Занятие 7. Интерференция света.

Для подготовки к семинару надо проработать

Лекции 12-13. Электромагнитная природа света. Интерференция света.

ОЛ-2 (§4.1- 4.5), ОЛ-5 (§3.1, 4.1- 4.6), ОЛ-6 (§3.1, 4.1- 4.6), ДЛ-11,12.

ОЛ-2. Литвинов О.С., Горелик В.С. Электромагнитные волны и оптика. Учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 448 с.

ОЛ-5. Савельев И. В. Курс общей физики: Учебное пособие для втузов. В 5 кн (кн.4). – М.: Наука, 1998.

ОЛ-6. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 1999. – 256 с.

ДЛ-11. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 720 с.

ДЛ-12. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Учебное пособие для вузов. В 5 томах. – М.: Физматлит, 2002. – 4506 с.

Краткие теоретические сведения

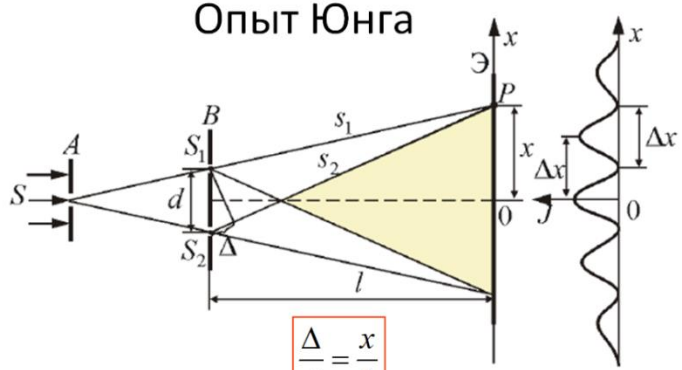
Время когерентности $t_{ког} = \overleftarrow{\vec{t}}$

Длина когерентности $l_{ког} = c \cdot t_{ког}$

Оптическая дина пути: $L = nS$

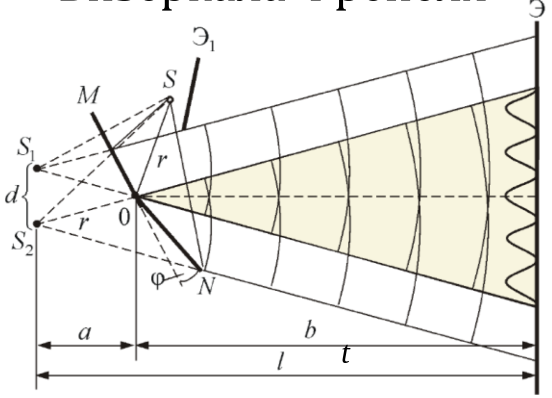
Оптическая разность хода: $\Delta = L_2 - L_1$

Опыт Юнга



$$\boxed{\frac{\Delta}{d} = \frac{x}{l}}$$

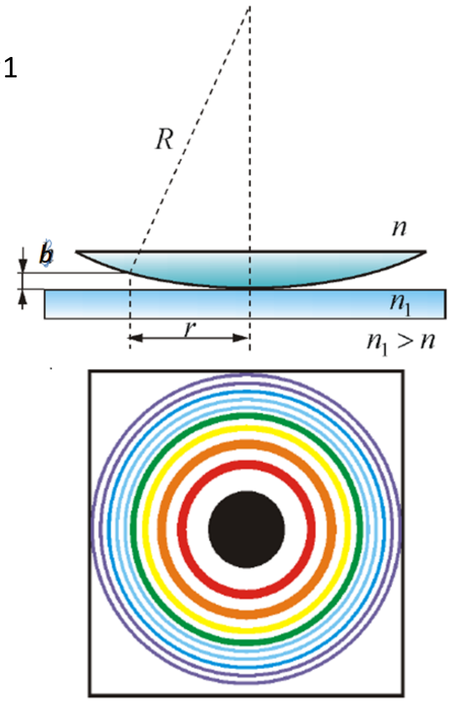
Бизеркала Френеля



max при $\Delta = m\lambda$

min при $\Delta = (2m+1)\lambda/2$

Кольца Ньютона



Условие для темных колец:

