

**РОССИЙСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЯДЕРНЫЙ ЦЕНТР  
ВСЕРОССИЙСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ**

**СУПЕРВЫЧИСЛЕНИЯ  
И  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

**ТРУДЫ XII МЕЖДУНАРОДНОГО СЕМИНАРА**

**11–15 октября 2010 г.**

**под редакцией  
доктора физико-математических наук  
Р. М. Шагалиева**

**РФЯЦ-ВНИИЭФ**

**САРОВ  
2011**

УДК 519.6; 519.7  
ББК 22.18в6  
С 89

**СУПЕРВЫЧИСЛЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.** Труды XII международного семинара / Под ред. Р. М. Шагалиева. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2011. – 418 с.: ил.

ISBN

Сборник содержит доклады, представленные на XII Международном семинаре «Супервычисления и математическое моделирование».

Доклады отражают тематику семинара:

- Численное моделирование задач механики сплошной среды;
- Численное моделирование процессов переноса частиц и излучения, решение задач физики плазмы;
- Численное моделирование процессов детонации взрывчатых веществ;
- Применение математического моделирования в интересах ведущих отраслей промышленности;
- Высокопроизводительные вычислительные системы;
- Системное ПО для многопроцессорных ЭВМ;
- Алгоритмы и программы расчета начальных данных и графической обработки результатов счета.

Сборник докладов рассчитан на широкий круг читателей.

#### **Редакционно-оформительская группа**

Н. А. Янилкина, А. А. Гудкова, И. В. Новичихина, И. А. Аркадьева

ISBN

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2011

**ОРГАНИЗАЦИИ–УЧАСТНИКИ**

Госкорпорация по атомной энергии «РОСАТОМ», г. Москва  
ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров  
ФГУП «РФЯЦ-ВНИИТФ», г. Снежинск  
ФГУП «ВНИИ автоматики», г. Москва  
ОАО «ОКБМ Африкантов», г. Нижний Новгород  
ОАО «СПб АЭП», г. Санкт-Петербург  
ОАО «ГНЦ НИИ атомных реакторов», г. Димитровград  
ФГУП «ГНЦ РФ Институт теоретической и экспериментальной физики, г. Москва  
ОАО НИКИЭТ, г. Москва  
ГНЦ РФ Физико-энергетический институт, г. Обнинск  
ЛАНЛ, США  
СНЛ, США  
ЗАО «Интел А/О», филиал в г. Саров  
ЗАО «Интел А/О», филиал в г. Н. Новгороде  
Филиал частной компании с ограниченной ответственностью НВИДИА Лтд, г. Москва  
НИИ системных исследований РАН, г. Москва  
Институт прикладной математики РАН, г. Москва  
Институт математического моделирования РАН, г. Москва  
Вычислительный центр РАН, г. Москва  
Объединенный институт высоких температур РАН, ОИВТ РАН, г. Москва  
Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, г. Зеленоград  
Институт системного анализа РАН, г. Москва  
Институт математики и механики УрО РАН, г. Екатеринбург  
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск  
Институт математики СО РАН, г. Новосибирск  
Институт автоматизации проектирования РАН, г. Москва  
ОАО «ОКБ Сухого», г. Москва  
ОАО «НПО «САТУРН», г. Рыбинск  
Центральный институт авиационного моторостроения, г. Москва  
ОАО «ГосМКБ «Вымпел» им. И. И. Торопова, г. Москва  
ОАО Конструкторское бюро химавтоматики, г. Воронеж  
ФГУП «ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс», г. Самара  
ЦНИИ «Буревестник», г. Нижний Новгород  
ГУП Конструкторское бюро приборостроения, г. Тула  
ФГУП «ЦНИИ КМ «Прометей», г. Санкт-Петербург  
ЗАО «АвтоМеханика», г. Москва  
МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва  
МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Москва  
МФТИ, г. Москва  
НИЯУ МИФИ, г. Москва  
Казанский федеральный университет, г. Казань  
ННГУ им. Лобачевского, г. Нижний Новгород  
НИИ механики ННГУ, г. Нижний Новгород  
Уральский государственный университет, г. Екатеринбург  
Сибирский государственный аэрокосмический университет им. акад. М. Ф. Решетнева, г. Красноярск  
Обнинский институт атомной энергетики НИЯУ МИФИ, г. Обнинск  
Тульский государственный университет, г. Тула  
ГОУВПО «Мордовский госуниверситет им. Н. П. Огарева», г. Саранск  
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, г. Самара  
ОКБ «Гидропресс», г. Подольск  
ООО «ТЕСИС», г. Москва  
«НИЦ специальных вычислительных технологий», г. Нижний Новгород  
«Информационный вычислительный центр», г. Нижний Новгород

В табл. 6, 7 представлены результаты расчетов по пакету ЛОГОС в виде КГС  $\xi_{\text{обогр}}$  и  $\xi_{\text{пучка}}$  в сравнении с экспериментальными данными и результатами, полученными по коммерческим пакетам. В скобках приведена относительная погрешность.

Таблица 6

КГС  $\xi_{\text{обогр}}$ 

Re	Эксперимент	ЛОГОС	STAR-CD 3.26	ANSYS CFX 11
50 000	15,42	14,72 (-4,5 %)	14,95 (-3,05 %)	12,53 (-18,71 %)
250 000	12,21	11,14 (-8,7 %)	11,39 (-6,72 %)	9,27 (-24,08 %)
450 000	11,21	10,23 (-8,8 %)	10,47 (-6,6 %)	8,44 (-24,68 %)

Таблица 7

КГС  $\xi_{\text{пучка}}$ 

Re	Эксперимент	ЛОГОС	STAR-CD 3.26	ANSYS CFX 11
50 000	16,76	15,88 (-5,1 %)	16,13 (-3,76 %)	13,52 (-19,33 %)
250 000	13,48	12,03 (-10,8 %)	12,30 (-8,75 %)	10,00 (-25,8 %)
450 000	12,45	11,05 (-11,2 %)	11,30 (-9,24 %)	9,11 (-26,81 %)

На рис. 13 для иллюстрации показано расчетное поле скорости в сечении, содержащем ДР, при  $Re = 450\,000$ .

### Литература

1. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992.
2. Denham M. K., Patrick M. A. Laminar Flow Over a Downstream-Facing Step in a Two-Dimensional flow Channel // Trans. Inst. Chemical Engineers. 1974. Vol. 52.
3. Utnes T. Two-equation  $k$ - $\varepsilon$  turbulence computations by the use of a finite element model // Int. J. Numer. Methods Fluids. 1988. Vol. 8.
4. Enayet M. M., Gibson M. M., Taylor I. K., Yianneskis M. Laser-Doppler measurements of laminar and turbulent flow in a pipe bend // Int. J. Heat & Fluid Flow. 1982. Vol. 3.
5. Iaccarino G. Prediction of the turbulent flow in a diffuser with commercial CFD codes. Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs. 2000.

