Семинар 2. Закон сохранения импульса

Для подготовки к семинару надо проработать лекцию 2

Лекция 2. «Закон сохранения импульса». Силы. Инерциальная система отсчёта. Динамика материальной точки. Механическая система и её центр масс. Уравнение изменения импульса механической системы. Закон сохранения импульса.
ОЛ-1 §2.1-2.6, 2.8-2.11,3.1,3.10. ОЛ-2 §2.1-2.5, 3.1-3.4. ДЛ-1 §18,19,21,23. ДЛ-2 §9—13, 18, 19.

Основная литература (ОЛ)

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Механика.- М.: Наука. Физматлит, 2004, 1998.

2. Иродов И.Е. Механика. Основные законы. - М.-С.-П.: Физматлит, 2006, 2000

Дополнительная литература (ДЛ)

1. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. М.: Высшая школа, 1986.

2. Сивухин Д.В. Курс общей физики. Том I. Механика. -М.: Наука,1989.

Учебное пособие с подробным объяснением решения многих задач:

- Д.К. Веретимус, Н.К. Веретимус. Физические основы механики. Колебания и волны. Элементы специальной теории относительности. 2-е издание. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2022 г.

Задача № 1.80

На тело массы *m*, лежащее на гладкой горизонтальной плоскости, в момент *t = 0* начала действовать сила, зависящая от времени как *F = kt*, где *k* – постоянная. Направление этой силы всё время составляет угол *α* с горизонтом (см. рис. 1-12).

Найти:

а) скорость тела в момент отрыва от плоскости;

б) путь, пройдённый телом к этому моменту.

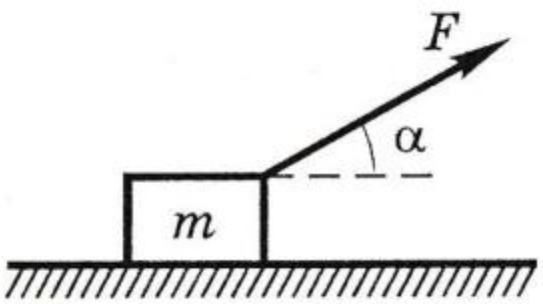


Рис. 1.12

В момент отрыва $Fn = mg$ *или* $kt \sin\alpha = mg$

Тогда время в момент отрыва $t_{\text{отр}} = mg/(k \sin\alpha)$

Определяем скорость $v = \int_0^{t_{\text{отр}}} a\,dt = \int_0^{t_{\text{отр}}} \frac{F_{\text{гор}}}{m} dt = \frac{k\cos\alpha}{m} \frac{t_{\text{отр}}^2}{2}$

Подставляя в это выражение время $t_{\text{отр}}$, получаем скорость при отрыве

$$v = mg^2\cos\alpha/(2k\sin^2\alpha)$$

Путь до отрыва находим интегрированием

$$s = \int_0^{t_{\text{отр}}} v_{\text{гор}} dt = \int_0^{t_{\text{отр}}} a_{\text{гор}} t dt = a_{\text{гор}} \frac{t_{\text{отр}}^2}{2}$$

Время отрыва находится из соотношения $kt_{\text{отр}} \sin\alpha = mg$

$$t_{\text{отр}} = \frac{mg}{k \sin\alpha}$$

Подставляя ранее полученное выражение для горизонтальной скорости и интегрируя, определяем пройдённый путь до отрыва

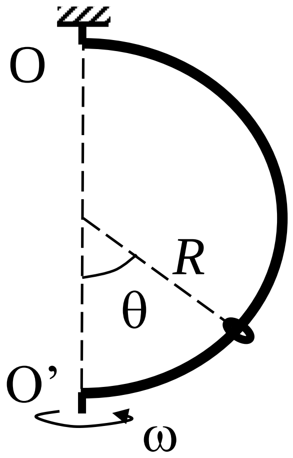
$$s = \int_0^{t_{\text{отр}}} v_{\text{гор}} dt = \int_0^{t_{\text{отр}}} \frac{kt\cos\alpha}{2m} t dt = \frac{k\cos\alpha}{2m} \int_0^{t_{\text{отр}}} t^2 dt = \frac{k\cos\alpha}{2m} \frac{t_{\text{отр}}^3}{3}$$

Подстановка в последнее выражение формулы для времени отрыва позволяет определить пройдённый путь по горизонтали.

$$s = m^2 g^3 \cos\alpha / (6k^2 \sin^3\alpha).$$

Ответы:

1.80. а) $v = mg^2 \cos\alpha / (2k \sin^2\alpha)$; б) $s = m^2 g^3 \cos\alpha / (6k^2 \sin^3\alpha)$.