$$\Delta = 2b + \lambda/2 = (2m+1)\lambda/2,$$

$m = 0, 1, 2, \ldots$ Отсюда

$$2b = m\lambda.$$

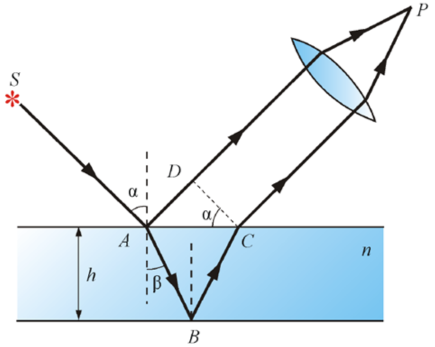
$$r^2 = R^2 - (R-b)^2.$$

Учитывая, что $b \ll R$, получим

$$r^2 = 2br$$

$$\boxed{r_m = \sqrt{m\lambda R}, \qquad m = 0, 1, 2, \ldots}$$

Полосы равного наклона



$$\Delta = n(AB + BC) - AD,$$

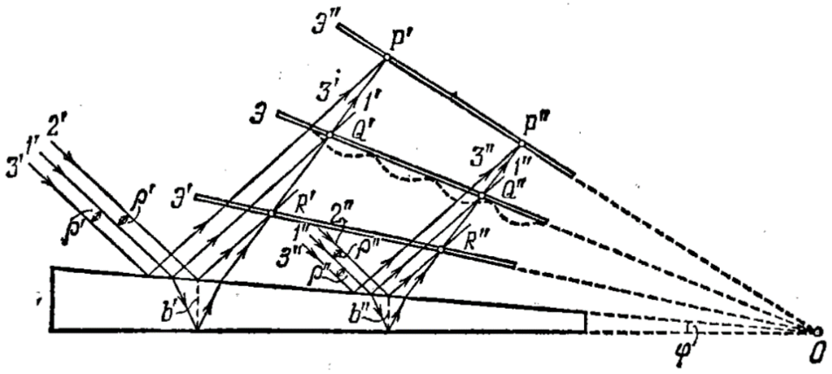
$$AB + BC = \frac{2h}{\cos\beta},$$

$$AD = 2h\,\mathrm{tg}\beta\sin\alpha$$

С учетом: $n \cdot \sin\beta = \sin\alpha$; $AD = 2nh\dfrac{\sin^2\beta}{\cos\beta}$

$$\Delta = 2nh\frac{1-\sin^2\beta}{\cos\beta} \qquad \boxed{\Delta = 2nh\cos\beta.}$$

Полосы равной толщины



Задача 4.81. На рис.1 показана интерференционная схема с бизеркалами Френеля.
Угол между зеркалами $\alpha = 12'$, расстояния от линии пересечения зеркал до узкой щели **S** и экрана **Э** равны, соответственно, $r = 10{,}0$ см и $b = 130$ см.
Длина волны света $\lambda = 0{,}55$ мкм.
Определить:
а) ширину интерференционной полосы на экране и число возможных максимумов;
б) сдвиг картины на экране при смещении щели на $\delta l = 1{,}0$ мм по радиусу r с центром в точке О;
в) при какой ширине щели $h_{МАКС}$ интерференционные полосы на экране будут наблюдаться ещё достаточно отчётливо.