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ СВЕРХЗВУКОВОЙ АЭРОГАЗОДИНАМИКИ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

*Ю. И. Димитриенко, А. А. Захаров, М. Н. Коряков, Е. К. Сыздыков, А. С. Аббакумов*

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

Разработка программного обеспечения для исследования течений в задачах сверхзвуковой и гиперзвуковой аэрогазодинамики перспективных современных летательных аппаратов является актуальной проблемой для отечественной аэрокосмической промышленности. Использование коммерческих пакетов вычислительной механики жидкости и газа, например, пакета ANSYS CFX, для решения подобного класса задач не всегда позволяет получить адекватное решение: в ряде случаев можно обнаружить, что решение «разваливается», и для применения пакета приходится специаль-

ным образом настраивать начальные и граничные условия, а также эмпирически подбирать такие параметры, как шаг по времени, количество итераций для разрешения уравнений неявной схемы, критерий сходимости и т. п. Кроме того, хорошо известно, что ни один из вычислительных методов не обладает абсолютными преимуществами по качеству получаемого решения и не является универсальным, пригодным для всего широкого набора задач газовой динамики.

В работе описывается разработанный авторами программный комплекс «Сигма», который позволяет проводить моделирование двумерных плоских, осесимметричных и трехмерных течений идеального и вязкого газа в областях сложной криволинейной формы и имеет структуру, подобную общим системам обеспечения газодинамических расчетов [1–2]. Программный комплекс «Сигма» включает в себя полный набор программных подсистем, которые требуются для проведения газодинамических расчетов. Компоненты программного комплекса являются независимыми программными продуктами, реализованными с помощью объектно-ориентированного подхода, и поддерживают возможность создания расширений. В состав программного комплекса входят: 1) препроцессор, который состоит из модуля геометрического моделирования, позволяющего генерировать достаточно широкий диапазон трехмерных геометрических областей; модуля задания свойств, типов границ и областей; модуля генератора регулярных геометрически-адаптивных [3] сеток; 2) расчетного модуля, позволяющего проводить вычисления для сверхзвуковых потоков; 3) постпроцессора, позволяющего визуализировать результаты решения и проводить их дальнейший анализ.

В генераторе геометрических областей расчетная область строится из набора исходных блоков (примитивов) путем их составления и последующего деформирования с помощью изменения координат опорных точек на граничных поверхностях примитивов (рис. 1). В качестве исходных примитивов в пакете «Сигма» реализованы: 6-поверхностный криволинейный блок, цилиндрический сектор «с вырезанной серединой» и цилиндрическая область (O-грид элемент).

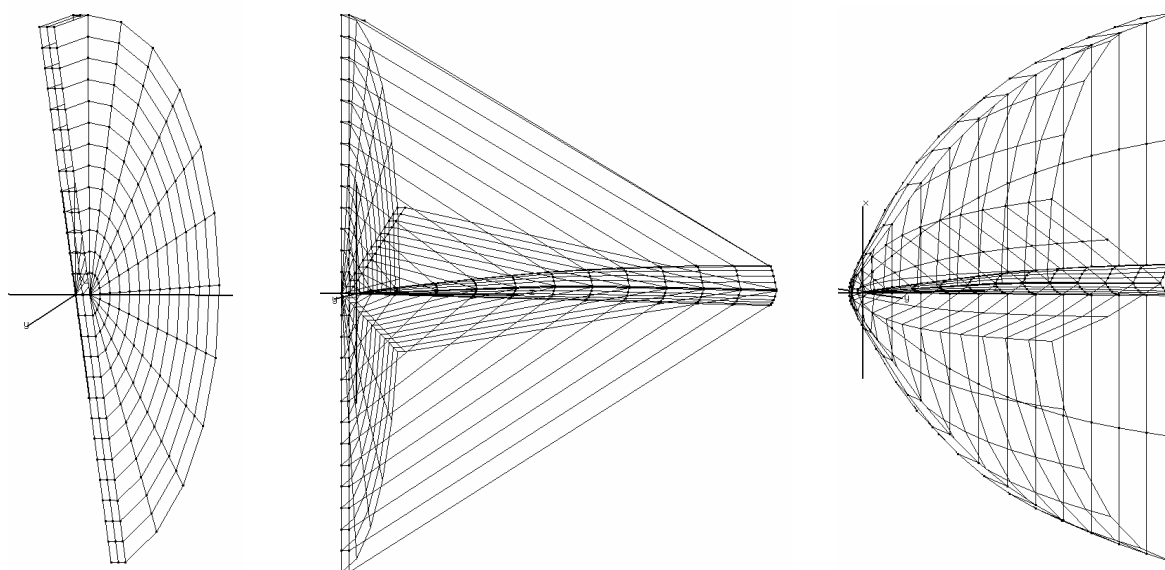


Рис. 1. Пример генерации области внешнего обтекания корпуса летательного аппарата

Для построенных областей криволинейных блоков и их границ в интерфейсе препроцессора проводится инициализация типов начальных и граничных условий, достаточных для проведения широкомасштабного моделирования.

Уравнения граничных поверхностей блоков записываются в параметрической форме. Для компьютерного задания таких поверхностей применяются методы интерполяции линейными  $p_{JK}^1(t, \tau) = \mathbf{l}(t) \cdot \mathbf{S}_{JK}^1 \cdot \mathbf{l}^T(\tau)$  и кубическими  $p_{JK}^3(t, \tau) = \mathbf{c}(t) \cdot \mathbf{S}_{JK}^3 \cdot \mathbf{c}^T(\tau)$  поверхностными сплайнами [4], которые строятся по введенным при построении координатам опорных точек.

