

Вопросы для подготовки

Теоретические вопросы

1. Дать определение внутренней точки множества в \mathbb{R}^n . (1 балл)
2. Дать определение граничной точки множества точек в \mathbb{R}^n . (1 балл)
3. Дать определение предельной точки множества в \mathbb{R}^n . (1 балл)
4. Дать определение связного множества точек в \mathbb{R}^n . (1 балл)
5. Дать определение ограниченного множества точек в \mathbb{R}^n . (1 балл)
6. Дать определение замкнутого множества точек в \mathbb{R}^n . (1 балл)
7. Дать определение области в \mathbb{R}^n . (1 балл)
8. Дать определения ε -окрестности и проколотой ε -окрестности точки в \mathbb{R}^n . (1 балл)
9. Дать определения скалярной функции нескольких переменных, линии и поверхности уровня скалярной функции двух или трех переменных. (2 балла)
10. Дать определения предела по множеству и непрерывности скалярной функции нескольких переменных в точке. (2 балла)
11. Дать определение частной производной скалярной функции нескольких переменных. (2 балла)
12. Дать определение частной производной n -го порядка скалярной функции нескольких переменных. (2 балла)
13. Дать определение дифференцируемой в точке скалярной функции нескольких переменных. (2 балла)
14. Дать определение (полного) дифференциала скалярной функции нескольких переменных. (2 балла)
15. Дать определение дифференциала n -го порядка скалярной функции нескольких переменных. Привести координатную и матричную форма записи дифференциала второго порядка. (2 балла)
16. Дать определения матрицы Гессе и гессиана. (2 балла)
17. Дать определение градиента скалярной функции нескольких переменных. Сформулировать свойства градиента. (2 балла)
18. Сформулировать теорему о необходимом условии дифференцируемости скалярной функции нескольких переменных в точке. (3 балла)
19. Описать связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции нескольких переменных. (3 балла)
20. Сформулировать теорему о производной сложной функции нескольких переменных (скалярный случай). (3 балла)
21. Сформулировать свойство инвариантности формы первого дифференциала скалярной функции нескольких переменных. (3 балла)
22. Дать определение производной скалярной функции нескольких переменных по направлению. Привести формулу для вычисления производной по направлению. (3 балла)
23. Сформулировать теорему о касательной плоскости к поверхности. (3 балла)
24. Сформулировать теорему о смешанных частных производных функции нескольких переменных. (3 балла)
25. Сформулировать теорему о достаточном условии дифференцируемости скалярной функции нескольких переменных в точке. (3 балла)
26. Сформулировать теорему Тейлора для скалярной функции нескольких переменных (случай двух переменных). (3 балла)

27. Сформулировать теорему о неявной функции (случай одного уравнения с $n + 1$ неизвестным). (3 балла)

Примеры задач

1. Показать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$, если $z = xf\left(\frac{y}{x}\right)$. (3 балла)

2. Для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$, найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$. (4 балла)

3. Для функции $z = x^2 + y^2 + 2y$ в точке $M(1;1)$ найти: а) линию уровня; б) градиент. (2 балла)

4. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 + 4y + x^2 + z = 0$ в точке ее пересечения с осью Oz . (2 балла)

Типовой вариант билета по теории

1. Дать определение ограниченного множества точек в \mathbb{R}^n . (1 балл)

2. Дать определение дифференцируемой в точке скалярной функции нескольких переменных. (2 балла)

3. Сформулировать теорему о неявной функции (случай одного уравнения с $n + 1$ неизвестным). (3 балла)

Типовой вариант билета с задачами

1. Показать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$, если $z = xf\left(\frac{y}{x}\right)$. (3 балла)

2. Для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$, найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$. (4 балла)

3. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 + 4y + x^2 + z = 0$ в точке ее пересечения с осью Oz . (2 балла)