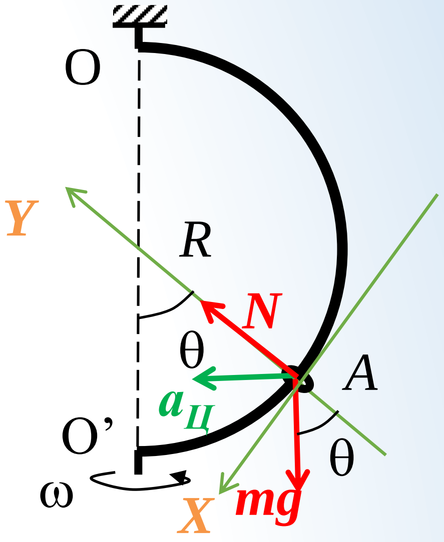


Задача № 1.108

Муфточка А может свободно скользить вдоль гладкого стержня, изогнутого в форме полукольца радиуса *R*. Систему привели во вращение с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси ОО'.

Найти угол θ, соответствующий устойчивому положению муфточки.

Решение:



Второй закон Ньютона для муфточки А имеет вид $m\vec{a}_Ц = \vec{N} + m\vec{g}$ (1)

Запишем уравнение (1) в проекции на ось *X*, касательную к кольцу в месте нахождения муфточки: $ma_{ЦБ}cos\theta = mgsin\theta$. (2)

В проекции на ось Y, перпендикулярную к оси X: $ma_{ЦС}sin\theta = N - mgcos\theta$ (3)

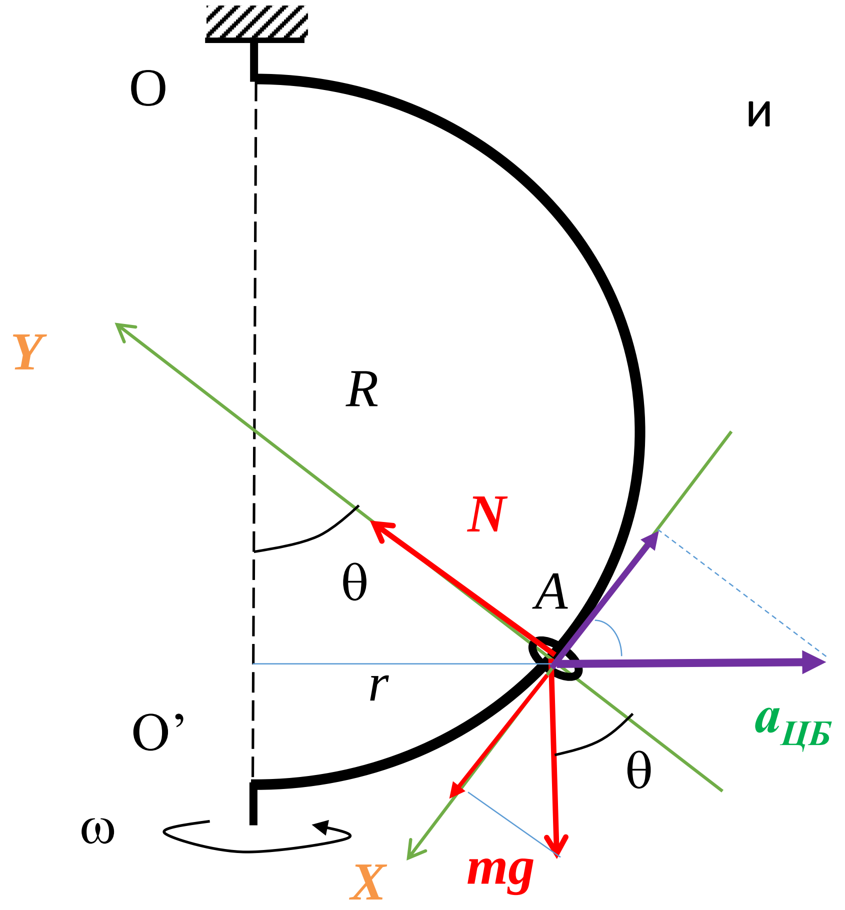
Т.к. $a_{ЦС} = a_{ЦБ} = \omega^2 r$, а $r = Rsin\theta$, то равенство (2) можно переписать в виде:

