

Модуль 2 «Математические методы, модели и алгоритмы  
компьютерной геометрии»  
Лекция 11 «Методы моделирования оптических свойств»

к.ф.-м.н., доц. каф. ФН-11, Захаров Андрей Алексеевич,  
ауд.:930а(УЛК)  
моб.: 8-910-461-70-04,  
email: azaharov@bmstu.ru



МГТУ им. Н.Э. Баумана

25 ноября 2023 г.

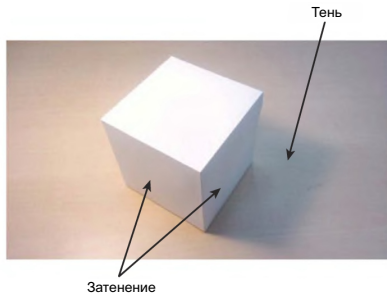
## Моделирование оптических свойств

Для построения реалистических изображений кроме геометрической модели объекта необходимо смоделировать оптические свойства объекта и поведение света. Когда свет падает на объект, часть света отражается поверхностью этого объекта. Например, белый кубик отражает белый свет. Этот свет попадает на сетчатку глаза и мы видим кубик белым.

Когда свет падает на объект наблюдаются два важных явления:

- ▶ при падении света на поверхность, цвет поверхности затеняется;
- ▶ объект отбрасывает тень на другую поверхность.

В реальном мире мы обычно легко замечаем тень, но часто не обращаем внимание на **затенение** (shading), которое придаёт объём трёхмерным объектам. Затенение является не самым ярко выраженным эффектом, но оно присутствует всегда. Поверхности, на которые падает больше света, выглядят ярче, а поверхности, на которые падает меньше света, выглядят темнее. Эти различия помогают нам различать грани и уверенно говорить, что мы видим именно кубик. В число других эффектов входят также прозрачность и текстура поверхности.



Вообще, моделирование эффектов освещения, наблюдаемых на объекте, является сложным процессом, в котором задействованы принципы, относящиеся как к физике, так и к физиологии. По сути, эффекты освещения описываются моделями, в которых рассматривается взаимодействие электромагнитной энергии с поверхностью объекта на сцене. Для заданных оптических свойств поверхностей, относительного положения поверхностей на сцене, цвета и положения источников света, характеристик источников света, положения и ориентации плоскости наблюдения модель освещения позволяет рассчитать интенсивность света, исходящего из определённой точки поверхности в заданном направлении наблюдения.

Модели освещения в компьютерной графике часто представляют собой аппроксимации законов физики, описывающих эффекты освещения поверхности. Чтобы сократить объём вычислений, в большинстве пакетов используются эмпирические модели, основанные на упрощённых фотометрических расчётах.

Световой поток будем характеризовать интенсивностью — плотностью потока энергии световой волны.

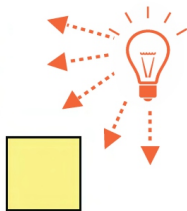
При обсуждении эффекта затенения следует учитывать две вещи:

- ▶ тип источника света;
- ▶ как свет отражается от поверхностей объекта;

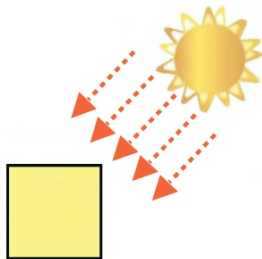
Объекты освещаются светом, испускаемым источниками света. При моделировании источников света им можно придавать различные формы и характеристики, и большинство излучателей (источников излучения) служат только для формирования освещения сцены.

Для того чтобы определить источник света, используется множество свойств. Можно задать его положение, цвет излучаемого света, направление излучения и форму источника. Кроме того, можно указать, что источник света излучает в разных направлениях свет различных цветов. Например, источник света излучает красный свет с одной стороны и зелёный — с другой.

В большинстве приложений, особенно в сфере отображения на экран в реальном времени, используются простые модели источников света, позволяющие избежать громоздких вычислений. Чтобы указать свойства излучаемого света, задаётся по одному значению для каждого RGB-компонента, а их объединение описывает величину или интенсивность данного цветового компонента.



Простейшая модель объекта, излучающего световую энергию, — это *точечный источник света*, имеющий один цвет, заданный тремя RGB-компонентами. Чтобы задать для сцены точечный источник света, указывается его местоположение и цвет излучаемого света. Лучи света генерируются во всех направлениях, начинающихся в точке-источнике. Подобная модель излучателя разумно аппроксимирует источники, размеры которых малы по сравнению с размером объектов на сцене (лампа, фонарь, факел и так далее). Кроме того, большие излучатели можно моделировать как точечные, если они расположены не слишком близко к сцене. Положение точечного излучателя в модели освещения определяет какие объекты на сцене освещаются этим источником, и позволяет рассчитать направление света к выбранной точке поверхности объекта.



Большой источник света, такой как Солнце, расположенный очень далеко от сцены, также можно было бы аппроксимировать точечным излучателем, но в его направленном действии наблюдаются незначительные колебания. В противоположность источникам света, расположенным в середине сцены и освещающим объекты со всех сторон источника, удалённый источник освещает сцену только в одном направлении. Пути света от удалённого источника к любой точке сцены примерно равны. Бесконечно удалённый источник света можно смоделировать, определив его цвет и фиксированное направление лучей света, выходящих из источника. В этом случае, для расчёта освещения требуется определить только вектор направления излучения и цвет источника света, но не его положение.

При распространении лучистой энергии от источника света сквозь пространство её амплитуда затухает. Это означает, что поверхность, близкая к источнику света, получает больше падающего света от источника, чем более удалённые поверхности. Чтобы создать реалистичные эффекты освещения, это затухание интенсивности следует учесть. В противном случае все поверхности будут освещаться с одинаковой интенсивностью, и могут проявиться нежелательные эффекты. Например, если проекции двух поверхностей с одинаковыми оптическими параметрами перекрываются, они будут неотличимы друг от друга, т.е. независимо от их относительного расстояния до источника света, две поверхности будут казаться одной.