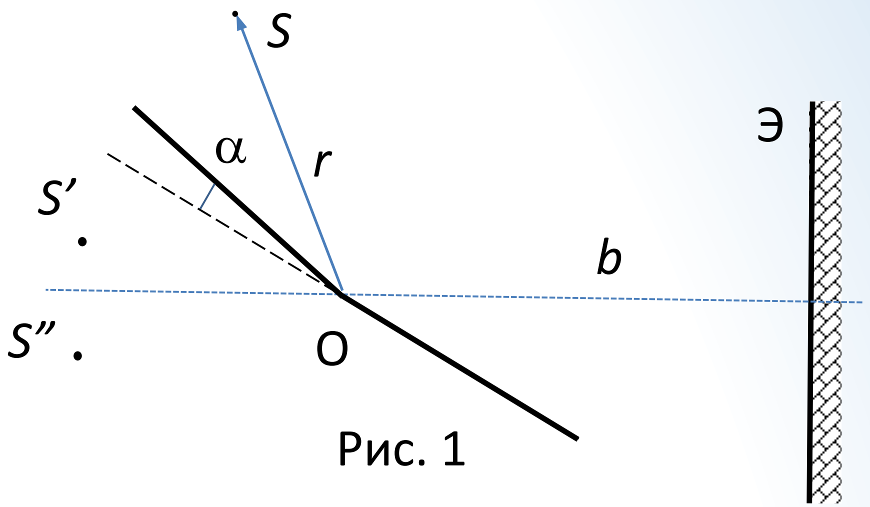
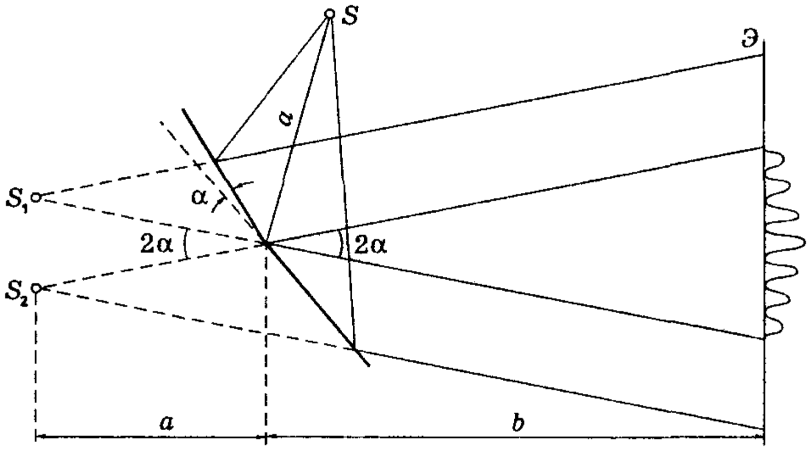


Рис. 1



Решение: Рассмотрим вспомогательную задачу об интерференции двух цилиндрических волн от двух очень узких щелевых источников монохроматического света (рис. 2).

В непрозрачной перегородке (D) есть две узкие щели (S_1 и S_2), являющиеся источниками света.

Интерференционную картину наблюдают на экране (Э).

Расстояние между щелями много меньше расстояния между экраном и перегородкой $d << l$.

Значение показателя преломления среды принимаем равным единице $n = 1$. Тогда оптическая разность хода лучей $L = \Delta = l_2 - l_1$.

Интерференционная картина на экране в этом опыте представляет собой череду *параллельных* тёмных и светлых полос.

Будем предполагать, что начальные фазы колебаний от источников равны. Тогда центральная полоса (О), расположенная симметрично относительно источников будет всегда светлой.

Вдоль экрана направим ось X, чтобы координата $x = 0$ соответствовала точке О.

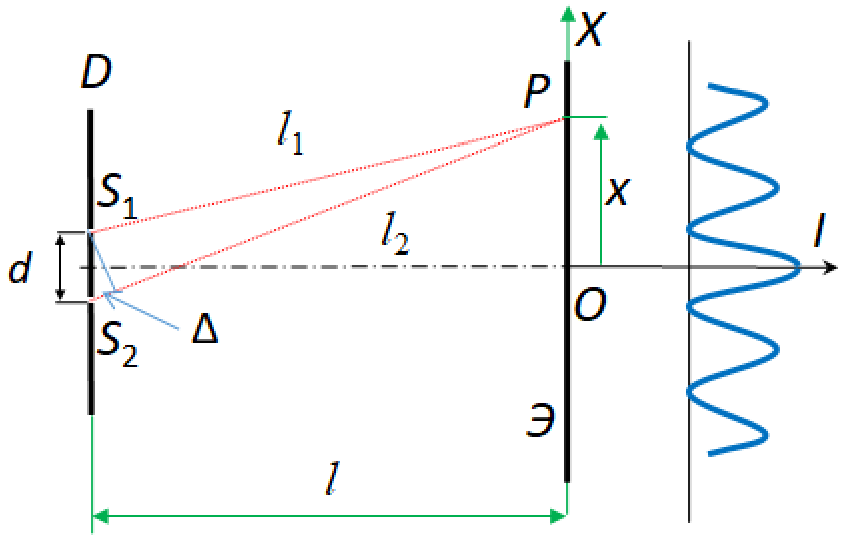


Рис. 2

Оптическая разность хода лучей от источников до некоторой полосы (*P*) равна

$$L_2 - L_1 = \Delta = l_2 - l_1 = \frac{l_2^2 - l_1^2}{l_2 + l_1} \qquad (1)$$

Т.к. *d* << *l*, то при небольших значениях *x* можно принять, что $l_2 + l_1 \approx 2l$. Учитывая, что

$$l_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \qquad (2)$$

и

$$l_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2, \qquad (3)$$

получаем равенство

$$L_2 - L_1 \approx \frac{l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}{2l} = \frac{xd}{l}. \qquad (4)$$