Для генерации адаптивной сетки вводится трехмерная неортогональная система координат  $X^j$ , которую будем называть адаптивной системой координат, как система координат, в которой границы криволинейного блока являются координатными поверхностями. Для перехода к этим координатам  $x^i = F^i(X^j)$  был выбран следующий явный вид алгебраического преобразования, которое относится к лагранжевым координатным преобразованиям методов трансфинитной интерполяции [5]:

$$\begin{aligned} F^i(X^1, X^2, X^3) &= P^i(X^1, X^2, X^3) - [1 - \alpha(X^1)] [P^i(X_{\min}^{1,k}, X^2, X^3) - x_f^i(X^2, X^3)] - \\ &\quad - \alpha(X^1) [P^i(X_{\max}^{1,k}, X^2, X^3) - x_e^i(X^2, X^3)], \\ P^i(X^1, X^2, X^3) &= T^i(X^1, X^2, X^3) - [1 - \alpha(X^2)] [(T^i(X^1, X_{\min}^{2,k}, X^3) - x_d^i(X^1, X^3)] - \\ &\quad - \alpha(X^2) [T^i(X^1, X_{\max}^{2,k}, X^3) - x_b^i(X^1, X^3)], \\ T^i(X^1, X^2, X^3) &= (1 - \alpha(X^3)) x_a^i(X^1, X^2) + \alpha(X^3) x_c^i(X^1, X^2), \end{aligned}$$

Переходные функции вида  $\alpha(X^j) = (X^j - X_{\min}^{j,k}) / (X_{\max}^{j,k} - X_{\min}^{j,k})$  обеспечивают равномерное распределение узлов в области. Преимуществами данного метода генерации геометрически адаптивных сеток являются быстрота, относительная простота записи формул для самого преобразования и для его производных (якобианов, гессианов); отсутствие дополнительных условий на сопряжение блоков.

Для сгущения узлов вблизи границ вводится предварительное преобразование  $X(\xi): \Xi^3 \rightarrow X^3$  исходной равномерной сетки в неравномерную, сгущающуюся по заданному закону в адаптивных координатах. В программе используются 3 функции [5], управляющие сгущением узлов (рис. 2):

$$\begin{aligned} c &= 1 - \varepsilon^k + b(1 - x_1), \quad X_5(\xi, \varepsilon) = \varepsilon^k \left( (1 + \varepsilon^{-k})^\xi - 1 \right), \\ X_1(\xi, \varepsilon) &= \begin{cases} -\frac{\varepsilon}{b} \ln(1 - c\xi), & 0 \leq \xi \leq \xi_1, \\ \xi_1 = (1 - \varepsilon^k) / c, \\ x_1 + c(\xi - \xi_1) / b, & \xi_1 \leq \xi \leq 1, \\ x_1 = \frac{1}{b} \varepsilon^k \ln \varepsilon^{-k}, \end{cases} \\ X_2(\xi, \varepsilon) &= \begin{cases} \varepsilon^k \left( (1 - c\xi)^{-\frac{1}{m}} - 1 \right), & 0 \leq \xi \leq \xi_2, \quad \xi_2 = \frac{1}{c} \left( 1 - \varepsilon^{\frac{k}{m+1}} \right), \\ x_2 + \frac{c}{m} (\xi - \xi_2), & \xi_2 \leq \xi \leq 1, \quad x_2 = \varepsilon^{\frac{k}{m+1}}, \quad c = 1 - \varepsilon^{\frac{k}{m+1}} + m(1 - x_2), \end{cases} \end{aligned}$$

где  $k, b, m, \varepsilon = \text{const} > 0$ .

Объединение локальных сеток криволинейных блоков в глобальную сетку основывается на методе ленточных адаптивных сеток [6–7]. Суть его состоит во введении одноиндексной нумерации узлов глобальной сетки и построения специального списка для такой нумерации подобно тому, как это производится в методах конечных элементов. В результате в памяти компьютера хранится единый сплошной массив данных, на элементы которого можно ссылаться по одному индексу – глобальному номеру узла.

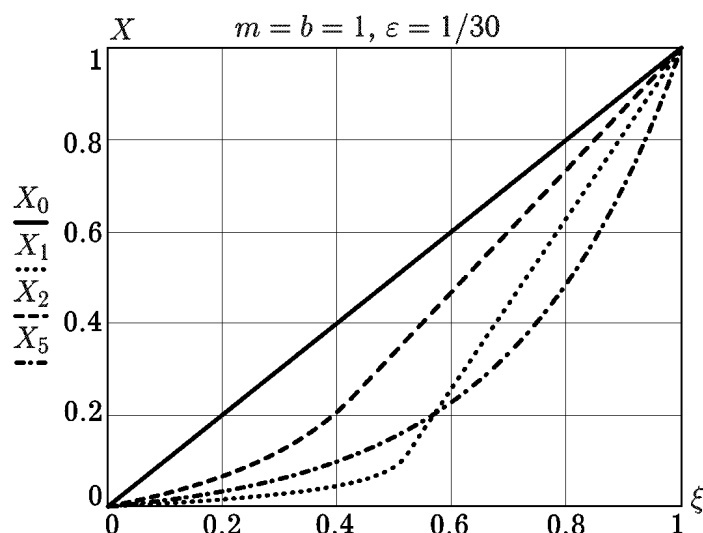
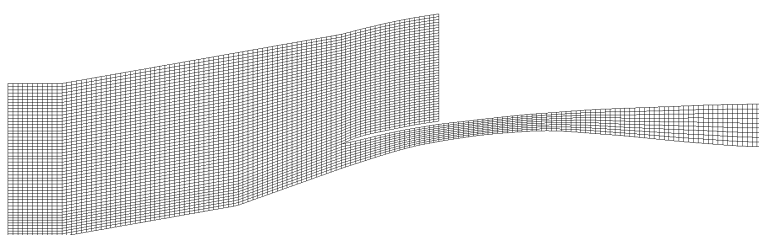
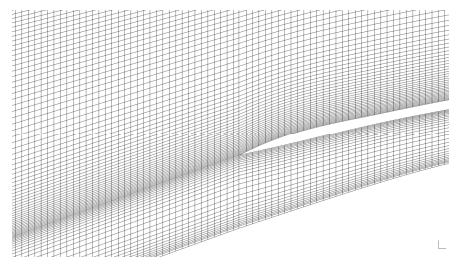


Рис. 2. Графики функций, управляющих сгущением узлов,  $k = 1$  для функций  $X_1$  и  $X_5$ ,  $k = 0,5$  для функции  $X_2$

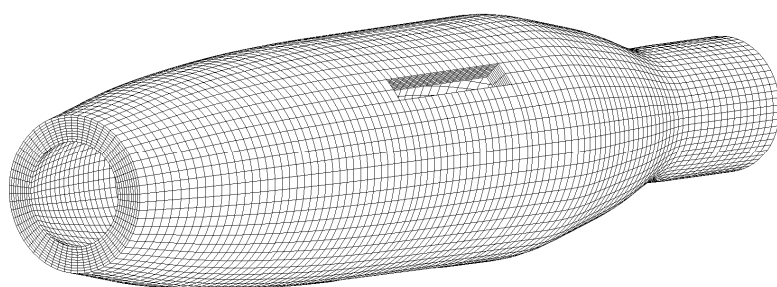
На рис. 3 представлены некоторые результаты генерации двумерных осесимметричных и трехмерных сеток для областей внешнего и внутреннего течений в каналах сверхзвуковых и гиперзвуковых воздухозаборников: сетка для двухступенчатого воздухозаборника (рис. 3а), сетка со сгущением вблизи поверхности обечайки и центрального тела канала воздухозаборника (рис. 3б), трехмерная сетка для внутреннего канала воздухозаборника с учетом пилонов (рис. 3в), О-образной сетка для областей внутренних течений в РДТТ (рис. 3г).