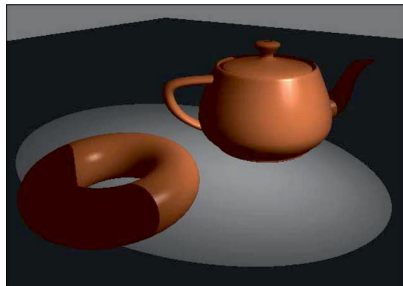
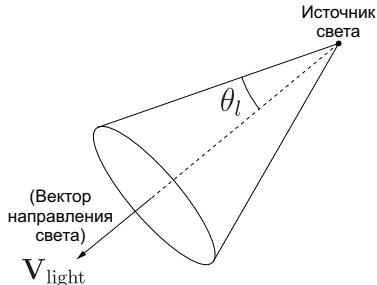
Чтобы получить более реалистичные изображения с использованием точечных источников, затухание интенсивности можно смоделировать обратной квадратической функцией от расстояния  $d_l$ , включающей линейный член:

$$f_{\text{рад. затух.}}(d_l) = \frac{1}{a_0 + a_1 d_l + a_2 d_l^2}. \quad (1)$$

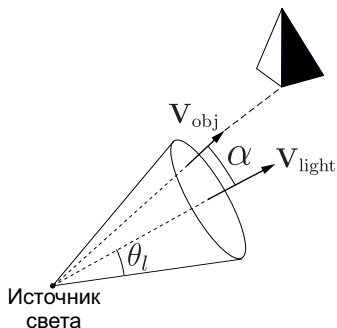
Численные значения коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$  и  $a_2$  выбираются так, чтобы получить оптимальные эффекты затухания. Например, можно присвоить большое значение коэффициенту  $a_0$  при очень маленьком  $d_l$ , чтобы величина  $f_{\text{рад. затух.}}(d_l)$  не стала слишком большой. Расчет затухания интенсивности по уравнению (1) нельзя применить к точечному излучателю «на бесконечности», поскольку расстояние до источника света в этом случае не определено. Чтобы объединить удаленные и локальные источники света, функцию затухания интенсивности можно выразить следующим образом:

$$f_{\text{рад. затух.}}(d_l) = \begin{cases} 1, & \text{если источник на бесконечности;} \\ \frac{1}{a_0 + a_1 d_l + a_2 d_l^2}, & \text{если источник локальный.} \end{cases} \quad (2)$$

## Источники направленного света и прожекторные эффекты



Локальный источник света можно модифицировать, чтобы он генерировал направленный (прожекторный) луч света. Если объект находится вне границ направленного излучения, освещение, порождаемое этим источником на этом объекте, можно не рассматривать. Для задания направленного источника света можно присвоить ему (в дополнение к его положению и цвету) векторное направление и границу по углу  $\theta_l$ , измеряемую от этого направления. В результате определяется коническая область пространства, где вектор направления от источника света идет по оси конуса. Аналогично можно смоделировать многоцветный точечный источник света, используя множественные направляющие векторы и различные цвета излучения для каждого направления.



Обозначим через  $V_{light}$  единичный вектор в направлении распространения света от источника, а  $V_{obj}$  — единичный вектор в направлении от положения источника к положению объекта. Далее получаем

$$V_{obj} \cdot V_{light} = \cos \alpha, \quad (3)$$

где угол  $\alpha$  — угловое расстояние объекта от вектора направления света. Если ограничить угловые границы конуса света так, чтобы  $0^\circ < \theta_l \leq 90^\circ$ , то объект будет находиться внутри конуса света, если  $\cos \alpha > \cos \theta_l$ . Однако, если  $V_{obj} \cdot V_{light} < \cos \theta_l$ , объект находится вне конуса света.

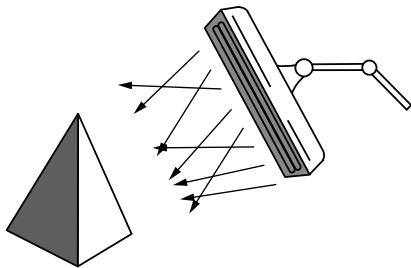
Для направленного источника света угловое затухание можно реализовать так же, как радиальное затухание излучения точечного источника. Это позволяет смоделировать конус света, дающий наибольшую интенсивность вдоль оси конуса и падение интенсивности при удалении от оси конуса. Широко используется следующая функция углового затухания интенсивности для направленного источника:

$$f_{\text{angatten}}(\phi) = \cos^{a_l} \phi, \quad 0^\circ \leq \phi \leq \theta, \quad (4)$$

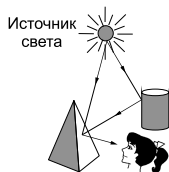
где показателю затухания  $a_l$  присваивается некоторое положительное значение, а угол  $\phi$  измеряется от оси конуса. Вдоль оси конуса  $\phi = 0^\circ$  и  $f_{\text{angatten}} = 1$ . Чем больше значение коэффициента затухания  $a_l$ , тем меньше значение функции углового затухания интенсивности для данного значения угла  $\phi > 0^\circ$ .

Предполагая, что  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ , можно записать общее уравнение углового затухания:

$$f_{l,\text{angatten}} = \begin{cases} 1, & \text{если источник не является прожектором;} \\ 0, & \text{если } \mathbf{V}_{\text{obj}} \cdot \mathbf{V}_{\text{light}} = \cos \alpha < \cos \theta_l \\ & \text{(объект вне конуса прожектора);} \\ (\mathbf{V}_{\text{obj}} \cdot \mathbf{V}_{\text{light}})^{a_l}, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (5)$$



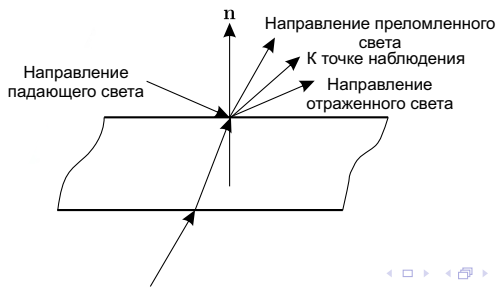
Если требуется включить большой источник света в точке, близкой к объекту на сцене, например, длинную неоновую лампу, его можно аппроксимировать светоизлучающей поверхностью. Это можно сделать, например, представив поверхность света сеткой направленных точечных излучателей. Направления точечных источников задаются так, чтобы объекты, расположенные позади светоизлучающей поверхности, не освещались. Кроме того, можно задействовать другие параметры, чтобы ограничить направление излучаемого света вблизи краев источника.



Объекты на сцене, на которые свет от источника не падает прямо, могут быть видимыми из-за отражения света от близлежащих освещённых объектов. Такое освещение называется фоновым или рассеянным. Рассеянный свет является суммой света, испускаемого многочисленными источниками, и отраженного различными поверхностями. Освещённость рассеянным светом учитывается лишь приближённо, потому что иначе потребовалось бы производить весьма сложные вычисления, чтобы учесть все имеющиеся источники и все направления, в которых распространяется отраженный свет. В упрощённой эмпирической модели освещения предполагается, что рассеянный свет освещает объекты со всех сторон и имеет одинаковую интенсивность во всех точках сцены. Предполагая, что описываются только монохроматические эффекты освещения, будем задавать уровень рассеянного света на сцене параметром интенсивности  $I_a$ . При этом каждый объект на сцене освещается данным фоновым светом.