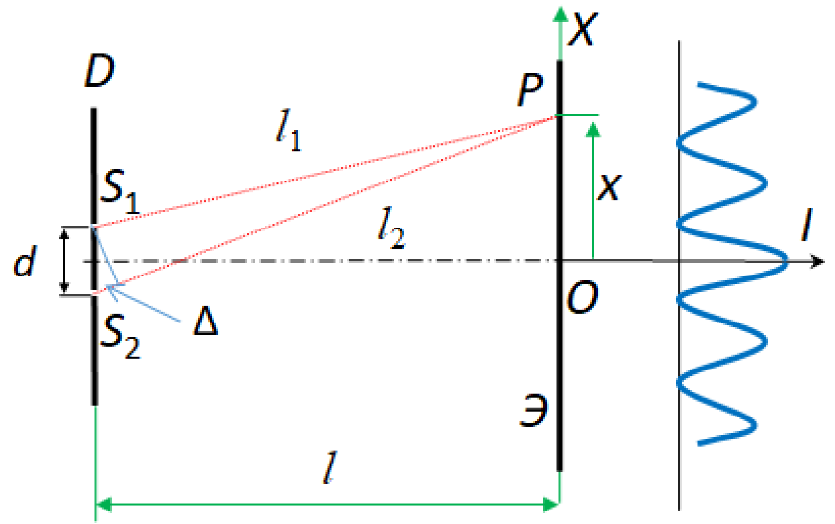


Рис. 2

Светлые полосы соответствуют максимуму интенсивности.
В этом случае оптическая разность хода равна целому числу длин волн

$$\frac{xd}{l} = m\lambda, \qquad (5)$$

откуда координаты максимумов

$$x_m^{MAX} = m\frac{l}{d}\lambda. \qquad (6)$$

Два соседних максимума с номерами m и $m + 1$ находятся на расстоянии, величина которого называется *шириной интерференционной полосы*

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda\,. \qquad (7)$$

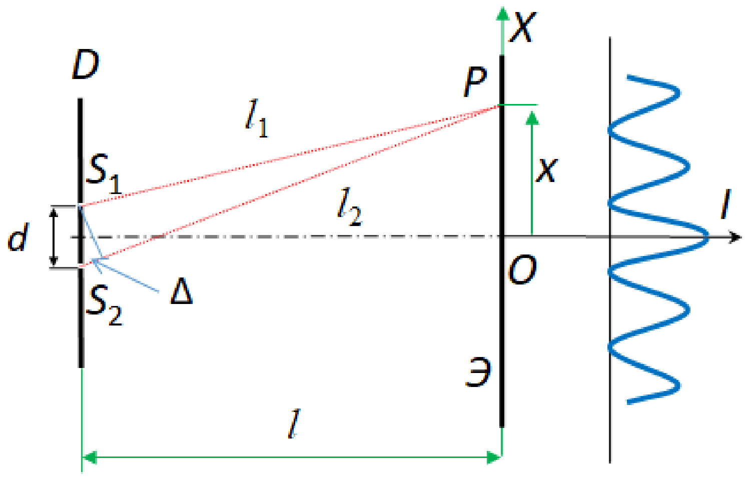


Рис. 2

Тёмные полосы соответствуют минимуму интенсивности. В этом случае оптическая разность хода равна нечётному числу длин полуволн

$$\frac{xd}{l} = (2m + 1)\lambda, \qquad (8)$$

откуда координаты минимумов

$$x_m^{MIN} = (2m + 1)\frac{l}{d}\frac{\lambda}{2}. \qquad (9)$$

Два соседних минимума с номерами m и $m + 1$ находятся на расстоянии

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda. \qquad (10)$$

Т.е. расстоянии между соседними максимумами и соседними минимумами *одинаковые*.

Можно считать, что *видимая ширина* светлой или темной полосы в этом случае равна $\Delta x/2$.