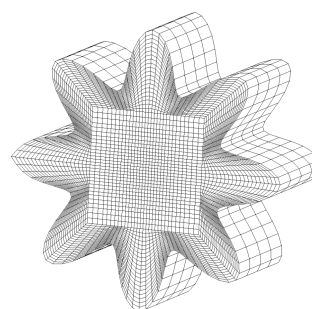
а – адаптивная сетка без сгущения



б – со сгущением



в – трехмерная сетка без сгущения



г – О-образная сетка

Рис. 3. Двумерные осесимметричные и трехмерные адаптивные сетки для областей внешнего обтекания и внутреннего течения в канале воздухозаборника и О-образная сетка

В расчетном модуле использовались два класса стандартных математических моделей ламинарных течений – это системы уравнений динамики идеального газа и система уравнений Навье – Стокса с учетом теплопроводности газа с начальными и граничными условиями на границах жесткой стенки, дозвуковых и сверхзвуковых границах входа и выхода потока, границе симметрии:

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0,$ $\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p \mathbf{E}) = 0,$ $\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho \varepsilon + p) \mathbf{v}) = 0,$ $\varepsilon = c_V \theta + \frac{ \mathbf{v} ^2}{2}, p = \rho B \theta.$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0,$ $\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} + p \mathbf{E} - \mathbf{T}_v) = 0,$ $\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho \varepsilon + p) \mathbf{v} - \mathbf{T}_v \cdot \mathbf{v} + \mathbf{q}) = 0,$ $\mathbf{T}_v = \mu_1 (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{E} + \mu_2 (\nabla \otimes \mathbf{v} + \nabla \otimes \mathbf{v}^T), \quad \mathbf{q} = -\lambda \nabla \theta.$
Граничные условия	
Жесткая стенка: $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$	Жесткая стенка $\mathbf{v} = 0, -\lambda \nabla \theta \cdot \mathbf{n} = q_e$
$(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \leq 0,  \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}  > a): \rho = \rho_\infty, \mathbf{v} = \mathbf{v}_\infty, p = p_\infty$	$(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \leq 0,  \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}  > a): \rho = \rho_\infty, \mathbf{v} = \mathbf{v}_\infty, p = p_\infty$
$(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \geq 0,  \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}  < a): p = p_g$	$(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \geq 0,  \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}  > a): \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0$
Граница симметрии: $\frac{\partial \rho}{\partial n} = 0, \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0, \frac{\partial v_{\tau_I}}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0$	
Начальные условия	
$t = 0: \rho(0, \mathbf{x}) = \rho_s(\mathbf{x}), \mathbf{v}(0, \mathbf{x}) = \mathbf{v}_s(\mathbf{x}), p(0, \mathbf{x}) = p_s(\mathbf{x}).$	

Расчетный модуль позволяет проводить моделирование на основе явных конечно-разностных схем типа Мак-Кормака и TVD, модифицированных для расчетов на адаптивных сетках. Эти разностные схемы хорошо апробированы и достаточно эффективны при решении подобного класса задач, имеют второй порядок точности на гладких решениях. Схема типа TVD позволяет использовать более крупный временной шаг, чем схема типа Мака-Кормака, однако схема типа Мак-Кормака примерно на порядок быстрее проводит расчет одного временного слоя, чем схема типа TVD. Одна из реализаций схемы на основе метода TVD в криволинейных неортогональных системах координат, использованная в программе, имеет вид:

$$\mathbf{U}_\eta^{n+1} = \mathbf{U}_\eta^n - \sum_{i,j=1}^3 \lambda_\eta^j (\tilde{\mathbf{V}}_{\eta+1/2}^{i,j,n} - \tilde{\mathbf{V}}_{\eta-1/2}^{i,j,n}), \quad \lambda_\eta^j = 2 \cdot \Delta t / (X_{\eta+}^j - X_{\eta-}^j),$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{\eta+1/2}^{i,j,n} = 0,5 \cdot (\mathbf{V}_\eta^{i,n} \cdot P_{i,\eta}^j + \mathbf{V}_{\eta+}^{i,n} \cdot P_{i,\eta}^j + \mathbf{R}_{\eta+1/2}^{i,n} \cdot \Phi_{\eta+1/2}^{i,j,n} / \lambda_\eta^j),$$

$$\Phi_{\eta+1/2}^{i,j,m} = g_\eta^{i,m} + g_{\eta+}^{i,m} - \Psi(\lambda_\eta^j \cdot \tilde{a}_{\eta+1/2}^{i,m} + \gamma_{\eta+1/2}^{i,m}) \cdot \alpha_{\eta+1/2}^{i,m},$$

$$g_\eta^{i,m} = s_{\eta+1/2}^{i,m} \cdot \max[0, \min(|\tilde{g}_{\eta+1/2}^{i,m}|, \tilde{g}_{\eta-1/2}^{i,m} \cdot s_{\eta+1/2}^{i,m})] \quad s_{\eta+1/2}^{i,m} = \text{sign}(\tilde{g}_{\eta+1/2}^{i,m}),$$

$$\tilde{g}_{\eta+1/2}^{i,m} = 0,5 \cdot [\Psi(\lambda_\eta^j \cdot \tilde{a}_{\eta+1/2}^{i,m}) - (\lambda_\eta^j \cdot \tilde{a}_{\eta+1/2}^{i,m})^2] \cdot \alpha_{\eta+1/2}^{i,m},$$

$$\gamma_{\eta+1/2}^{i,m} = \begin{cases} \frac{g_{\eta+}^{i,m} - g_\eta^{i,m}}{\alpha_{\eta+1/2}^{i,m}}, & \alpha_{\eta+1/2}^{i,m} \neq 0; \\ 0, & \alpha_{\eta+1/2}^{i,m} = 0; \end{cases} \quad \Psi(z) = \begin{cases} |z|, & |z| \geq \varepsilon; \\ (z^2 + \varepsilon^2) / 2\varepsilon, & |z| < \varepsilon; \end{cases}$$