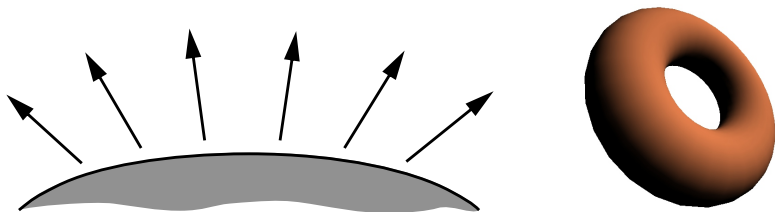
## Эффекты освещения поверхности

Модель освещения рассчитывает эффекты освещения для поверхности на основе различных оптических свойств, приписанных этой поверхности. Данные свойства включают степень прозрачности, коэффициенты отражения поверхности и параметры, относящиеся к её текстуре. Пришедший к нам свет от объекта представляет собой совокупность *излученного* объектом света, *отраженного* и *пропущенного* им света от других источников. Реальные предметы некоторую часть падающего света поглощают, превращая его в тепло, некоторую часть света пропускают и некоторую часть — отражают. Распределение падающего на объект света на поглощённую, пропущенную и отраженную части зависит от длины волны и физических свойств поверхности объекта. Если объект полностью поглощает падающий на него свет, то он называется *абсолютно чёрным*.

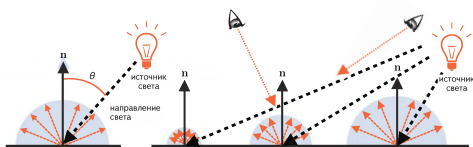


Восприятие объектов, в пришедшем от которых свете присутствует пропущенный и отраженный свет, зависит от положения точки наблюдения, положения источников света, потока энергии и оптических свойств поверхности объекта. При моделировании отраженного света его условно разделяют на две части: *диффузно отраженный* и *зеркально отраженный*. Это деление связано с законами, по которым описывается направление лучей отраженного света. Если большую часть отраженного поверхностью света можно описать законом диффузного отражения, то поверхность называют *матовой*, если же большую часть отраженного поверхностью света можно описать законом зеркального отражения, то её называют *зеркальной*. Объекты, поверхности которых способны пропускать большую часть падающего на них света вглубь, называют *прозрачными*. Пропущенный через поверхность свет условно разделяют на *диффузно пропущенный* и *направленно пропущенный*. Направленно пропущенный свет претерпевает преломление. Пропущенный свет может быть отражен от других поверхностей.

Рассмотрим одну из моделей потока света в которой проходящий в точку наблюдения свет разделяется на следующие составные части: *диффузно отраженный свет, зеркально отраженный свет, рассеянный свет, пропущенный свет, свет от излучения.*



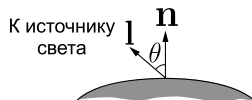
Большинство поверхностей таких как бумага, камни или пластик имеют шероховатости. За счёт мелких неровностей, они рассеивают отраженный свет во всех направлениях, так что поверхность кажется одинаково яркой при любом угле наблюдения. Данный рассеянный свет называется диффузным (diffuse) отражением. То, что мы называем цветом объекта, — это как раз цвет диффузного отражения при освещении объекта белым светом, который является комбинацией всех цветов. Синий объект, например, отражает синий компонент белого света и поглощает все остальные цветовые компоненты. Если синий объект наблюдается в красном свете, он будет казаться чёрным, поскольку весь падающий свет будет поглощаться.



Для диффузного отражения света справедлив закон косинусов Ламберта, устанавливающий соответствие между количеством отраженного света и косинусом угла  $\theta$  между направлением на источник света интенсивности  $I_p$  и нормалью к поверхности. Интенсивность диффузно отраженного света определяется по формуле:

$$I_d = k_d I_p \cos \theta, \quad (6)$$

где  $k_d$  — коэффициент диффузного отражения, зависящий от материала поверхности. Для монохроматических источников света параметру присваивается постоянное значение из интервала  $(0; 1)$  согласно отражательным свойствам, которые требуются от поверхности. Количество диффузно отраженного света не зависит от положения наблюдателя. Матовые поверхности отражают одинаковое количество световой энергии во всех направлениях, но это количество пропорционально  $\cos \theta$ . Если  $\cos \theta < 0.0$ , источник света находится за поверхностью.



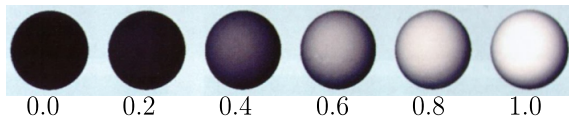
В любой точке поверхности можно ввести единичный вектор нормали  $\mathbf{n}$  и единичный вектор направления на точечный источник  $\mathbf{l}$ . Тогда  $\cos \theta = \mathbf{n} \cdot \mathbf{l}$ , и уравнение диффузного отражения для освещения точки поверхности одним точечным источником можно выразить в следующей форме:

$$I_d = \begin{cases} k_d I_p \mathbf{n} \cdot \mathbf{l}, & \text{если } \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} > 0; \\ 0, & \text{если } \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} \leq 0. \end{cases} \quad (7)$$

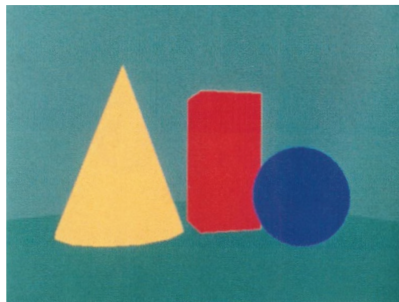
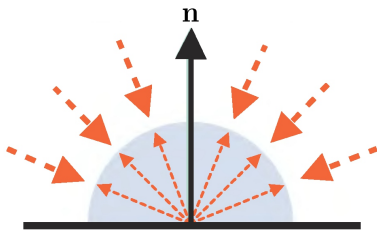
Единичный вектор направления  $\mathbf{l}$  на точечный источник света вычисляется с помощью точки поверхности и положения источника света:

$$\mathbf{l} = \frac{\mathbf{P}_{\text{источник}} - \mathbf{P}_{\text{поверхность}}}{|\mathbf{P}_{\text{источник}} - \mathbf{P}_{\text{поверхность}}|}. \quad (8)$$

Источник «на бесконечности» не имеет положения, только направление распространения. В этом случае направление вектора  $\mathbf{l}$  выбирается противоположным направлению излучения от источника света.