В исходной задаче источниками волны *S'* и *S"* являются изображения щели *S* в частях зеркала (рис.3).
Расстояние между источниками равно

$$d = 2r \cdot tg\alpha \,. \qquad (11)$$

Расстояние от плоскости источников до экрана равно

$$l = b + r\cos\alpha \,. \qquad (12)$$

Для малого угла α ширина интерференционной полосы равна

$$\Delta x = \frac{r+b}{2r\cdot\alpha}\lambda \approx 1{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \qquad (13)$$

Ширина наблюдаемой зоны интерференции равна

$$k = 2b \cdot tg\alpha \approx 9{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \qquad (14)$$

поэтому число возможных максимумов равно целой части числа

$$N = \left[\frac{k}{\Delta x} + 1\right] = 9, \qquad (15)$$

где добавление «1» учитывает наличие центрального максимума.

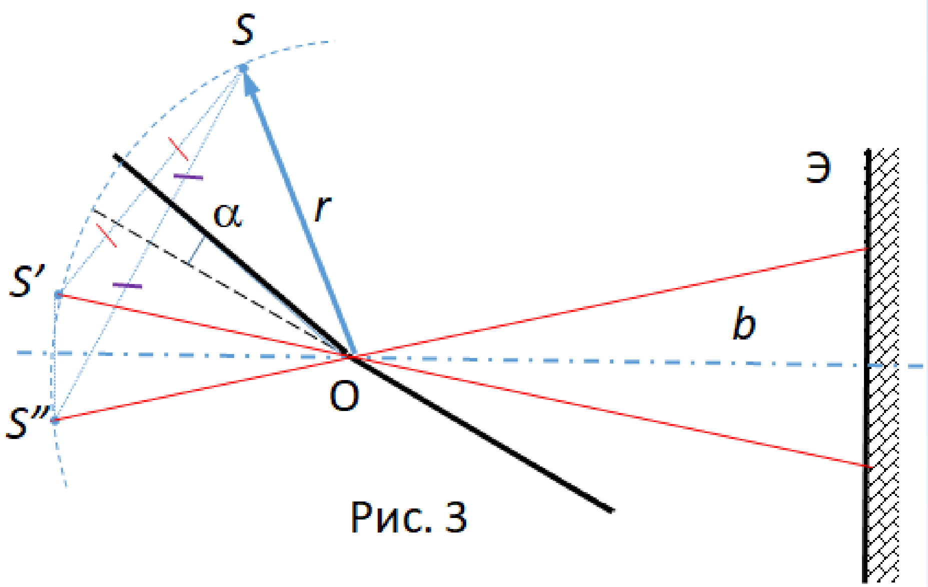
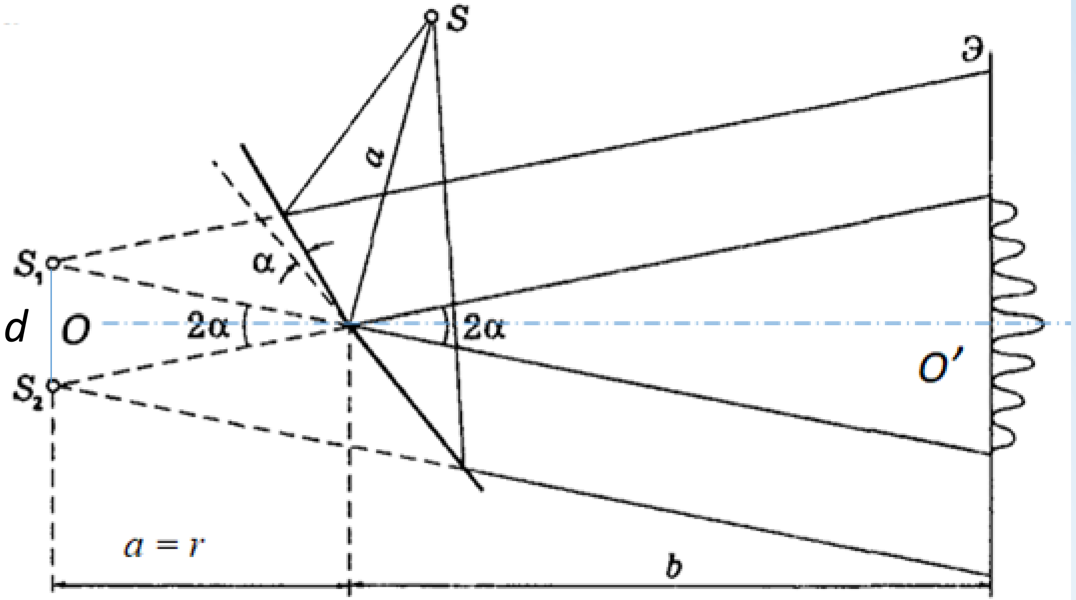