$$sin\theta(\omega^2 Rcos\theta - g) = 0 \qquad (4)$$

Из (4) следует, что либо: $cos\theta = \frac{g}{\omega^2 R}$ (5)

либо $sin\theta = 0$, откуда получаем:

Этому соответствуют два частных случая:



$$\theta = 0 \qquad (6)$$

и

$$\theta = \pi \qquad (7)$$

В общем случае равновесие наблюдается при равенстве составляющих сил на оси x:

$$m\omega^2 R \sin\theta \cos\theta = mg\sin\theta$$

Откуда: $$\cos\theta = \frac{g}{\omega^2 R} \qquad (8)$$

В итоге, получаем:

$$\theta = \arccos\frac{g}{\omega^2 R} \qquad (9)$$

Задача № 1.125

Частица 1 столкнулась с частицей 2, в результате чего возникла составная частица. Найти её скорость $\vec{v}$ и модуль v, если масса частицы 2 в $\eta = 2{,}0$ раза больше, чем частицы 1, а их скорости перед столкновением где: $v_1 = 2i + 3j$ и $v_2 = 4i - 5j$ компоненты скорости в СИ.

Решение:

При ударе сохраняется суммарный вектор импульса системы:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v} \qquad (1)$$

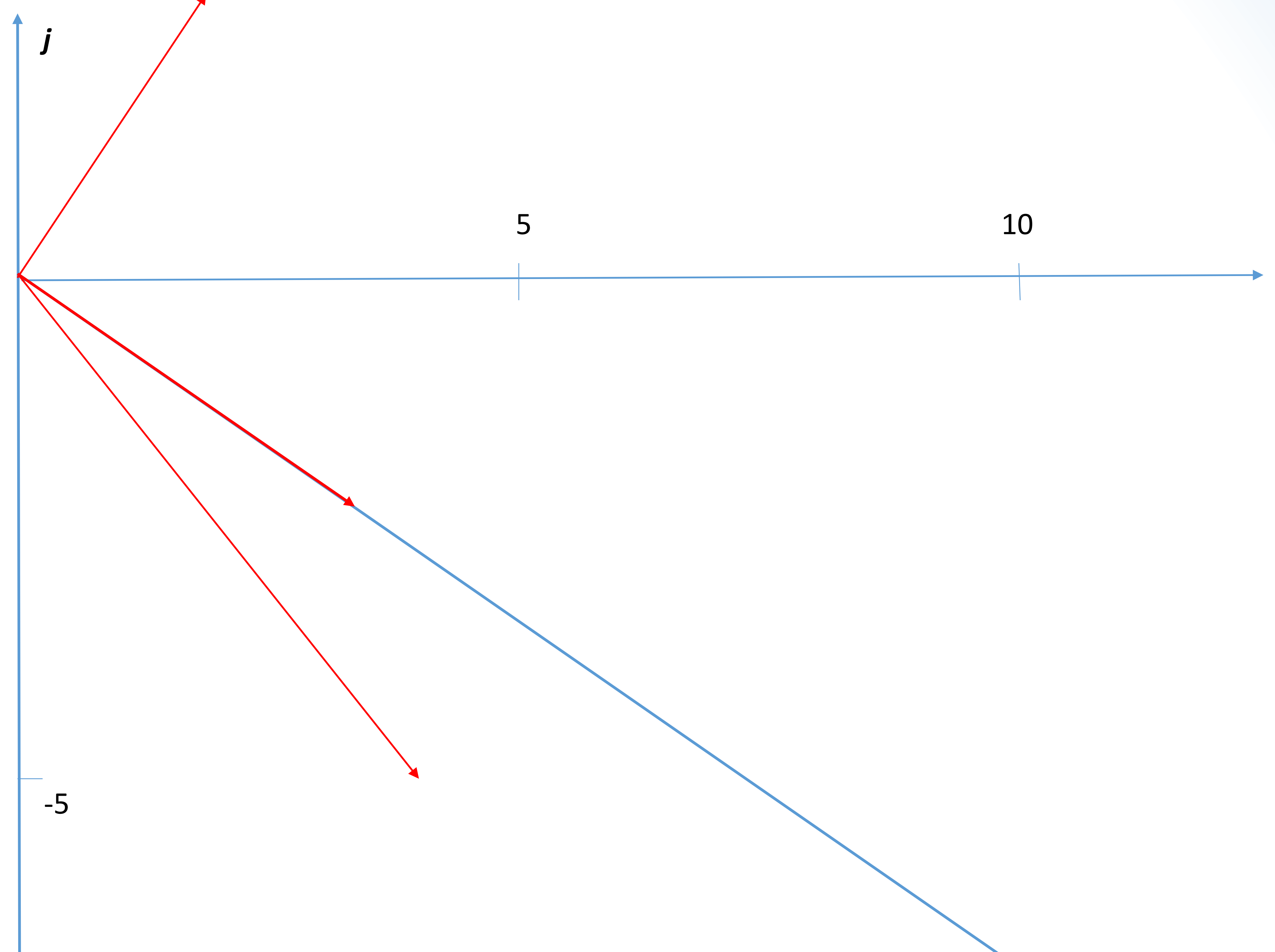
Откуда скорость составной частицы: $\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$ (2)

