ИУ-РЛ-БМТ (кр. ИУ-9), 2-й семестр, ЛА и ФНП (2012 г.), модуль 3
Вопросы для подготовки

Теоретические вопросы

1. Дать определение внутренней точки множества в $\mathbb{R}^n$. (*2 балла*)

2. Дать определение граничной точки множества точек в $\mathbb{R}^n$. (*2 балла*)

3. Дать определение предельной точки множества в $\mathbb{R}^n$. (*2 балла*)

4. Дать определение связного множества точек в $\mathbb{R}^n$. (*2 балла*)

5. Дать определение ограниченного множества точек в $\mathbb{R}^n$. (*2 балла*)

6. Дать определение замкнутого множества точек в $\mathbb{R}^n$. (*2 балла*)

7. Дать определение области в $\mathbb{R}^n$. (*2 балла*)

8. Дать определения ε-окрестности и проколотой ε-окрестности точки в $\mathbb{R}^n$. (*2 балла*)

9. Дать определения скалярной функции нескольких переменных, линии и поверхности уровня скалярной функции двух или трех переменных. (*2 балла*)

10. Дать определения предела по множеству и непрерывности скалярной функции нескольких переменных в точке. (*2 балла*)

11. Дать определение частной производной скалярной функции нескольких переменных. (*2 балла*)

12. Дать определение частной производной n-го порядка скалярной функции нескольких переменных. (*2 балла*)

13. Дать определение дифференцируемой в точке скалярной функции нескольких переменных. (*2 балла*)

14. Дать определение (полного) дифференциала скалярной функции нескольких переменных. (*2 балла*)

15. Дать определение дифференциала n-го порядка скалярной функции нескольких переменных. Привести координатную и матричную форма записи дифференциала второго порядка. (*2 балла*)

16. Дать определения матрицы Гессе и гессиана. (*2 балла*)

17. Дать определение градиента скалярной функции нескольких переменных. Сформулировать свойства градиента. (*2 балла*)

18. Сформулировать теорему о необходимом условии дифференцируемости скалярной функции нескольких переменных в точке. (*4 балла*)

19. Описать связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции нескольких переменных. (*4 балла*)

20. Сформулировать теорему о производной сложной функции нескольких переменных (скалярный случай). (*4 балла*)

21. Сформулировать свойство инвариантности формы первого дифференциала скалярной функции нескольких переменных. (*4 балла*)

22. Дать определение производной скалярной функции нескольких переменных по направлению. Привести формулу для вычисления производной по направлению. (*4 балла*)

23. Сформулировать теорему о касательной плоскости к поверхности. (*4 балла*)

24. Сформулировать теорему о смешанных частных производных функции нескольких переменных. (*4 балла*)

25. Сформулировать теорему о достаточном условии дифференцируемости скалярной функции нескольких переменных в точке. (*4 балла*)

26. Сформулировать теорему Тейлора для скалярной функции нескольких переменных (случай двух переменных). (*4 балла*)

27. Сформулировать теорему о неявной функции (случай одного уравнения с $n+1$ неизвестным). (*4 балла*)

Примеры задач

1. Показать, что $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = z$, если $z = xf\left(\dfrac{y}{x}\right)$. *(4 балла)*

2. Для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$, найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$. *(5 баллов)*

3. Для функции $z = x^2 + y^2 + 2y$ в точке $M(1;1)$ найти: а) линию уровня; б) градиент. *(3 балла)*

4. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 + 4y + x^2 + z = 0$ в точке ее пересечения с осью Oz. *(3 балла)*

Типовой вариант билета по теории

1. Дать определение ограниченного множества точек в $\mathbb{R}^n$. *(2 балла)*

2. Дать определение дифференцируемой в точке скалярной функции нескольких переменных. *(2 балла)*

3. Сформулировать теорему о неявной функции (случай одного уравнения с $n+1$ неизвестным). *(4 балла)*

Типовой вариант билета с задачами

1. Показать, что $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = z$, если $z = xf\left(\dfrac{y}{x}\right)$. *(4 балла)*

2. Для функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $1 + xy - \ln(e^{xy} + e^{-xy}) = 0$, найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$. *(5 баллов)*

3. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $y^2 + 4y + x^2 + z = 0$ в точке ее пересечения с осью Oz. *(3 балла)*