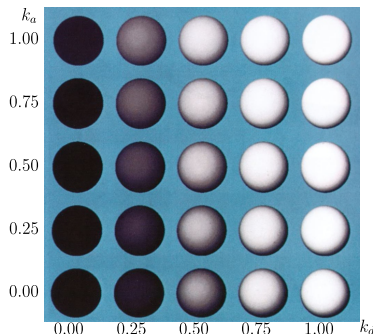
На рисунке иллюстрируется применение уравнения (7) к точкам на поверхности сферы при нескольких значениях параметра  $k_d$  между 0 и 1. При  $k_d = 0$  свет не отражается, и поверхность объекта кажется чёрной. С увеличением значения  $k_d$  увеличивается интенсивность диффузного отражения. Каждому спроектированному на поверхность пикселю присваивается значение интенсивности, рассчитанное по уравнению диффузного отражения. Визуализированная на рисунке поверхность иллюстрирует освещение одним точечным источником при отсутствии иных эффектов освещения. Именно такое изображение можно ожидать, если навести очень маленький (миниатюрный) фонарик на объект в абсолютно тёмной комнате. Впрочем, на типичных сценах стоит ожидать, что дополнительно к эффектам освещения, порождённым источником света, будет присутствовать некоторое отражение от поверхности, вызванное рассеянным светом.



Для создания эффектов фонового освещения можно предположить, что все поверхности полностью освещаются рассеянным светом  $I_a$ , приписанным сцене. Следовательно, фоновый (ambient) вклад в диффузное отражение в любой точке поверхности просто равен

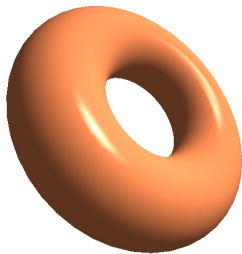
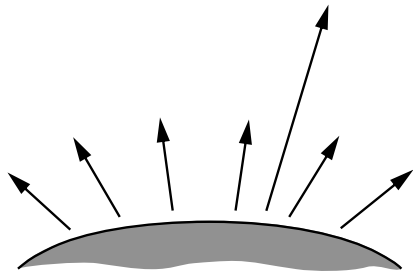
$$I_{da} = k_d I_a. \quad (9)$$

Фоновый свет даёт на поверхности плоские неинтересные тени, так что сцены редко визуализируются только с использованием рассеянного света. Сцену должен освещать по крайней мере один источник света — часто это точечный источник, расположенный там, откуда ведется наблюдение сцены.



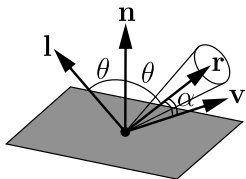
Интенсивности, которые даёт рассеянный свет и свет от источника, можно объединить и получить выражение для общего диффузного отражения в точке поверхности. Кроме того, многие графические пакеты вводят *коэффициент рассеянного отражения*  $k_a$ , значение которого может выбираться для каждой поверхности с целью модификации интенсивности рассеянного света  $I_a$ . Тогда можно записать общее уравнение диффузного отражения для одного точечного источника:

$$I_d = \begin{cases} k_a I_a + k_d I_p \mathbf{n} \cdot \mathbf{l}, & \text{если } \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} > 0; \\ k_a I_a, & \text{если } \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} \leq 0. \end{cases} \quad (10)$$



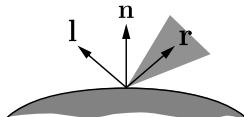
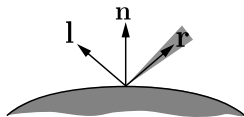
На гладких поверхностях некоторых объектов можно наблюдать световой блик. Поверхности таких объектов отражают свет неодинаково по разным направлениям. Эффект отражения падающего света в сфокусированной области более заметен на глянцевых (блестящих), чем на матовых (тусклых) поверхностях, таких как отполированный металл, яблоко, лоб человека и только под определённым углом. Яркое пятно или блик света, которое можно наблюдать на блестящих поверхностях, является результатом полного (или почти полного) отражения.

## Зеркальное отражение и модель Фонга

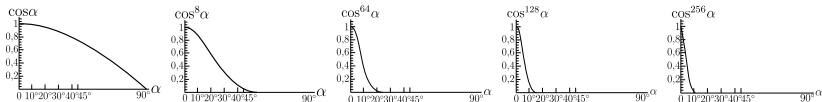


От зеркальной поверхности большая часть падающего света отражается в направлении, лежащем в одной плоскости с направлением падающего света и нормалью  $\mathbf{n}$  в точке падения и составляющем с нормалью  $\mathbf{n}$  угол  $\theta$ , равный углу падения света. Это направление называется направлением зеркального (specular) отражения.

Пусть угол  $\alpha$  является углом наблюдения относительно направления зеркального отражения  $\mathbf{r}$ . Для идеального отражателя (идеального зеркала) падающий свет отражается только в направлении отраженного света, и его можно увидеть, только если векторы  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{r}$  совпадают (то есть, если  $\alpha = 0$ ).



# Зеркальное отражение и модель Фонга



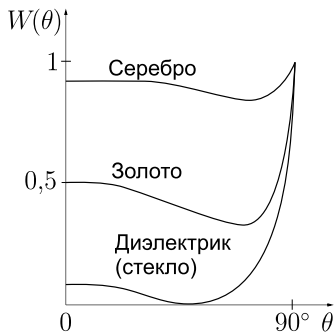
Неидеальные отражатели дают зеркальное отражение в конечном диапазоне направлений наблюдения вокруг вектора  $\mathbf{r}$ . Блестящие поверхности имеют узкий диапазон зеркального отражения, а матовые — широкий. Эмпирическая модель расчёта диапазона зеркального отражения, разработанная Фонгом Буи Туонгом (Phong Bui Tuong), называется *моделью зеркального отражения Фонга* или просто *моделью Фонга*. Она задаёт интенсивность зеркального отражения пропорциональной  $\cos^m \alpha$ . Угол  $\alpha$  может принимать значения из диапазона от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ , так что  $\cos \alpha$  меняется от 0 до 1. Значение, присвоенное *показателю зеркального отражения*  $m$ , определяется типом поверхности, которую нужно отобразить. Очень блестящие поверхности моделируются большими значениями  $m$  (как правило, 100 или больше), а меньшие значения используются для матовых поверхностей. Для идеального отражателя  $m$  равно бесконечности. Для таких шероховатых поверхностей, как мел или шлакоблок,  $m$  имеет значение порядка 1. Чем больше  $m$ , тем меньше размеры блика и тем ярче он выглядит.