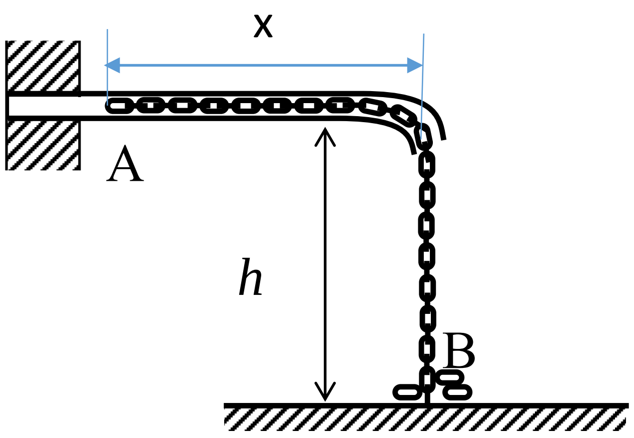
Т.к. $\frac{m_2}{m_1} = \eta = 2$, то из (2) получаем (3), которое с учётом значений $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ даёт (4)

$$\vec{v} = \frac{\vec{v}_1 + 2\vec{v}_2}{3} \qquad (3)$$

$$\vec{v} = \frac{10}{3}\boldsymbol{i} - \frac{7}{3}\boldsymbol{j} \qquad (4)$$

Модуль скорости $v = \frac{\sqrt{149}}{3}$ м/с.


j
5
10
i
-5



Задача 1.144

Цепочка АВ длины *L* находится в гладкой горизонтальной трубке так, что часть её длины *h* свободно свешивается, касаясь своим концом В поверхности стола (см. рис). В некоторый момент конец А цепочки отпустили. С какой скоростью он выскочит из трубки?

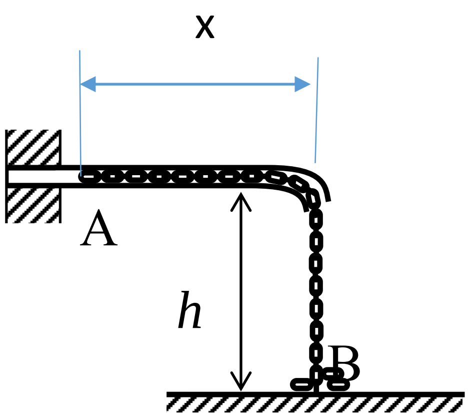
V = ?