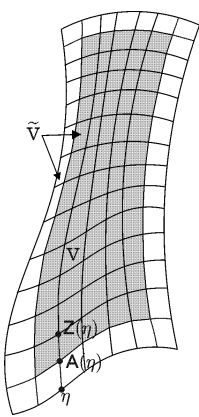
$$\tilde{a}_{\eta+1/2}^{i,m} = a_{\eta+1/2}^{i,m} \cdot P_{i,\eta}^j, \quad a_\eta^{i,1} = \bar{v}_\eta^i - c_\eta, \quad a_\eta^{i,2} = a_\eta^{i,3} = a_\eta^{i,4} = \bar{v}_\eta^i, \quad a_\eta^{i,5} = \bar{v}_\eta^i + c_\eta, \quad c_\eta^2 = \gamma p_\eta / \rho_\eta.$$

где  $\eta$  – узел в котором находится решение,  $\mathbf{U}$  – вектор газодинамических переменных,  $\tilde{\mathbf{V}}$  – функция численного потока,  $P_{i,j}^k = \frac{\partial X^j}{\partial X^k}$  – компоненты матрицы Якоби перехода от адаптивных к физиче-

ским координатам,  $\mathbf{R}$  – матрица правых собственных векторов. Более подробно расшифровка обозначений и значений компонент векторов и матриц содержится в [3, 6–8].

Использовались дивергентные виды записи систем уравнений в адаптивных координатах, обеспечивающие консервативность разностных схем, построенных на их основе, а также недивергентные виды записи систем уравнений, в которых появлялись коэффициенты в виде матриц Якоби  $P_i^j$  при конвективных производных. В ходе исследований было получено, что для некоторых задач можно использовать и неконсервативные схемы: потери точности сохранения балансов интегральных расходов по массе и энергии есть, но они не так велики (менее 10 %) и ими можно пренебречь, однако выгода от недивергентных схем чрезвычайно существенна, поскольку дивергентные схемы очень требовательны к качеству сетки. В то же время этой особенности нет у неконсервативных схем, они позволяют использовать кусочно-гладкие сетки. Для учета вязкостных членов применялись методы расщепления сначала по физическим процессам, а затем по координатным направлениям.

Численная аппроксимация граничных условий осуществлялась на основе метода фиктивных ячеек, который, как и используемые разностные схемы, обеспечивает второй порядок точности. Для расчетной области  $V$  вводились дополнительные внешние слои фиктивных ячеек и разностные операторы для граничных узлов (рис. 4). Для разностного шаблона схемы Мак-Кормака аппроксимация имела следующий вид:

 <p>Рис. 4. Добавление фиктивных ячеек</p>	Жесткая стенка:	$\rho_\eta = \rho_{Z(\eta)}; v_{\tau_I \eta} = v_{\tau_I Z(\eta)}, I = 1, 2; v_{n\eta} = -v_{nZ(\eta)};$ $p_\eta = p_{Z(\eta)};$
	$(v_n \leq 0,  v_n  > a) :$	$\rho_\eta = 2\rho_n - \rho_{Z(\eta)}; v_\eta^j = 2v_n^j - v_{Z(\eta)}^j;$ $p_\eta = 2p_n - p_{Z(\eta)}.$
	$(v_n \geq 0,  v_n  > a) :$	$\rho_\eta = \rho_{Z(\eta)}; v_\eta^j = v_{Z(\eta)}^j; p_\eta = p_{Z(\eta)}.$
	$(v_n \geq 0,  v_n  < a) :$	$\rho_\eta = \rho_{Z(\eta)}; v_\eta^j = v_{Z(\eta)}^j; p_\eta = 2p_g - p_{Z(\eta)}.$
	Граница симметрии:	$\sum_{i=1}^3 n_\eta^i \frac{h_{A(\eta)+} - h_{A(\eta)-}}{X_{A(\eta)+}^i - X_{A(\eta)-}^i} = 0; v_{n\eta} = -v_{nZ(\eta)};$ $h = \{\rho, v_{\tau_I}, p\}; I = 1, 2.$

Интерфейс расчетного модуля позволяет вводить граничные условия первого рода и второго рода типа мягких граничных условий.

Расчетный модуль поддерживает возможность ведения расчета до определенного момента времени, сохранения результатов расчета через заданные интервалы времени и возобновления расчета с сохраненного состояния. Вывод результатов может производиться целиком для всей расчетной области, а также в отдельных сечениях и точках. Имеется поддержка интеграции с программами постпроцессорной обработки данных.

Проводилось классическое тестирование программного комплекса на одномерных задачах распада разрыва, а также на двумерных тестовых задачах распространения ударной волны в каналах с прямым уступом и с клинообразным сужением путем сравнения с известными численными решениями. Установлено, что используемые разностные схемы не сильно размазывают разрывы, скорости распространения разрывов и углы отражения ударных волн достаточно хорошо согласуются с известными решениями.

На рис. 5 представлены некоторые результаты моделирования течений в областях сверхзвуковых осесимметричных воздухозаборников. Рассматривались области внешнего обтекания и входной части канала, при решении задачи в идеальной постановке с достаточно хорошим качеством выявлялась характерная система косых скачков уплотнения, возникающая при втекании сверхзвукового потока в канал (рис. 5а). Трехмерный расчет проводился для оценки влияния пилонов на

внутреннее течение в канале. Было показано, что выбранная модель геометрии пилонов достаточно сильно влияла на поток, образовывались области локального повышения плотности, температуры и давления (рис. 5г, д). Проводились расчеты течения в области полного канала как при условиях свободного (сверхзвукового) выхода потока из канала (рис. 5е, ж), так и на режимах дросселирования.