Рис. 3

Второй вариант решения пункта а)



Ширина отдельной интерференционной полосы определяется формулой

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi},$$

где: φ – угловое расстояние между источниками.
С учетом того, что

$$\varphi = d/(r+b), \text{ а } d = S' - S'' = r \cdot 2\alpha$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{\lambda(r+b)}{r \cdot 2\alpha}.$$

На экране $2x_{max} = b \cdot 2\alpha$

Отсюда $x_{max} = b \cdot \alpha$.

Число полос по одну сторону от оси O-O’

$$\frac{x_{max}}{\Delta x} = \frac{b\alpha \cdot r2\alpha}{\lambda(r+b)} = \frac{2\alpha^2 br}{\lambda(r+b)} \approxeq 4{,}1.$$

Тогда с учетом центрального максимума $N = 2n + 1 = 9$

Решение по пунктам б) и в).

При смещении щели на δl по радиусу r с центром в точке О, каждое из изображений щели сдвинется на такую же величину в противоположном направлении, а картина на экране сместится симметрично относительно точки О. Поэтому величину сдвига δk картины на экране можно найти из соотношения

$$\frac{\delta l}{r} = \frac{\delta k}{b} \qquad (16)$$

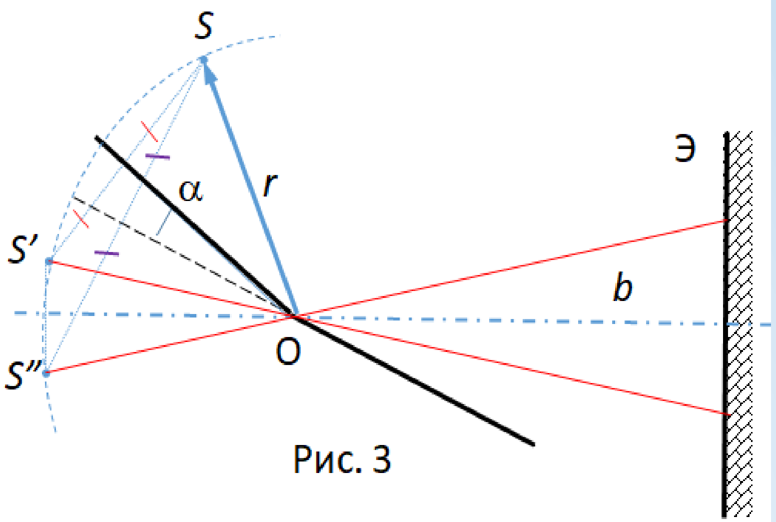


Рис. 3

откуда

$$\delta k = \frac{\delta l}{r} b = 1{,}3 \cdot 10^{-2} \text{ м.} \qquad (17).$$

Аналогично (16) можно записать условие различимости интерференционной картины: размер изображения щели не должен превышать видимую ширину интерференционной полосы:

$$\frac{h_{MAX}}{r} b \leq \frac{\Delta x}{2}. \qquad (18)$$

Отсюда определяем максимальную ширину щели

$$h_{MAX} \leq \frac{r}{2b} \Delta x \approx 42{,}4 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Задача 4.87. ***На рис. 4 показана схема интерферометров для измерения показателей преломления прозрачных веществ. Здесь S – узкая щель, освещаемая монохроматическим светом λ = 589 нм, 1 и 2 – две одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых l = 10,0 см, Д – диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в трубке 1 заменили аммиаком, то интерференционная картина на экране Э сместилась вверх на N = 17 полос. Показатель преломления воздуха n = 1,000277. Определить показатель преломления аммиака.***

