленки, что эффект нелинейного затухания будет приводить к ограничению или даже полной компенсации нелинейного сдвига частоты колебаний. Описанные нелинейные явления могут быть использованы при построении различных нелинейных микроволновых спин-волновых устройств (генераторов, фильтров, ограничителей мощности и т.д.) на основе пленочных ферромагнитных резонаторов.

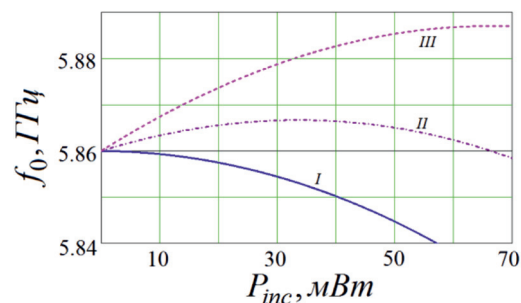


Рис. 2. Зависимости резонансной частоты f_0 от падающей мощности P_{inc} для (а) $N = 2\pi \cdot 0,1$ ГГц, $\nu_{1,2} = 0$ (I), $\nu_1 = 2 \cdot 10^3$, $\nu_2 = 2 \cdot 10^4$ (II), $\nu_1 = 2 \cdot 10^3$, $\nu_2 = 2 \cdot 10^4$ (III) и для (б) $\nu_1 = 2 \cdot 10^3$, $\nu_2 = 2 \cdot 10^4$, $N = 0$ (I), $N = 2\pi \cdot 0,1$ ГГц (II), $N = 2\pi \cdot 0,2$ ГГц (III)

Заключение

В результате исследования было показано, что наличие нелинейного затухания при достаточно больших мощностях входного сигнала существенно ограничивает и в некоторых случаях полностью компенсирует влияние нелинейного сдвига частоты колебаний намагниченности в ферромагнитных пленках железо-иттриевого граната.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект мол_нр № 14-32-50277).

Список литературы

1. Калинико Б.А., Устинов А.Б., Баруздин С.А. Спин-волновые устройства и эхо-процессоры [Под ред. В.Н. Ушакова]. – М.: Радиотехника, 2013. – 216 с.

2. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. – М.: Физматлит, 1994. – 464 с.

3. Львов В.С. Нелинейные спиновые волны. – М.: Наука, 1987. – 272 с.

4. Ахизер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. – М.: Наука, 1967. – 368 с.

5. Дроздовский А.В., Устинов А.Б. Нелинейный отклик пленочного ферромагнитного резонатора в условиях нелинейного затухания колебаний намагниченности // Письма в ЖТФ. – 2010. – Т. 36. – Вып. 18. – С. 10–18.

6. Дмитриев В.Ф., Калинико Б.А. Возбуждение распространяющихся волн намагниченности микрополосковыми антеннами // Изв. вузов. Физика. – 1988. – № 11. – С. 24–53.

7. Slavin A., Tiberkevich V. Nonlinear auto-oscillator theory of microwave generation by spin-polarized current // IEEE Trans. on Magn. – 2009. – Vol. 45. – № 4. – P. 1875–1918.

8. Фетисов Ю.К., Пэттон К.Е. Солитоны магнитостатических спиновых волн в наклонно намагниченных пленках

железтиттриевого граната // Радиотехника и электроника. – 2003. – Т. 48, № 2. – С. 210–221.

9. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. – М.: Наука, 1984. – 431 с.

10. Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М. Теория колебаний в радиотехнике. – М.: Наука, 1984. – 320 с.

11. Мигулин В.В., Медведев В.И., Мустель Е.Р., Парыгин В.Н. Основы теории колебаний: учеб. руководство [Под ред. В.В. Мигулина]. – М.: Наука, 1988. – 392 с.

References

1. Kalinikos B.A., Ustinov A.B., Baruzdin S.A. Spin-volnovie ustroistva i echo-processori [Pod redakciei V.N. Ushakova]. – Moscow, Radiotekhnica, 2013, 216 p.

2. Gurevich A.G., Melkov G.A. Magnitnie kolebaniya i volni. – Moscow, Fizmatlit, 1994, 464 p.

3. L'vov V.S. Nelineinie spinovie volni. – Moscow, Nauka, 1987. 272 p.

4. Ahiezer A.I., Bariahtar V.G., Peletminsky S.V. Spinovie volni. – Moscow, Nauka, 1967, 368 p.

5. Drozdovskiy A.V., Ustinov A.B. Nonlinear response of ferromagnetic film resonator under conditions of nonlinear damping of magnetization oscillations // Tech. Phys. Lett. 2010. vol. 36. vyp. 18. pp. 10–18.

6. Dmitriev V.F., Kalinikos B.A. Excitation of propagating magnetization waves by microstrip transducers // Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Fiz. 1988. no. 11. pp. 24–53.

7. Slavin A., Tiberkevich V. Nonlinear auto-oscillator theory of microwave generation by spin-polarized current // IEEE Trans. on Magn. 2009. Vol. 45. no. 4. pp. 1875–1918.

8. Fetisov Y.K., Patton C.E. Magnetostatic spin wave solitons in obliquely magnetized yttrium iron garnet films // J. Commun. Technol. El. 2003. Vol. 48. no. 2. pp. 210–221.

9. Rabinovich M.I., Trubetskov D.I. Vvedenie v teoriyu kolebanii i voln. – Moscow, Nauka, 1984, 431 p.

10. Kapranov M.V., Kuleshov V.N., Utkin G.M. Teoriya kolebanii v radiotekhnice. – Moscow, Nauka, 1984, 320 p.

11. Migulin V.V., Medvedev V.V., Mustel E.R., Parigin V.N. Osnovi teorii kolebanii: uchebnoe posobie [Pod redakciei V.V. Migulina]. – Moscow, Nauka, 1988, 392 p.

Рецензенты:

Перов Н.С., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой магнетизма физического факультета МГУ, МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва;

Бичурин М.И., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой «Проектирование и технология радиоаппаратуры», Институт электронных структур и информационных систем, Новгородский государственный университет, г. Великий Новгород.

Работа поступила в редакцию 16.12.2014.