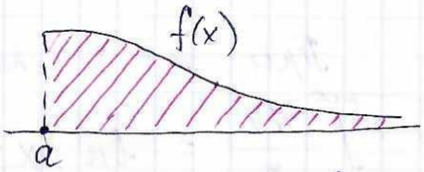
Семинар 12. Несобственные интегралы I и II рода

Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна на $[a;+\infty)$.

Несобственным интегралом I рода называется предел

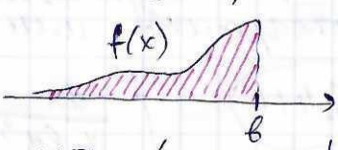
$$\boxed{\int_a^{+\infty} f(x)\,dx = \lim_{b\to+\infty} \int_a^b f(x)\,dx}$$



Если этот предел существует и конечен, то говорят, что интеграл сходится, иначе — расходится.

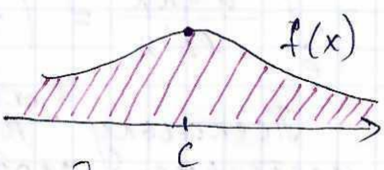
Аналогично, если $f(x)$ непрерывна на $(-\infty;b]$, то несобственным интегралом I рода наз. предел

$$\boxed{\int_{-\infty}^{b} f(x)\,dx = \lim_{a\to-\infty} \int_a^b f(x)\,dx}$$



Если функция $f(x)$ непрерывна на $(-\infty,+\infty)$, то несобственным интегралом I рода наз. ~~предел~~ сумма

$$\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{c} f(x)\,dx + \int_{c}^{+\infty} f(x)\,dx,}$$



причем интеграл в правой части сходится, если сходятся оба интеграла в левой части.

Геометрически несобственный интеграл I рода есть площадь бесконечной криволинейной трапеции.

Возникает естественный вопрос: как площадь бесконечной криволинейной трапеции может быть конечна?

Это возможно, если бесконечный "хвост" функции не очень тяжелый. Если

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0, \quad \Big\}\ \text{необходимый признак сходимости}$$

то при вычислении площади получаем неопределенность $0\cdot\infty$, которая может раскрываться конечным числом.

Для несобственных интегралов справедливы обобщения формулы Ньютона-Лейбница:

$$\left.\begin{aligned}
\int_a^{+\infty} f(x)\,dx &= F(+\infty) - F(a) \\
\int_{-\infty}^{b} f(x)\,dx &= F(b) - F(-\infty) \\
\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx &= F(+\infty) - F(-\infty)
\end{aligned}\right\}$$

где

$F(x)$ — первообразная $f(x)$

$F(+\infty) = \lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$

$F(-\infty) = \lim\limits_{x\to-\infty} F(x)$

Пример 1. Рассмотрим интеграл $\int\limits_1^{+\infty}\frac{dx}{x^\alpha}$ (интеграл Лейбница)

При $\alpha\neq 1$ получим

$$\int\limits_1^{+\infty}\frac{dx}{x^\alpha}=\frac{x^{1-\alpha}}{1-\alpha}\Bigg|_1^{\infty}=\begin{cases}\infty, \text{ если } \alpha<1 \leftarrow \text{расходится}\\ \frac{1}{\alpha-1}, \text{ если } \alpha>1 \leftarrow \text{сходится}\end{cases}$$

При $\alpha=1$ получим

$$\int\limits_1^{+\infty}\frac{dx}{x}=\ln|x|\Bigg|_1^{+\infty}=\infty \leftarrow \text{расходится}$$

Значит, при $\boxed{\begin{array}{l}\alpha>1 \text{ интеграл сходится}\\ \alpha\leq 1 \text{ интеграл расходится}\end{array}}$

В следующих задачах вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость

6.411 $\int\limits_e^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^3 x}=\left\{\begin{array}{l}\text{подводим } x \text{ под}\\ \text{знак дифференциала}\end{array}\right\}=$

$$=\int\limits_e^{+\infty}\frac{d\ln x}{\ln^3 x}=\left(-\frac{1}{2\ln^2 x}\right)\Bigg|_e^{+\infty}=\Big[-\underbrace{\frac{1}{2\ln^2\infty}}_{=0}+\underbrace{\frac{1}{2\ln^2 e}}_{=\frac{1}{2}}\Big]=\frac{1}{2}$$

Поскольку в ответе получили конечное число, значит интеграл сходится.