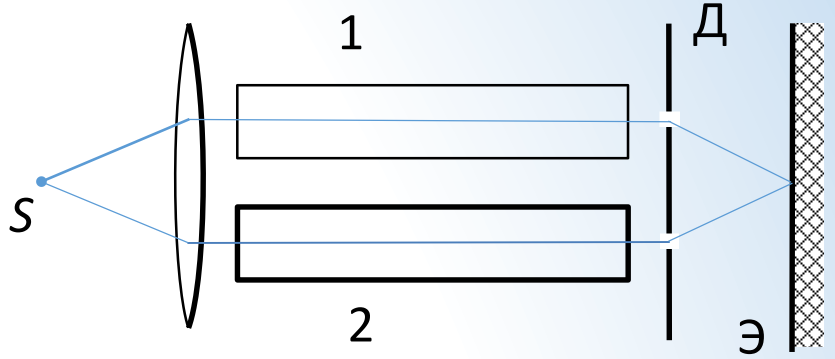


Рис. 4

Решение: Когда в обеих трубках 1 и 2 был воздух, оптическая разность хода лучей была равна нулю.
После замены воздуха аммиаком оптическая разность хода стала равной

$$l(n_\text{А} - n_\text{В}) = N \cdot \lambda\,.$$

Откуда

$$n_\text{А} = n_\text{В} + \frac{N \cdot \lambda}{l} \approx 1{,}000377.$$

Задача 4.91. ***Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхности стекла последнее покрывают тонким слоем вещества с показателем преломления $n' = \sqrt{n}$, где n – показатель преломления стекла.***

В этом случае амплитуды световых колебаний, отраженных от обеих поверхностей такого слоя, будут одинаковыми.

При какой толщине этого слоя отражательная способность стекла в направлении нормали будет равна нулю для света с длиной волны λ?

МГТУ им.
Н.Э.
Баумана

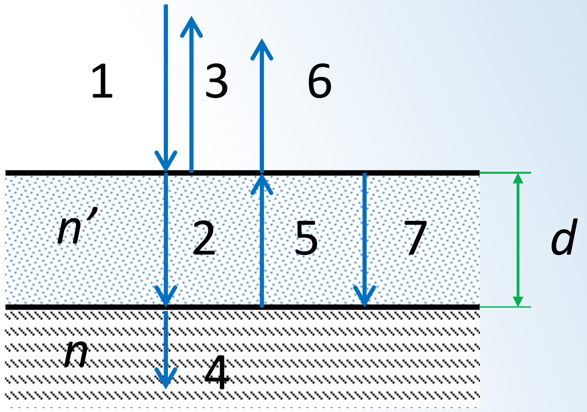


Рис. 5

Решение: Пусть луч 1 (рис.5) падает нормально к поверхности плёнки.
На границе пленки и воздуха он делится на: луч 2 – прошедший внутрь плёнки и луч 3 – отражённый от поверхности плёнки (для наглядности, на рисунке лучи разнесены в разные стороны).
Луч 2 при падении на поверхность стекла делится, в свою очередь на: луч 4 – прошедший в стекло и луч 5 – отраженный от стекла.
Луч 5 при падении на границу плёнка-воздух делится на: 6 – луч, прошедший через границу, и луч 7 – отражённый от границы. И т.д.
Рассмотрим интерференцию лучей 3 и 6. По условию, отражательная способность стекла в направлении нормали равна нулю для света с длиной волны λ, следовательно, их оптическая разность хода должна быть равной нечётному числу полуволн

$$\Delta L = (2m+1)\frac{\lambda}{2}. \qquad (1)$$

При отражении от оптически более плотной среды фаза световой волны меняется на π, т.е. оптическая длина пути меняется на $\lambda/2$.
В данной задаче лучи 3 и 6 получены в результате однократных отражений от оптически более плотной среды, поэтому у них одинаковое изменение фазы.
Тогда оптическая разность хода лучей 3 и 6 равна

$$\Delta L = 2dn'. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что толщина плёнки равна

$$d = (2m+1)\frac{\lambda}{4n'},$$

где m – целое положительное число.

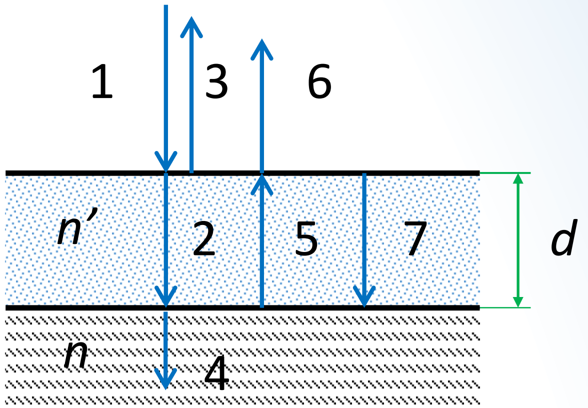


Рис. 5

Задача 4.97. *Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны* $R = 40$ *см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом в отраженном свете радиус некоторого кольца* $r = 2{,}5$ *мм. Наблюдая за данным кольцом, линзу осторожно отодвинули от пластинки на* $h = 5{,}0$ *мкм.*
Каким стал радиус этого кольца?