## Зеркальное отражение и модель Фонга

Количество отраженного света зависит также от угла падения  $\theta$ . Вообще, при увеличении угла падения коэффициент зеркального отражения  $W(\theta)$  обычно увеличивается. Изменение интенсивности зеркального отражения в зависимости от угла  $\theta$  описывается законом отражения Френеля. Используя функцию зеркального отражения  $W(\theta)$ , модель зеркального отражения Фонга можно записать следующим образом:

$$I_s = W(\theta)I_p \cos^m \alpha. \quad (11)$$

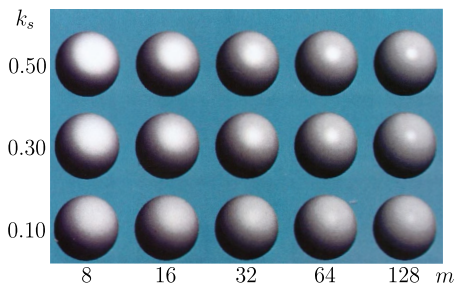
При  $\theta = 0^\circ$  от стеклянной поверхности отражается около 4% падающего света. Для большей части диапазона изменения  $\theta$  интенсивность отраженного света составляет менее 10%. В то же время, для многих непрозрачных материалов зеркальное отражение приблизительно постоянно для всех углов падения. В этом случае зеркальные эффекты разумно моделировать, заменив  $W(\theta)$  постоянным коэффициентом зеркального отражения  $k_s$ . Тогда для каждой поверхности можно просто положить  $k_s$  равным некоторому значению из диапазона от 0 до 1.



## Зеркальное отражение и модель Фонга

Поскольку  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{r}$  — единичные векторы в направлении наблюдения и зеркального отражения, значение  $\cos \alpha$  можно рассчитать, используя скалярное произведение  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}$ . Кроме того, при отображении поверхности зеркальные эффекты не проявляются, если  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{l}$  лежат с одной стороны от вектора нормали  $\mathbf{n}$ , или если источник света находится за поверхностью. Таким образом, предполагая, что коэффициент зеркального отражения примерно постоянен для любого материала, можно определить интенсивность зеркального отражения в точке поверхности:

$$I_s = \begin{cases} k_s I_p (\mathbf{v} \cdot \mathbf{r})^m, & \text{если } \mathbf{v} \cdot \mathbf{r} > 0 \text{ и } \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} > 0; \\ 0, & \text{если } \mathbf{v} \cdot \mathbf{r} \leq 0 \text{ или } \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} \leq 0. \end{cases} \quad (12)$$



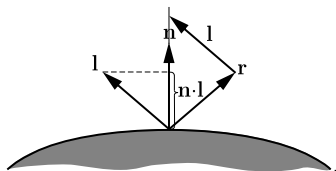
Направление вектора отражения  $\mathbf{r}$  можно вычислить по направлениям векторов  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{n}$ . Проекция  $\mathbf{l}$  на направление вектора нормали равна скалярному произведению  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}$ , которое также равно проекции единичного вектора  $\mathbf{r}$  на направление вектора  $\mathbf{n}$ . Следовательно

$$\mathbf{r} + \mathbf{l} = (2\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})\mathbf{n},$$

Тогда вектор зеркального отражения можно вычислить следующим образом:

$$\mathbf{r} = (2\mathbf{n} \cdot \mathbf{l})\mathbf{n} - \mathbf{l}. \quad (13)$$

Для расчёта  $\mathbf{v}$  используем точку поверхности и положение камеры подобно тому, как это делалось для вычисления единичного вектора  $\mathbf{l}$  в (8). Если наблюдатель и источник света находятся достаточно далеко от поверхности, то векторы  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{l}$  являются константами. Если использовать постоянное  $\mathbf{v}$ , расчёт величин потребует меньшего времени, но изображение будет не таким реалистичным.



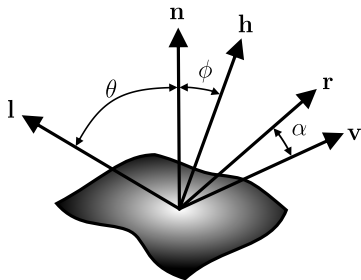
## Зеркальное отражение и модель Фонга

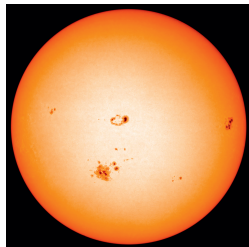
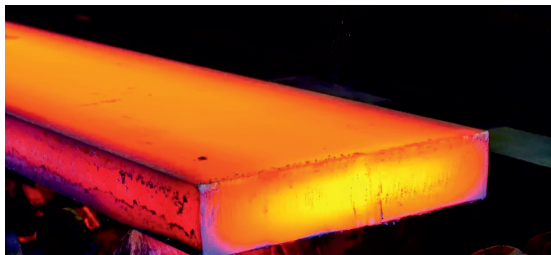
Можно немного повысить эффективность вычисления зеркального компонента за счёт использования следующего наблюдения. Когда угол между векторами  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{r}$  равен нулю, вектор нормали  $\mathbf{n}$  оказывается точно посередине между  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{l}$ . Введем вектор полупути (*halfway vector*)  $\mathbf{h}$ :

$$\mathbf{h} = \frac{\mathbf{l} + \mathbf{v}}{|\mathbf{l} + \mathbf{v}|}.$$

Угол  $\phi$  между векторами  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{h}$  называется *углом полупути* (*half-angle*). Если вектор  $\mathbf{v}$  лежит в той же плоскости, что и  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{r}$ , то выполняется соотношение  $2\phi = \alpha$ .

Если заменить вычисление скалярного произведения  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}$  произведением  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{h}$ , то можно избавиться от вычисления вектора  $\mathbf{r}$ . Однако угол  $\phi$  меньше угла  $\alpha$ , а следовательно, если использовать тот же показатель степени  $m$  в выражении  $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^m$ , который использовался в члене  $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{r})^m$ , то интенсивность зеркальной составляющей уменьшится. Справиться с этой проблемой можно, если использовать вместо исходного значения  $m$  скорректированное значение  $m'$  такое, что  $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^{m'}$  будет достаточно близким к  $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{r})^m$ .





Некоторые поверхности на сцене могут не только отражать, но и излучать свет. В результате создаётся эффект раскаленной поверхности. Чтобы эмпирически смоделировать излучение света с поверхности, можно просто включить член излучения  $I_{\text{surf}}$  в модель освещения так же, как для моделирования фонового освещения использовался уровень рассеянного света. Данное излучение с поверхности прибавляется к поверхностному отражению, порождённому источником света и фоновым освещением. Соответственно, это излучение не действует как источник света на другие поверхности.