6.415 $\int\limits_0^{+\infty}\frac{x\,dx}{x^2+4}=\frac{1}{2}\int\limits_0^{+\infty}\frac{d(x^2+4)}{x^2+4}=\frac{1}{2}\ln(x^2+4)\Bigg|_0^{+\infty}=$

$$=\frac{1}{2}\Big[\underbrace{\ln^2\infty}_{=\infty}-\ln 4\Big]=\infty$$

Интеграл расходится

6.417 $\int\limits_2^{+\infty}\frac{x\,dx}{\sqrt{(x^2+5)^3}}=\left\{\begin{array}{l}x \text{ подводим под}\\ \text{знак дифференциала}\end{array}\right\}=$

$$=\frac{1}{2}\int\limits_2^{+\infty}\frac{d(x^2+5)}{(x^2+5)^{\frac{3}{2}}}=-\cancel{\frac{2}{2}}^{1}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}\Bigg|_2^{+\infty}=-\cancel{\frac{2}{2}}^{1}\Big[\underbrace{\frac{1}{\infty}}_{=0}-\frac{1}{3}\Big]=\frac{1}{3}$$

Интеграл сходится.

6.424 $\int\limits_0^{+\infty}e^{-x}dx=-e^{-x}\Bigg|_0^{+\infty}=-\Big[\underbrace{e^{-\infty}}_{=0}-\underbrace{e^{0}}_{=1}\Big]=1$

Интеграл сходится.

Однако вычислить интегралы удаётся не всегда. Тем не менее, стоит задача исследовать эти интегралы на сходимость, т.е. установить сходятся они или расходятся.

Для этого используют признаки сходимости:

① Признак сравнения

Пусть при $a \le x < +\infty$ выполнено: $0 \le f(x) \le g(x)$. Тогда

1) Если $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ сходится, то и $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ сходится

(если сходится интеграл от большей функции, то сходится интеграл и от меньшей функции).

2) Если $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ расходится, то и $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ расходится

(если интеграл от меньшей функции расходится, то чего хорошего ждать от интеграла от большей ф-и).

② ~~Признак~~ Предельный признак сравнения

Пусть при $a \le x < +\infty$ выполнено: $f(x)>0$, $g(x)>0$, и предел

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = K, \quad K \ne 0, \quad K < \infty.$$

Тогда интегралы $\int_a^{+\infty} f(x)\,dx$, $\int_a^{+\infty} g(x)\,dx$ сходятся или расходятся одновременно.

Признак эквивалентности (частный случай):

Пусть при $a \le x < +\infty$ выполнено: $f(x)>0$, $g(x)>0$, $f(x)$, $g(x)$ – бесконечно малые одного порядка при $x\to+\infty$ или эквивалентные. Тогда интегралы

$$\int_a^{+\infty} f(x)\,dx \quad \text{и} \quad \int_a^{+\infty} g(x)\,dx$$

сходятся или расходятся одновременно

③ Признак абсолютной сходимости

Если сходится интеграл $\int_a^{+\infty} |f(x)|\,dx$, то сходится и интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)dx$.

В этом случае интеграл $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ называется абсолютно сходящимся.

В качестве функций сравнения для использования ① и ② используем результаты примера 1.