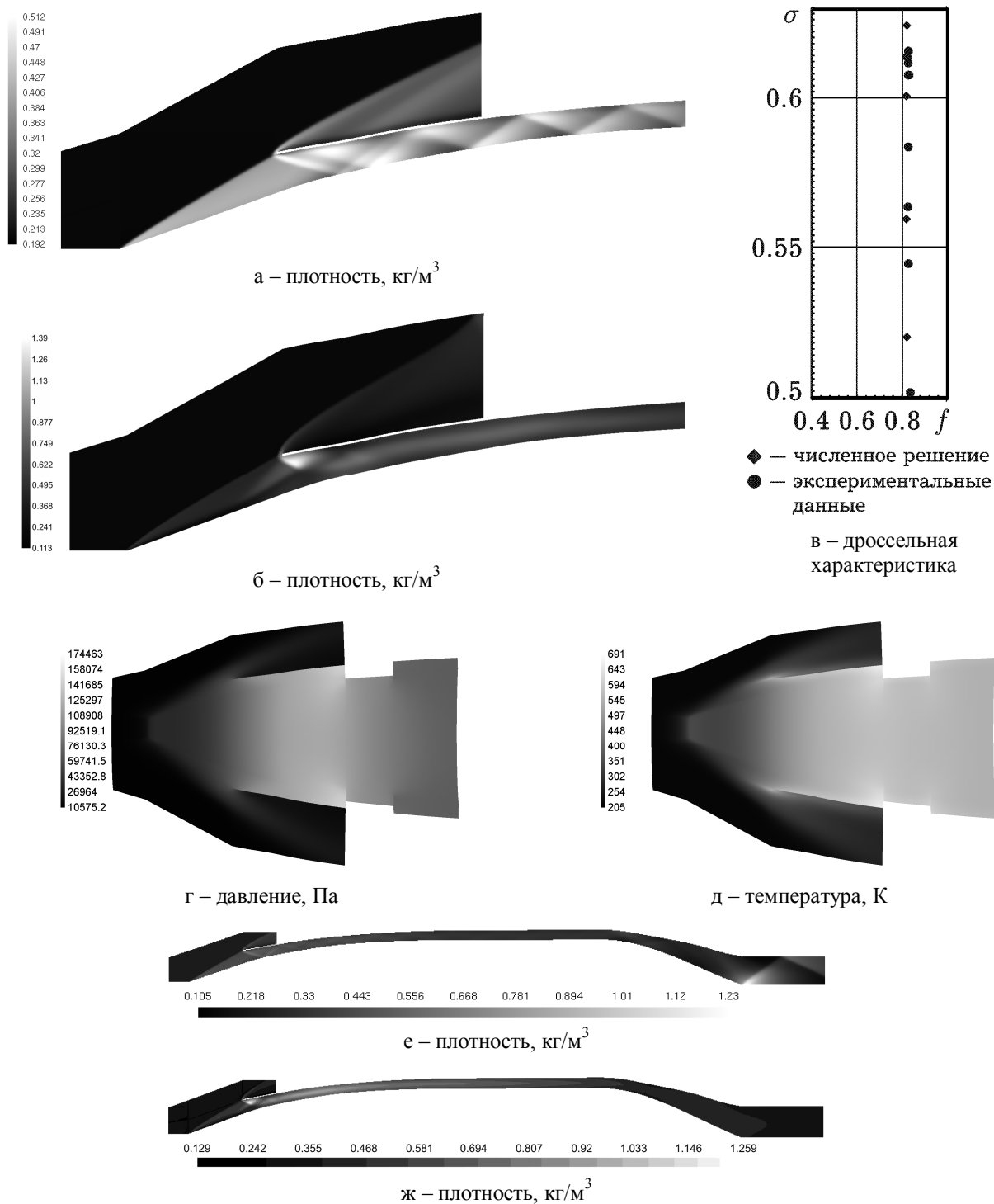


Рис. 5. Результаты численного решения задачи торможения идеального (а, в, г, д, е) и вязкого (б, ж) газа в канале сверхзвукового воздухозаборника

Использованная методика расчета позволяла выявлять критические режимы, когда замыкающий прямой скачок в канале воздухозаборника устанавливается медленно, а также режимы помпажа в канале, когда прямой скачок выбивался из канала в область внешнего обтекания. По этим данным была построена дроссельная характеристика воздухозаборника (рис. 5в), которая показала достаточно хорошую точность расчетов при сравнении с экспериментальными данными: относительная погрешность составила не более 2 % при сравнении данных по значению коэффициента расхода, угловая точка дроссельной характеристики, полученная в расчетах, превышала экспериментальную менее чем на 12 %.

Для распараллеливания алгоритмов генерации сетки и численного решения использовались методы геометрического параллелизма и SPMD-модель вычислений [8]. При программной реализации применялись библиотеки MPI 1.1 и OpenMP 2.0.

#### Основные выводы и результаты работы:

1) Разработан программный комплекс «Сигма», который включает в себя все компоненты, которые требуются для проведения многомерных нестационарных газодинамических расчетов в областях сложной формы с криволинейными границами.

2) Проведена апробация программного комплекса «Сигма» при решении тестовых задач о распаде разрыва, о распространении ударной волны в прямоугольном канале с уступом и клином.

3) Проведено двумерное осесимметричное и трехмерное численное моделирование течений газа в сверхзвуковом воздухозаборнике, показавшее, что с помощью программного комплекса «Сигма» можно получать распределения параметров течения газа в многомерных областях сложной криволинейной формы. Сравнение с экспериментальными данными показало достаточно хорошую точность расчетных данных на дроссельной характеристике воздухозаборника.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ 09-08-00323-а, 09-08-13791-офи\_ц и гранта Президента РФ поддержки молодых ученых МК-4234.2010.8.

#### Литература

1. Иванов И. Э., Крюков И. А., Терехов И. В. Объектно-ориентированная программная система подготовки данных и визуализации результатов газодинамических расчетов // Математическое моделирование. 2001. Т. 13. № 7. С. 110–115.

2. Иванов И. Э., Крюков И. А., Терехов И. В. Особенности построения программной системы обеспечения газодинамических расчетов // Математическое моделирование. 2002. Т. 14. № 8. С. 28–30.

3. Гильманов А. Н. Методы адаптивных сеток в задачах газовой динамики. М.: Физматлит, 2000.

4. Никулин Е. А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики. СПб.: БХВ-Петербург, 2005.

5. Лисейкин В. Д. Метод алгебраической адаптации // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1998. Т. 3. № 10. С. 1692–1709.

6. Димитриенко Ю. И., Захаров А. А. Метод ленточных адаптивных сеток в газовой динамике. М.: Изд-во НТЦ Университетский, 2008.

7. Захаров А. А. Математическое моделирование газовых потоков в областях сложной формы методом ленточных адаптивных сеток: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2009.

8. Harten A. High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws // J.Comp.Phys. 1983. Vol. 49. P. 357–393.

9. Димитриенко Ю. И., Захаров А. А., Коряков М. Н. Разработка технологий параллельных вычислений для решения многомерных нестационарных задач газовой динамики // Аэрокосмические технологии: Сб. науч. тр. М., 19–20 мая, 2009. С. 142–145.