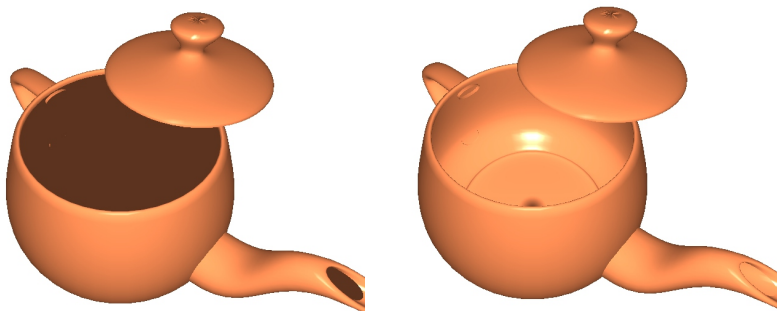


Интенсивность света, пришедшего в точку наблюдения от излучающего и непрозрачного объекта, в рассматриваемой модели света определяется суммой четырёх составляющих по формуле:

$$I = I_{\text{surf}} + k_a I_a + I_p k_d \cos \theta + I_p k_s \cos^m \alpha. \quad (14)$$

При наличии нескольких источников света каждый из них даст свой вклад в интенсивность пришедшего в точку наблюдения света. Для нескольких источников света интенсивностью  $I_{pi}$  каждый формула (14) примет вид

$$I = I_{\text{surf}} + k_a I_a + \sum_i I_{pi} (k_d \cos \theta_i + k_s \cos^m \alpha_i).$$



Когда отображаются полностью закрытые объекты, обратные стороны полигонов оказываются скрыты. Однако, если в объекте имеются отверстия, он может оказаться повернутым к наблюдателю так, что ему станут видны обратные стороны стенок. В такой ситуации полигоны могут отображаться неправильно из-за того, что фактический вектор нормали направлен не в ту сторону. Чтобы правильно отобразить обратные стороны, достаточно лишь инвертировать вектор нормали и применить формулы освещённости для нового, инвертированного вектора нормали.

## Реализация двустороннего отображения

Вершинный шейдер решает уравнение освещения, используя обе нормали к вершине, прямую и обратную, и передаёт оба результата во фрагментный шейдер:

```
FrontColor = phongModel( eyeCoords, tnorm );  
BackColor = phongModel( eyeCoords, -tnorm );
```

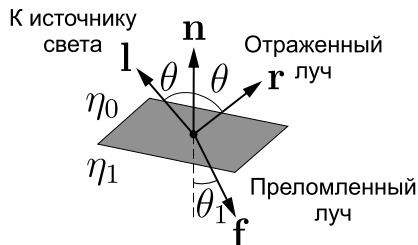
Во фрагментном шейдере определяется, какой цвет применить, исходя из значения встроенной переменной `gl_FrontFacing`. Это — логическое значение, определяющее принадлежность отображаемого фрагмента к лицевой или обратной стороне полигона:

```
if (gl_FrontFacing)  
    gl_FragColor = vec4(FrontColor, 1.0);  
else  
    gl_FragColor = vec4(BackColor, 1.0);
```

Принадлежность фрагмента к той или иной стороне определяется на основе определения *направления обхода вершин полигона*, а не по вектору нормали. По умолчанию, если вершины отображаются на экране в направлении против часовой стрелки, это указывает, что отображается лицевая сторона полигона, однако такое поведение по умолчанию можно изменить вызовом функции `gl.frontFace` из основной программы.



От точки поверхности прозрачного объекта в точку наблюдения придет не только отраженный свет, но и свет, пропущенный поверхностью. Пропущенный поверхностью свет может прийти в результате отражения от другой поверхности или от источника света через прозрачный объект. Пропущенный свет условно разделяют на диффузно пропущенный и направленно пропущенный. Для простоты будем считать, что доля диффузно пропущенного света мала по сравнению с направленно пропущенным светом, и поэтому не будем её учитывать.



Направленно пропущенный свет претерпевает преломление на поверхности раздела двух сред. Преломленный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью  $\mathbf{n}$  в точке падения. Его направление составляет угол  $\theta_1$  с нормалью и описывается законом преломления Снелля

$$\eta_0 \sin \theta = \eta_1 \sin \theta_1,$$

где  $\eta_0$  — показатель преломления среды со стороны падающего света;  $\eta_1$  — показатель преломления среды с другой стороны поверхности раздела. Пришедший к наблюдателю пропущенный свет проходит чётное число границ сред и претерпевает столько же раз преломление.

Для интенсивности направленно пропущенного света примем закон изменения, аналогичный закону (11) для направленно отраженного света:

$$I_t = k_t I_p \cos^m \beta,$$

где  $k_t$  — коэффициент пропускания света,  $\beta$  — угол отклонения направления пропущенного света  $\mathbf{f}$  от направления в точку наблюдения  $\mathbf{v}$ . При прохождении света через вещество, он частично поглощается. Его интенсивность убывает по экспоненциальному закону и описывается законом Бугера:

$$I = I_t e^{-\mu l},$$

где  $I_t$  — интенсивность света на входе в поглощающее вещество;  $l$  — пройденное расстояние;  $\mu$  — коэффициент поглощения света данным веществом. При  $l = 1/\mu$  интенсивность пропущенного света уменьшается в  $e$  раз. Это равенство можно использовать для определения коэффициента поглощения.

Интенсивность  $I_t$  является одной из составляющих частей падающего света.

При описании RGB-цветов каждая спецификация интенсивности в модели освещения является вектором, три элемента которого соответствуют красному, зелёному и синему компонентам этой интенсивности. Таким образом, для каждого источника света  $I_p = (I_{pR}, I_{pG}, I_{pB})$ .

Коэффициенты отражения также задаются тремя RGB-компонентами:  $k_a = (k_{aR}, k_{aG}, k_{aB})$ ,  $k_d = (k_{dR}, k_{dG}, k_{dB})$  и  $k_s = (k_{sR}, k_{sG}, k_{sB})$ . Далее каждый компонент цвета поверхности рассчитывается с помощью отдельного выражения.