Исследовать на сходимость интегралы

(6.426) $$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x^3}+\sqrt{x^2+1}}{x^3+3x+1}\,dx$$

Найдем эквивалентную при $x\to+\infty$ бесконечно малую:

$$\frac{\sqrt{x^3}+\sqrt{x^2+1}}{x^3+3x+1} = \frac{\sqrt{x^3}\left(1+\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}}\right)}{x^3+3x+1} \sim \frac{\sqrt{x^3}}{x^3} = \frac{1}{x^{1,5}}$$

Значит, $\frac{\sqrt{x^3}+\sqrt{x^2+1}}{x^3+3x+1} \sim \frac{1}{x^{1,5}}$

Согласно результатам примера 1, интеграл

$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^{1,5}}$ сходится $(\alpha = 1,5 > 1) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ данный интеграл $\int_1^{+\infty}\frac{\sqrt{x^3}+\sqrt{x^2+1}}{x^3+3x+1}\,dx$

сходится по предельному признаку сравнения.

(6.428) $$\int_1^{+\infty}\frac{3+\sin x}{\sqrt[3]{x}}\,dx$$

Здесь нельзя использовать предельный признак сравнения, поскольку не существует предела $\lim\limits_{x\to+\infty}\sin x \Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to+\infty}(3+\sin x)$.

Будем использовать признак сравнения.

$$\frac{3+\sin x}{\sqrt[3]{x}} \geq \frac{2}{\sqrt[3]{x}}.$$

Поскольку интеграл $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ расходится (как интеграл Лейбница с $\alpha = \frac{1}{3} < 1$), то и данный интеграл расходится по признаку сравнения.

(6.430) $$\int_1^{+\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{2+x\sqrt{x}}\,dx$$

Найдем эквивалентную бесконечно малую:

$$\frac{\sin\frac{1}{x}}{2+x\sqrt{x}} \sim \left\{\begin{matrix}\sin\alpha\sim\alpha \\ \text{при } \alpha\to 0\end{matrix}\right\} \sim \frac{\frac{1}{x}}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{2,5}}$$

Интеграл $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^{2,5}}$ сходится (как интеграл Лейбница при $\alpha = 2,5 > 0$) $\Rightarrow$ данный интеграл тоже сходится по предельному признаку сравнения.

6.432 $\displaystyle\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln \ln x}$

$$\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln \ln x} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Подведем } \frac{1}{x} \text{ под} \\ \text{знак дифференциала} \end{array} \right\} = \int_{e^2}^{+\infty} \frac{d \ln x}{\ln \ln x} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \underline{\text{Замена:}} \\ \ln x = t \\ +\infty \Rightarrow +\infty \\ e^2 \Rightarrow 2 \end{array} \right\} = \int_{2}^{+\infty} \frac{dt}{\ln t}$$

Предельный признак сравнения использовать не удается, поскольку не существует эквивалентной бесконечно малой для $\frac{1}{\ln t}$ при $t \to +\infty$.

Будем использовать простой признак сравнения. Для этого вспомним, что на бесконечности степенная функция растет быстрее, чем логарифмическая, т.е.

$$t > \ln t \Rightarrow \frac{1}{\ln t} > \frac{1}{t}$$

Интеграл $\int_{2}^{+\infty} \frac{dt}{t}$ расходится (как интеграл Лейбница при $\alpha = 1$) $\Rightarrow$ данный интеграл тоже расходится (по признаку сравнения).

(*) $\displaystyle\int_{\pi/2}^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$

Подынтегральная функция может принимать как положительные, так и отрицательные значения $\Rightarrow$ использование признаков сравнения невозможно.
Попробуем применить признак абсолютной сходимости. Интеграл от модуля:

$$\int_{\pi/2}^{+\infty} \frac{|\sin x|}{x^2} dx. \qquad \frac{|\sin x|}{x^2} \le \frac{1}{x^2}$$

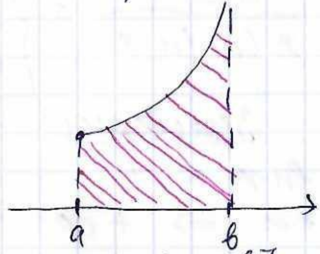
$\int_{\pi/2}^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$ сходится (как интеграл Лейбница с $\alpha = 2 > 1$)

$\Rightarrow$ интеграл $\int_{\pi/2}^{+\infty} \frac{|\sin x|}{x^2} dx$ сходится (по признаку сравнения) $\Rightarrow$ интеграл $\int_{\pi/2}^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$ тоже сходится (по признаку абсолютной сходимости). Причем $\int_{\pi/2}^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx$ сходится абсолютно.