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Авдеев М. П., Залялов Н. Н.</i> Программное обеспечение мониторинга системных ресурсов для современных мультипроцессорных систем .....	4
<i>Адрианов А. Л.</i> О взаимовлиянии краевого эффекта и фактора вязкости-теплопроводности в задаче проникновения скачка уплотнения в сдвиговый слой .....	9
<i>Александров В. Л., Егорова Т. М., Исламгулова С. Е., Зуева Л. М., Могиленских Д. В., Тайнов А. И., Фролова Н. Л.</i> Некоторые результаты адаптации и развития по SALOME для решения задачи формирования и расчета начальных данных .....	17
<i>Алексеев А. В., Ванеев Ю. Е., Гомин Е. А., Марин С. В., Марихин Н. Ю., Шумков Д. Ю.</i> Разработка прецизионных программных средств для имитаторов активных зон исследовательских реакторов .....	21
<i>Амелюшина А. Г., Литвиненко Л. Д., Образцов Е. П.</i> Создание моделей систем первого контура аэс с ввэр средствами рк ратег в среде MBTU .....	28
<i>Аношин М. А., Габзетдинова Л. Я., Куратов С. Е., Ольхов О. В., Соколов С. С., Шувалова Е. В., Козлов Е. А., Таржанов В. И.</i> Численное моделирование процессов разрушения в экспериментах с нагружаемыми ударной волной клиновидными образцами .....	31
<i>Аношин М. А., Габзетдинова Л. Я., Куратов С. Е., Ольхов О. В., Соколов С. С., Шувалова Е. В., Козлов Е. А., Таржанов В. И.</i> Численное моделирование процессов разрушения в экспериментах с обжимаемыми шарами .....	38
<i>Бабаков А. В.</i> Математическое моделирование пространственно-нестационарных задач аэродинамики на вычислительных комплексах параллельной архитектуры .....	44
<i>Бахтерев М. О., Васев П. А.</i> Методы распределенных вычислений на основе модели потока данных .....	51
<i>Бетелин В. Б., Никитин В. Ф., Кушниренко А. Г., Смирнов Н. Н.</i> Моделирование смесеобразования и горения в двигателях .....	54
<i>Близнюк Г. Г., Будникова С. С., Логинов И. А., Пажин Д. Г., Семенова С. Е., Шутова Н. А.</i> Система сбора и обработки информации о счете задач и работе неоднородного вычислительного комплекса «СТАТ-НВК» .....	61
<i>Богданов А. А., Залялов Н. Н.</i> Система мониторинга для высокопроизводительных мультипроцессорных систем .....	70
<i>Бондаренко Ю. А.</i> О сохранении каноничности и фазового объема в вариационных конечно-разностных схемах газовой динамики .....	75
<i>Веселов Р. А.</i> Модуль параллельной визуализации «Эпиграф» .....	83
<i>Воронин Б. Л., Грушин С. А., Житник А. К., Залялов А. Н., Копкин С. В., Крючков И. А., Малькин А. Г., Огнев С. П., Рослов В. И., Рыбкин А. С., Степаненко С. А., Шагалиев Р. М., Южаков В. В.</i> Программно-аппаратные комплексы на базе вычислительных систем с арифметическими ускорителями для моделирования методом Монте-Карло и методом молекулярной динамики .....	88
<i>Гинкин В. П., Ганина С. М., Чернов К. Г.</i> Неравновесная модель для расчета процесса кристаллизации двухкомпонентных расплавов .....	94
<i>Гинкин В. П., Гинкина О. М., Ганина С. М.</i> Математическое моделирование процесса выращивания биокристаллов методом свободной диффузии .....	102

<i>Голубев В. И., Квасов И. Е., Петров И. Б.</i> Численное моделирование волновых процессов в гетерогенных средах .....	110
<i>Гордеев Д. Г., Голубкова Е. Ф., Гударенко Л. Ф., Куделькин В. Г., Сапронова О. В.</i> Современное состояние пакета программ УРС-ОФ для расчета термодинамических и механических свойств веществ .....	115
<i>Грабовенская С. А., Шестаков А. А.</i> Анализ некоторых схем для решения уравнения переноса излучения квазидиффузионным методом .....	118
<i>Гусев А. Н., Зайцев А. В., Иваха В. В., Юдаков С. В.</i> Обзор перспективных задач по тематике управляемого авиационного вооружения для решения в пакете программ «ЛЭГАК-ДК» .....	127
<i>Гущин В. А., Матюшин П. В.</i> Математическое моделирование пространственных отрывных течений жидкости .....	134
<i>Денисова О. В., Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С., Зеленский Д. К., Голубев А. А., Кривонос А. С., Корнеева А. В., Рябов Е. И., Циберева Ю. А., Шаменок И. О., Шишов А. В., Крутиков А. А., Свешников Д. Н., Будников А. В.</i> Пакет программ ЛОГОС для расчета задач тепломассопереноса на суперЭВМ. Результаты верификационных расчетов задач гидравлики в интересах атомной энергетики .....	141
<i>Димитриенко Ю. И., Захаров А. А., Коряков М. Н., Сыздыков Е. К., Аббакумов А. С.</i> Разработка программного обеспечения для математического моделирования в задачах сверхзвуковой аэрогазодинамики перспективных летательных аппаратов .....	148
<i>Дмитриев Н. А., Стрюков В. Н., Лашманов В. Н., Черных С. О., Шатохин А. В., Шмаков Е. Л.</i> Сервисная подсистема универсальной компактной суперЭВМ .....	156
<i>Дьянов Д. Ю., Корсакова Е. И., Симонов Г. П., Циберев К. В., Шувалова Е. В.</i> Результаты верификации моделей упругопластического деформирования и разрушения, реализованных в пакете программ ЛЭГАК-ДК .....	163
<i>Егоров Д. Л., Кузнецов С. А.</i> Влияние ориентации прямоугольного штампа при контакте с круглой пластиной .....	173
<i>Жмайло В. А., Панов А. И., Соболев И. В., Соколов С. С.</i> Трехмерная лагранжева методика расчета течений неравновесной разреженной плазмы в магнитном поле .....	182
<i>Жуков Д. А., Вялухин В. М., Басалов В. Г.</i> Особенности реализации коммуникационного программного обеспечения КС-ЭВМ при использовании бескоммутаторной технологии .....	188
<i>Зайцев Ф. С., Костомаров Д. П., Сучков Е. П.</i> Восстановление границы тороидальной плазмы по данным магнитной диагностики .....	193
<i>Зайцев Ф. С., Сычуглов Д. Ю., Шишкин А. Г., Лукаш В. Э., Митришкин Ю. В., Хайрутдинов Р. Р., Докука В. Н., Семенов И. Б., Лукьяница А. А., Зотов И. В., Нефедов В. В., Степанов С. В., Сучков Е. П., Унучек С. А.</i> Концепция комплекса имитационного моделирования «Виртуальный токамак с системами управления плазмой» .....	194
<i>Карпенко С. Н., Дергунов А. В.</i> Программные средства повышения производительности MPI-приложений .....	195
<i>Киселев А. Б., Захаров П. П.</i> Математическое моделирование процессов необратимого динамического деформирования и разрушения повреждаемых материалов и конструкций .....	202
<i>Климов А. В., Окунев А. С., Левченко Н. Н.</i> Автоматическое распараллеливание линейных циклов путем трансляции в язык потока данных .....	208