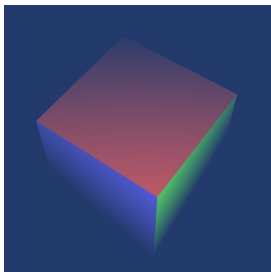
Интенсивность каждого цвета определяется по одной из приведённых формул, в которой каждая цветовая компонента описывается своими коэффициентами:

$$\begin{aligned} I_R &= I_{\text{surf}R} + k_{aR}I_{aR} + I_{pR}k_{dR} \cos \theta + I_{pR}k_{sR} \cos^m \alpha; \\ I_G &= I_{\text{surf}G} + k_{aG}I_{aG} + I_{pG}k_{dG} \cos \theta + I_{pG}k_{sG} \cos^m \alpha; \\ I_B &= I_{\text{surf}B} + k_{aB}I_{aB} + I_{pB}k_{dB} \cos \theta + I_{pB}k_{sB} \cos^m \alpha. \end{aligned} \quad (15)$$

Варьируя направлением падающего света и значениями коэффициентов диффузного отражения, зеркального отражения и пропускания для разных компонент света, можно подобрать желаемое изображение объекта. Если источников света несколько, то каждый из них должен быть учтен в формулах (15) соответствующими слагаемыми.

Цвет испускаемого света может быть белым, как, например, солнечный свет, или любым другим, например оранжевым, как от ламп в дорожном туннеле. Для моделирования конкретного цвета поверхности задаются коэффициенты отражения. Например, если требуется, чтобы объект имел синюю поверхность, выбирается ненулевое значение из диапазона (0.0; 1.0) для синего компонента диффузного отражения  $k_{dB}$ , тогда как красный и зелёный компоненты отражения устанавливаются равными нулю ( $k_{dR} = k_{dG} = 0.0$ ). Все ненулевые красные и зелёные компоненты в падающем свете поглощаются, а отражается только синий компонент. В первоначальной модели зеркального отражения Фонг установил параметр  $k_s$  равным постоянному значению независимо от цвета поверхности. В результате было получено зеркальное отражение того же цвета, что и падающий цвет (обычно — белый), что придавало поверхности «пластмассовый вид». Для непластического материала цвет зеркального отражения в действительности является функцией свойств поверхности и может отличаться от цвета падающего света и диффузного отражения. Зеркальные эффекты на подобных поверхностях можно аппроксимировать, сделав коэффициент зеркального отражения зависящим от цвета, как в уравнениях (15).

## Туман (атмосферный эффект)



Ещё один фактор, который иногда включается в модель освещённости, — это влияние атмосферы на цвет объекта. Туман (fog) делает цвета тусклыми, а объекты кажутся размытыми с увеличением расстояния до них. Этот эффект проявляется в любой среде, то есть, эффект размытия объектов под водой также обозначается этим термином.

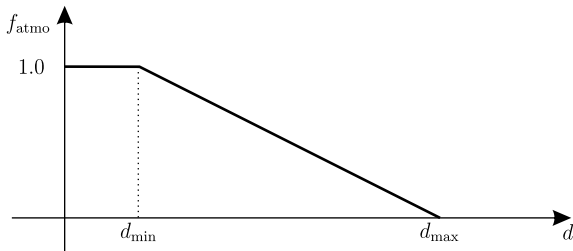
Для вычисления степени затуманивания можно задать функцию, которая будет уменьшать интенсивность цвета поверхности согласно количеству пыли, дыма или смога, которое нужно симитировать в атмосфере. Эта функция называется функцией атмосферного поглощения и обозначается  $f_{atmo}$ . Рассмотрим способы задания этой функции.

# Линейная функция атмосферного поглощения

Наиболее простой в вычислениях является линейная функция атмосферного поглощения:

$$f_{\text{atmo}}(d) = \begin{cases} 1.0, & d \leq d_{\min}; \\ \frac{d_{\max} - d}{d_{\max} - d_{\min}}, & d_{\min} \leq d \leq d_{\max}; \\ 0.0, & d \geq d_{\max}. \end{cases}$$

Линейный метод описывает нарастание плотности тумана от начальной точки  $d_{\min}$  (расстояние до точки, где начинает проявляться эффект тумана) до конечной  $d_{\max}$  (где объект становится полностью невидимым). Плотность тумана между этими двумя точками нарастает линейно с изменением расстояния от объекта до точки наблюдения  $d$ . Часто задают нормированный диапазон изменения расстояний:  $d_{\min} = 0.0$  и  $d_{\max} = 1.0$ .



Кроме линейного существуют и другие варианты расчётов эффекта затуманивания, например экспоненциальные:

$$f_{\text{atmo}}(d) = e^{-\rho d}, \quad f_{\text{atmo}}(d) = e^{-(\rho d)^2}, \quad (16)$$

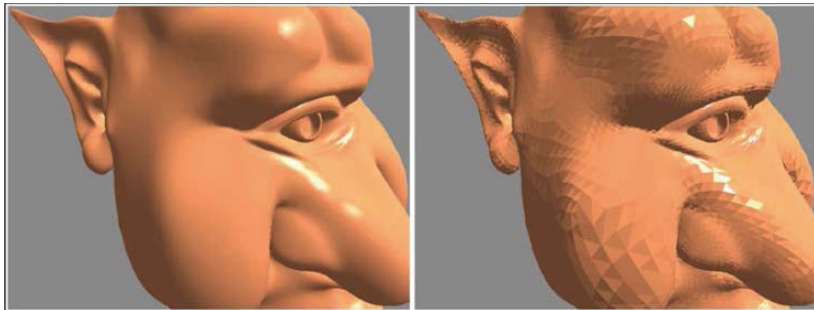
где параметр  $\rho$  задаёт плотность атмосферы. Большие значения  $\rho$  дают более плотную атмосферу, в которой цвета поверхностей будут более приглушенными. Квадратичная экспоненциальная зависимость даёт более быстрое нарастание плотности тумана с расстоянием.

Иногда бывает нужно симитировать цвет атмосферы. Например, воздух в прокуренной комнате можно смоделировать свинцово-серым цветом или, возможно, лазурным. Затем можно использовать следующую формулу и объединить цвет атмосферы с цветом объекта:

$$I = f_{\text{atmo}}(d)I_{\text{obj}} + [1 - f_{\text{atmo}}(d)] I_{\text{atmo}}, \quad (17)$$

где  $f_{\text{atmo}}(d)$  — линейная или экспоненциальная функция атмосферного поглощения.

Расчёт тумана чаще всего выполняется во фрагментном шейдере, где мы определяем цвета фрагментов. Поэтому эффект добавления цвета тумана будет наблюдаться только в области видимых объектов. Туман не будет виден на «пустых» участках сцены, т.е. он никак не будет влиять на цвет фона. Чтобы добиться целостности восприятия эффекта, следует выбрать цвет фона, соответствующий цвету тумана максимальной плотности.