Несобственные интегралы II рода

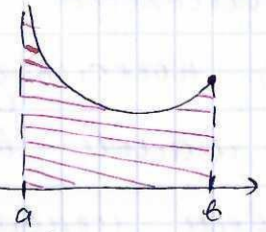
Пусть $f(x)$ непрерывна на $[a;b)$ и не ограничена при $x\to b-0$. Тогда несобственным интегралом II рода называют предел

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{c\to b-0}\int_a^c f(x)\,dx}$$



Аналогично, если $f(x)$ непрерывная на $[a;b]$ и не ограничена при $x\to a+$, то несобственным интегралом II рода наз. предел

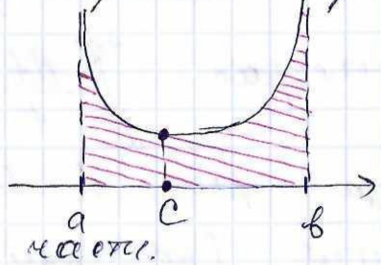
$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{c\to a+}\int_c^b f(x)\,dx}$$



Если такой предел существует и конечен, то говорят, что несобственный интеграл II рода сходится, иначе — расходится.

Если $f(x)$ непрерывна на $(a;b)$ и не ограничена при $x\to b-0$, $x\to a+$, то несобственным интегралом II рода называют сумму

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx,}$$



и такой интеграл сходится, если сходятся оба интеграла в правой части.

Для несобственных интегралов II рода также справедливо обобщение формулы Ньютона-Лейбница:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_{a+0}^{b-0} = F(b-0) - F(a+0),\ \text{где}$$

$$F(b-0) = \lim_{x\to b-0} F(x)\ ;\quad F(a+0) = \lim_{x\to a+0} F(x).$$

Пример 2. Рассмотрим интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}$ (интеграл Лейбница II рода)

При $\alpha>0$ такой интеграл является несобственным интегралом II рода, подынтегральная функция не ограничена при $x\to 0+$.

При $\alpha\neq 1$ получим

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha} = \frac{x^{1-\alpha}}{1-\alpha} = \begin{cases} \frac{1}{1-\alpha}, \text{ если } \alpha<1 \leftarrow \text{сходится} \\ \infty, \text{ если } \alpha>1 \leftarrow \text{расходится} \end{cases}$$

При $\alpha = 1$ получим

$$\int_0^1 \frac{dx}{x} = \ln|x|\Big|_0^1 = \infty \leftarrow \text{расходится}$$

Значит, $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}$ $\begin{cases} \text{сходится при } \alpha<1 \\ \text{расходится при } \alpha\geq 1 \end{cases}$

В следующих задачах вычислить или установить расходимость.

6.433 $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x^2+x^4}$

Особенность в точке $x=0$ (при $x\to 0+$ $f(x)\to\infty$).

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^2+x^4} = \int_0^1 \frac{1+x^2-x^2}{x^2(1+x^2)}dx = \int_0^1 \frac{dx}{x^2} - \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$= \left(-\frac{1}{x}\right)\Big|_0^1 - \operatorname{arctg} x\Big|_0^1 = \Big(-1+\underbrace{\frac{1}{0}}_{\to\infty}\Big) - (\operatorname{arctg}1 - \operatorname{arctg}0) = \infty.$$

Интеграл расходится.