<i>Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Голубев А. А., Денисова О. В., Лашкин С. В., Жучков Р. Н., Тарасова Н. В., Сизова М. А.</i> Многофункциональный пакет программ ЛОГОС для расчета задач гидродинамики и тепломассопереноса на суперЭВМ: базовые технологии и алгоритмы .....	215
<i>Кремнев И. С., Образцов Е. П.</i> Создание интерфейсов для расчетных теплогидравлических кодов .....	230
<i>Крючков И. А., Копкин С. В.</i> Программный комплекс моделирования методом молекулярной динамики для гибридных вычислительных систем .....	234
<i>Кудрявцев И. А., [Соколов Е. Ю.]</i> Комплексное моделирование паротурбинной установки в составе моделирующего комплекса АЭС .....	242
<i>Кузнецов С. А., Старожилова О. В.</i> Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния гибких многослойных оболочек из неоднородного материала ...	248
<i>Лаврентьев М. М., Романенко А. А.</i> Возможности современных аппаратных архитектур для ускорения расчетов .....	251
<i>Максимов Ф. А.</i> Моделирование обтекания пространственных тел с поперечным сечением в виде эллипса .....	257
<i>Мержиевский Л. А., Корчагина А. Н.</i> Численное моделирование нелинейных эффектов диффузии и теплопроводности .....	264
<i>Певная П. И., Тихомиров Б. П.</i> О некоторых сопряженных задачах нелинейной теплопроводности в думерных осесимметричных и плоских областях .....	270
<i>Петрик А. Н., Еремин Е. В.</i> Система инсталляции и настройки системного программного обеспечения многопроцессорных вычислительных систем «СПРУТ» .....	277
<i>Половникова Т. Н., Воропинов А. А.</i> Опыт использования библиотек SCOTCH и METIS для декомпозиции неструктурированных сеток в методике «ТИМ» .....	282
<i>Понятский В. М.</i> Способ повышения помехоустойчивости робототехнической системы .....	288
<i>Резова Т. В., Мышкина И. Ю., Спиридонов В. Ф., Циберев К. В.</i> Пакет программ ЛЭГАК. Алгоритм решения связанных задач газодинамики и прочности на основе метода штрафных функций .....	300
<i>Рыбкин А. С., Залялов А. Н., Малькин А. Г., Огнев С. П., Рослов В. И.</i> Программный комплекс на базе гибридных вычислительных систем для расчета критических параметров методом Монте-Карло .....	310
<i>Савченко А. Ю., Образцов Е. П.</i> Импорт проектных данных в моделирующий комплекс .....	316
<i>Семенов И. В., Меньшов И. С., Уткин П. С., Ахмедьянов И. Ф., Марков В. В.</i> Математическое моделирование задач внутренней баллистики на многопроцессорных ЭВМ .....	320
<i>Стриханов М. Н., Аджиев В. Д., Дегтяренко Н. Н., Маликова Е. Е., Матвеева Н. А., Пасько А. А., Пилюгин В. В.</i> Научная визуализация в анализе результатов компьютерного моделирования наноструктур .....	324
<i>Стрюков В. Н., Бартенев Ю. Г., Басалов В. Г., Варгин А. М., Вялухин В. М., Дмитриев Н. А., Жуков Д. А., Игрунов В. И., Корзаков Ю. Н., Кошелев В. В., Лапшинов В. Н., Логвин Ю. В., Петрик А. Н., Семенов Г. П., Шагалиев Р. М., Шатохин А. В., Шлыков С. Н., Шмаков Е. Л., Черных С. О.</i> Универсальная компактная суперЭВМ .....	329
<i>Толстых А. И., Липавский М. В., Савельев А. Д., Ширококов Д. А.</i> Применение мультиоператорных схем сверхвысокой точности для численного моделирования возбуждения акустических полей неустойчивостью струйных течений .....	332

<i>Усков Р. В.</i> Использование графических процессоров при моделировании переноса гамма-излучения .....	339
<i>Уэйрс В. Г., Камм Д. Р., Суилер Л. П., Адамс Б. М., Райдер У. Д., Элдред М. С., Тарантола С., Ратто М.</i> Методики анализа чувствительности применительно к модельной ударноволновой задаче .....	345
<i>Weirs V. G., Kamm J. R., Swiler L. P., Adams B. M., Rider W. J., Eldred M. S., Tarantola S., Ratto M.</i> Sensitivity analysis techniques applied to a model shock problem .....	353
<i>Федорова Ю. Г.</i> Высокопроизводительные вычисления: быстрее и эффективнее с инструментами Intel® .....	359
<i>Ферцев А. А.</i> Распознавание образа предмета с помощью нейронных сетей .....	367
<i>Чекмарев Д. Т., Кастальская К. А.</i> О построении трехмерных ажурных сеток .....	374
<i>Шевелев Ю. Д., Максимов Ф. А.</i> Математические модели и численные методы для решения задач аэродинамического проектирования на суперЭВМ .....	381
<i>Шестаков А. А.</i> О диффузионных свойствах схемы ромб для P1 уравнений .....	389
<i>Шлыков С. Н., Дмитриев Н. А., Игрунов В. И., Лашманов В. Н., Стрюков В. Н., Шатохин А. В.</i> Система жидкостного охлаждения универсальной компактной суперЭВМ .....	395
<i>Шорстов В. А., Буюкли Т. В., Макаров В. Е., Андреев С. П.</i> АЭроупругость лопаток вентилятора: 3D моделирование вынужденных колебаний и расчетная оценка условий возникновения автоколебаний в квази-3D постановке .....	401
<i>Якушев В. Л., Назаров Ю. П., Жук Ю. Н., Симбиркин В. Н., Филимонов А. В.</i> Решение большеразмерных задач статики и динамики конструкций методом конечных элементов .....	407
Содержание .....	414

**Супервычисления  
и математическое моделирование**

Труды XII международного семинара

11–15 октября 2010 г.

под редакцией  
доктора физ.-мат. наук  
Р. М. Шагалиева

Компьютерная подготовка  
оригинала-макета *М. С. Мещерякова*

Печатается с оригинальных текстов авторов

---

Подписано в печать .04.2011. Формат 60×84/8  
Печать офсетная. Усл. печ. л. . Уч. изд. л.  
Тираж экз. Зак. тип. 586-2011.

---

Отпечатано в ИПК ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»  
607188, г. Саров Нижегородской обл.