Решение

Обозначим x – длину части цепочки, находящейся в трубке в процессе как покоя, так и движения.

Пока цепочка покоится, ее длина: $L = x + h$ (1)

Масса цепочки, приходящаяся на единицу её длины, равна $\frac{M}{L}$



Масса свешивающей части цепочки, обеспечивающей двигающую силу, равна

$$m(h) = \frac{M}{L} h \qquad (2)$$

Масса цепочки, участвующей в движении: $m(x+h) = \frac{M}{L}(x+h)$ (3)

Ускорение создаётся силой тяжести, действующей на свешивающуюся часть цепочки:

$$m(x+h)a = m(h)g \qquad (4) \qquad \text{или} \qquad \frac{M}{L}(x+h)a = \frac{M}{L}hg \qquad (5)$$

При движении цепочки ее длина в трубке уменьшается, а скорость увеличивается,

поэтому $\frac{dx}{dt} = -v$ (6)

Уравнение движения имеет вид $$\frac{M}{L}(x+h)a = \frac{M}{L}hg \qquad (7)$$

Т.к. $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}$, то (7) с учётом (6) примет вид

$$-(x+h)\frac{dv}{dx}v = hg \qquad (8)$$

Разделяя переменные в (8): $vdv = -\frac{hgdx}{(x+h)}$

и интегрируя, получаем:

$$\frac{v^2}{2} = -hg \cdot ln(x+h) + C \qquad (9)$$

Постоянную интегрирования находим из условия, что при $x+h=L$ начальная скорость $v=0$, тогда:

$$C = hg \cdot lnL \qquad (10)$$

В итоге скорость движения конца цепочки:

$$v = \sqrt{2hg \cdot ln\left(\frac{L}{x+h}\right)} \qquad (11)$$

Скорость конца А цепочки при $x=0$: $v = \sqrt{2hg \cdot ln\left(\frac{L}{h}\right)}$ (12)

Домашнее задание

ОЛ-1 № 1.86, 1.117 или ОЛ-2 № 1.83, 1.112; ОЛ-3 № 2.7, 2.34.

ОЛ-1. Иродов И.Е. Задачи по общей физике.- М.: Бином, 1998÷2001.

ОЛ-2. Иродов И.Е. Задачи по общей физике.- М.: Наука, 1988.

ОЛ-3. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике.- М.: Высшая школа, 2003, 1988.

Задачи на дом. ОЛ-1 № 1.86, 1.117

1.86. В момент $t = 0$ частица массы m начинает двигаться под действием силы $\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 \cos \omega t$, где $\mathbf{F}_0$ и ω — постоянные. Сколько времени частица будет двигаться до первой остановки? Какой путь она пройдет за это время? Какова максимальная скорость частицы на этом пути?

Ответы: **1.86.** $t = \pi/\omega$, $s = 2F_0/m\omega^2$, $v_{\text{макс}} = F_0/m\omega$.

1.117. Через блок, укрепленный на потолке комнаты, перекинута нить, на концах которой подвешены тела масс m_1 и m_2. Массы блока и нити пренебрежимо малы, трения нет. Найти ускорение центра масс этой системы.

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{g}(m_1 - m_2)^2/(m_1 + m_2)^2.$$

Задачи на дом. ОЛ-3 № 2.7, 2.34.

2.7. Материальная точка массой $m = 2$ кг движется под действием некоторой силы F согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 1$ м/с^2, $D = -0{,}2$ м/с^3. Найти значения этой силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени сила равна нулю?

2.7. $F_1 = -0{,}8$ Н; $F_2 = -8$ Н; $F = 0$ при $t = 1{,}67$ с.

2.34. Шар массой $m_1 = 10$ кг, движущийся со скоростью $v_1 = 4$ м/с, сталкивается с шаром массой $m_2 = 4$ кг, скорость v_2 которого равна 12 м/с. Считая удар прямым, неупругим, найти скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу.

1) 6,3 м/с; 2) −0,57 м/с.