6.437 $\displaystyle\int_{1/3}^{2/3} \frac{dx}{x\sqrt{9x^2-1}}$

Особенность в точке $x=\frac{1}{3}$ (при $x\to\frac{1}{3}+$ $f(x)\to\infty$).

$$\int_{1/3}^{2/3} \frac{dx}{x\sqrt{9x^2-1}} = \left\{\begin{array}{l} \text{Замена} \\ \frac{1}{x}=t;\ x=\frac{1}{t} \\ dx=-\frac{dt}{t^2} \\ \frac{1}{3}\to 3;\ \frac{2}{3}\to\frac{3}{2} \end{array}\right\} = \int_3^{3/2} \frac{-\frac{dt}{t^2}}{\frac{1}{t}\sqrt{\frac{9}{t^2}-1}} =$$

$= \{$ поменяем пределы 1-я местами $\Rightarrow$ интеграл поменяет знак $\} =$

$$= \int_{3/2}^{3} \frac{dt}{\sqrt{9-t^2}} = \arcsin\frac{t}{3}\Big|_{3/2}^{3} = \arcsin 1 - \arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}.$$

Интеграл сходится.

6.441 $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$

Здесь оба конца отрезка являются особенностями: при $x\to 0+$ $f(x)\to\infty$ и при $x\to 1-$ $f(x)\to\infty$.

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}} = \int_0^1 \frac{d(x-\frac{1}{2})}{\sqrt{\frac{1}{4}-(x-\frac{1}{2})^2}} = \arcsin(2x-1)\Big|_0^1 =$$

$$= \arcsin 1 - \arcsin(-1) = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi.$$

Интеграл сходится.

Если вычислить интеграл II рода не удаётся, можно использовать признаки сходимости. Признаки сходимости для несобственных интегралов II рода аналогичны признакам сходимости интегралов I рода.

Для сравнения используем интегралы $\displaystyle\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^\alpha}$ и $\displaystyle\int_a^b \frac{dx}{(b-x)^\alpha}$, которые сходятся при $\alpha<1$.

Исследовать интегралы на сходимость

6.443 $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^4}}\,dx$

Особенность в точке $x=1$. Найдем эквивалентную бесконечно большую при $x \to 1$:

$$\frac{x^2}{\sqrt{1-x^4}} = \frac{x^2}{\sqrt{(1-x^2)(1+x^2)}} = \frac{x^2}{\sqrt{(1-x)(1+x)(1+x^2)}} \sim \frac{x^2}{2\sqrt{1-x}} \sim$$

$$\sim \frac{1}{2\sqrt{1-x}}$$

Интеграл $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{2\sqrt{1-x}}$ сходится (интеграл Лейбница II рода при $\alpha = \frac{1}{2} < 1$) $\Rightarrow$ исходный интеграл тоже сходится по предельному признаку сравнения.

6.445 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\ln(1+\sqrt[3]{x^2})}{e^x-1}\,dx$

Особенность в точке $x=0$. Найдем эквивалентную бесконечно большую функцию при $x \to 0$.

Подынтегральная функция представляет собой отношение бесконечно малых при $x \to 0$ функций. Поэтому вспомним некоторые эквивалентности бесконечно малых:

$$e^x - 1 \sim x \quad (\text{при } x \to 0)$$
$$\ln(1+x) \sim x \quad (\text{при } x \to 0) \Rightarrow \ln(1+\sqrt[3]{x^2}) \sim \sqrt[3]{x^2}$$

Получим:

$$\frac{\ln(1+\sqrt[3]{x^2})}{e^x-1} \sim \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x} = \frac{1}{x^{1/3}}$$

Интеграл $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x^{1/3}}$ сходится (интеграл Лейбница II рода при $\alpha = \frac{1}{3} < 1$) $\Rightarrow$ исходный интеграл тоже сходится по предельному признаку сравнения.

6.447 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{(1-x)^3}}\,dx$

Особенность в точке $x=1$. Найдем эквивалентную бесконечно большую при $x \to 1$:

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{(1-x)^3}} \sim \frac{1}{(1-x)^{3/4}}$$

Интеграл $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^{3/4}}$ сходится (интеграл Лейбница II рода при $\alpha = \frac{3}{4} < 1$) $\Rightarrow$ исходный интеграл тоже сходится по предельному признаку сравнения.