Реализация модели освещённости предполагает вычисление освещённости в каждой вершине. Далее требуется рассчитать цвет всего полигона. На практике используются три основных метода заливки: *однотонная*, *методом Гуро* и *методом Фонга*. Пиксельное изображение при любом методе закраски формируется одинаковым образом: для каждого фрагмента изображения находят точку модели (или несколько точек, если модель прозрачная), от которой приходит свет, и по интенсивности света и оптическим свойствам поверхности определяют яркость и цвет точки изображения.

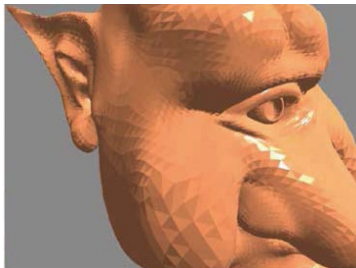
Простейший метод визуализации многоугольной поверхности — это присвоить определённый цвет всем спроектированным точкам поверхности. В этом случае на основе модели освещённости определяются интенсивности трёх RGB-компонентов цвета в такой отдельной точке поверхности, как вершина или центр масс многоугольника. При этом полагают, что нормаль постоянна в пределах своего треугольника. Данный подход, называемый однотонной закраской известной также как закраска с постоянной интенсивностью, или равномерное (плоское) затенение (flat shading), предлагает быстрый и простой метод отображения многоугольных граней объекта, что может быть использовано для быстрого получения общего внешнего вида криволинейной поверхности. Визуализация плоских поверхностей многоугольника позволяет точно отобразить поверхность, если справедливы все следующие предположения:

- ▶ Триангуляционная сетка является реальной моделируемой поверхностью, а не аппроксимацией последней.
- ▶ Все источники, освещающие многоугольник, расположены достаточно далеко от поверхности, так что  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{l}$  постоянно и функция затухания равна константе на поверхности многоугольника.
- ▶ Точка наблюдения достаточно удалена от многоугольника, так что произведение  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}$  постоянно по области многоугольника.

Если каждая грань треугольной сетки закрашивается индивидуально, то она отличается от соседних, ориентация которых различна, что приводит к граненому изображению криволинейных поверхностей и помогает увидеть отдельные элементы.

Одна из особенностей зрительной системы человека заключается в том, что она очень чувствительна к малым изменениям оттенка соседних участков изображения. Это явление объясняется характером связи между колбочками и оптическим нервом.

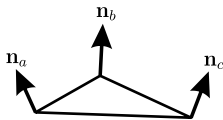
Таким образом, при измельчении сетки различие в закрашивании между смежными треугольниками становится ещё более заметным благодаря эффекту *полос возмущения* (полос Маха, Mach bands), который преувеличивает изменение интенсивности в любой границе, где есть неоднородность по величине интенсивности. На границе между двумя треугольниками тёмный треугольник выглядит более тёмным, а светлый более светлым. Этот эффект ещё более заметен для цветных изображений.



Для устранения такого неприятного эффекта, как полосы Маха, можно использовать интерполированное закрашивание (smooth shading), при котором информация о закрашивании многоугольника линейно интерполируется относительно значений, определённых для его вершин. В порядке увеличивающейся сложности (и реалистичности) модели такого закрашивания известны как закрашивание по методу Гуро и закрашивание по методу Фонга, по именам учёных Генри Гуро (Henri Gouraud) и Фонг Буи Туонг (Phong Vui Tuong), которые их разработали. Оба эти метода сейчас поддерживаются на аппаратном уровне систем машинной графики. В методе Гуро (Gouraud shading) по значениям нормалей в вершинах каждого треугольника определяются интенсивности отраженного света в его вершинах. По интенсивности света  $I_a$ ,  $I_b$  и  $I_c$  в вершинах  $a$ ,  $b$  и  $c$  некоторого треугольника интенсивность отраженного света от любой его внутренней точки определяется формулой

$$I(a, b, c) = aI_a + bI_b + cI_c,$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — барицентрические координаты на плоскости проекции произвольной точки треугольника. Метод Гуро устраняет разрывы, присущие плоской визуализации, но имеет и свои недостатки. Методом Гуро трудно получить чёткие блики, особенно если они небольших размеров.



Метод закраски Фонга основан на интерполяции в пределах каждого треугольника значений нормалей к поверхности. В каждой вершине треугольника  $\mathbf{p}_i$  должна быть вычислена нормаль  $\mathbf{n}_i$  к поверхности отображаемого объекта. Нормали в вершинах имеют свое истинное направление, а в пределах каждого треугольника принимается линейный закон их изменения от вершины к вершине. Пусть в вершинах  $\mathbf{p}_a = (x_a, y_a, z_a)$ ,  $\mathbf{p}_b = (x_b, y_b, z_b)$ ,  $\mathbf{p}_c = (x_c, y_c, z_c)$  некоторого треугольника нормали равны единичным векторам  $\mathbf{n}_a$ ,  $\mathbf{n}_b$ ,  $\mathbf{n}_c$  тогда нормали во внутренних точках треугольника будем вычислять следующим образом:

$$\mathbf{n}(a, b, c) = a\mathbf{n}_a + b\mathbf{n}_b + c\mathbf{n}_c, \quad (18)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — барицентрические координаты на проекционной плоскости произвольной точки  $\mathbf{p} = (x, y, z)$  треугольника.

Несмотря на то, что векторы  $\mathbf{n}_a$ ,  $\mathbf{n}_b$ ,  $\mathbf{n}_c$  нормированы, вектор  $\mathbf{n}(a, b, c)$  в общем случае не имеет единичной длины и его следует нормировать.

Барицентрические координаты определим из системы уравнений

$$\begin{cases} ax_a + bx_b + cx_c = x, \\ ay_a + by_b + cy_c = y, \\ a + b + c = 1. \end{cases}$$

Значение радиуса-вектора точки треугольника определяется по формуле

$$\mathbf{p}(a, b, c) = a\mathbf{p}_a + b\mathbf{p}_b + c\mathbf{p}_c.$$

Барицентрические координаты  $a$ ,  $b$  и  $c$  в пределах треугольника принимают неотрицательные значения. Если хотя бы одна из барицентрических координат отрицательна, то это означает, что точка лежит за пределами треугольника. При аппроксимации (18) нормали плавно меняют свое направление при переходе от одного треугольника к другому, поэтому на точечных изображениях поверхность выглядит гладкой. Метод Фонга полностью устраняет полосы Маха, однако значительно увеличивает объём вычислений.