(6.449) $\int\limits_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$

Особенность в точке $x=0$. Применим формулу интегрирования по частям:

$$\int\limits_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx = 2\int\limits_0^1 \ln x\, d(\sqrt{x}) = 2\ln x\sqrt{x}\Big|_0^1 - 2\int\limits_0^1 \sqrt{x}\, d\ln x =$$

$$= 2(0-0) - 2\int\limits_0^1 \sqrt{x}\cdot\frac{1}{x}\,dx = -2\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} = -4\sqrt{x}\Big|_0^1 = -4.$$

Интеграл сходится.

(6.451) $\int\limits_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^3}\,dx$

Особенность в точке $x=0$. Сделаем замену:

$$\int\limits_{-1}^0 \frac{e^{1/x}}{x^3}\,dx = \left\{\begin{array}{l}\text{ЗАМЕНА:}\\ \frac{1}{x}=t;\ x^3=\frac{1}{t^3}\\ dx=-\frac{dt}{t^2}\\ 0\to-\infty\\ -1\to-1\end{array}\right\} = \int\limits_{-1}^{-\infty} \frac{e^t\cdot\left(-\frac{dt}{t^2}\right)}{\frac{1}{t^3}} =$$

$=\Big\{$ поменяем пределы $\int$-а местами $\Rightarrow$ интеграл поменяет знак $\Big\}$

$$= \int\limits_{-\infty}^{-1} te^t\,dt \ \textcircled{=}\ \left\{\begin{array}{l}\text{по формуле интегрирования}\\ \text{по частям } \int te^t dt = te^t - e^t + C\end{array}\right\}$$

$$\textcircled{=}\ (te^t - e^t)\Big|_{-\infty}^{-1} = \Big[(-e^{-1}-e^{-1}) - (\underbrace{-\infty\cdot e^{-\infty}}_{=0} - \underbrace{e^{-\infty}}_{=0})\Big] = -\frac{2}{e}.$$

Интеграл сходится.

(*) $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^7 x}$

Особенность в точке $x=0$. Эквивалентность бесконечно малых: $\sin x \sim x$ при $x\to 0$ дает:

$$\frac{1}{\sin^7 x} \sim \frac{1}{x^7}$$

Интеграл $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{dx}{x^7}$ расходится (интеграл Лейбница при $\alpha = 7 > 1$) $\Rightarrow$ исходный интеграл тоже расходится.

(**) $\int\limits_0^{\pi} \frac{dx}{\sin^7 x}$

Особенности в двух точках: $x=0$ и $x=\pi$. Разобьем на сумму интегралов:

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{\sin^7 x} = \underbrace{\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^7 x}}_{} + \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{dx}{\sin^7 x} \Rightarrow$$

расходится (это мы установили в предыдущем номере)

$\Rightarrow$ данный интеграл тоже расходится (для сходимости нужно, чтобы оба интеграла в левой части сходились).

(7) $\displaystyle\int_{1/2}^{1} \frac{\sin(1/x)}{\sqrt[3]{1-x^2}}\,dx$

Особенность в точке $x=1$. Найдем эквивалентную при $x \to 1$ бесконечно большую:

$$\frac{\sin(1/x)}{\sqrt[3]{1-x^2}} = \frac{\sin(1/x)}{\sqrt[3]{(1-x)(1+x)}} \sim \frac{\sin 1}{\sqrt[3]{2(1-x)}}$$

Интеграл $\displaystyle\int_{1/2}^{1} \frac{\sin 1}{\sqrt[3]{2(1-x)}}\,dx$ сходится (интеграл эталонный с $\alpha = \frac{1}{3} < 1$) $\Rightarrow$ исходный интеграл тоже сходится по предельному признаку сравнения.

Д/З

1) 6.412, 418, 420, 434, 436, 439, 442, 444, 446, 448.

2) Домашнее задание №1 (типовой расчет)

3) Подготовка к РК 1.