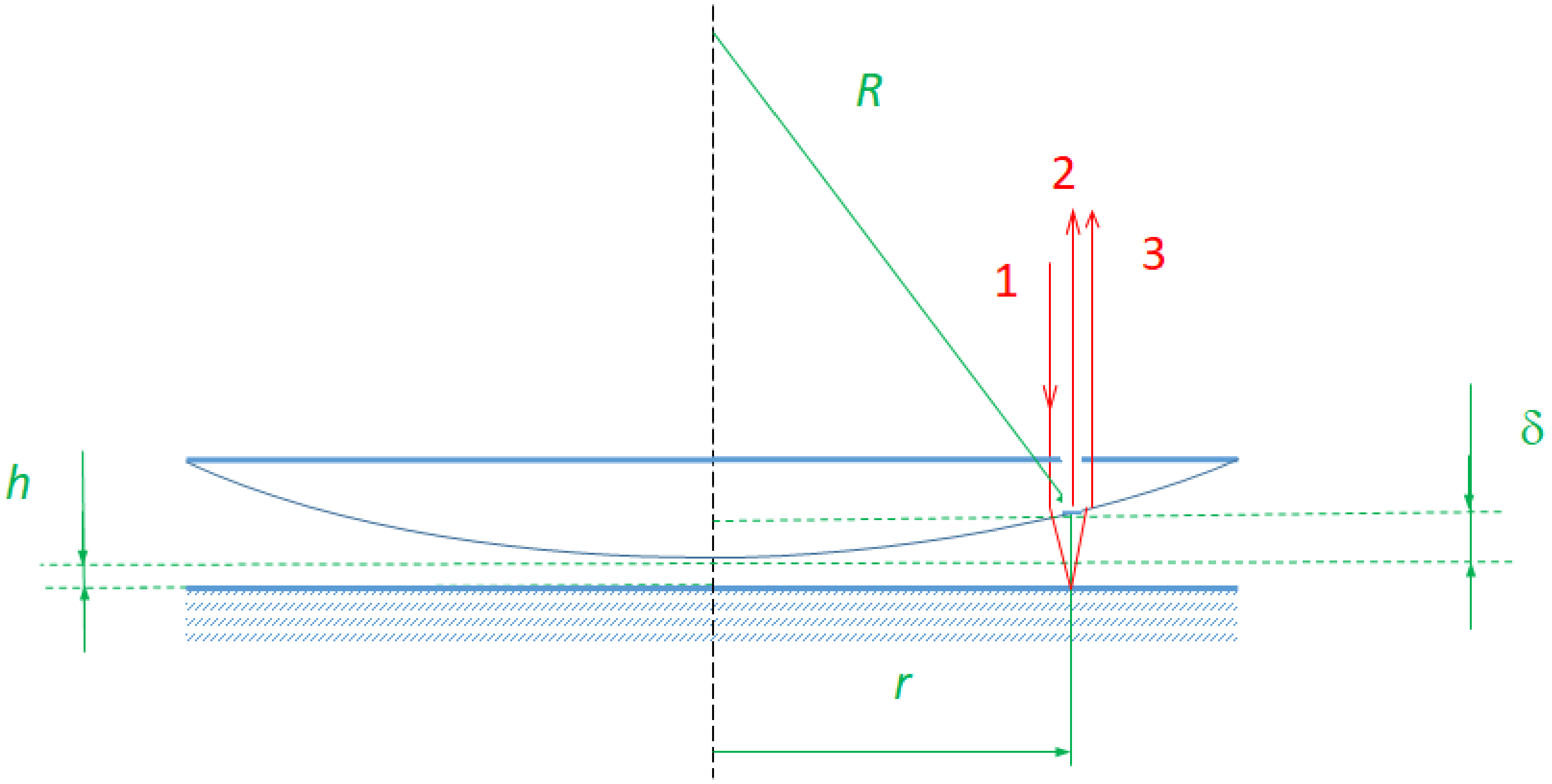


Рис. 6

Уточнённый рисунок 6

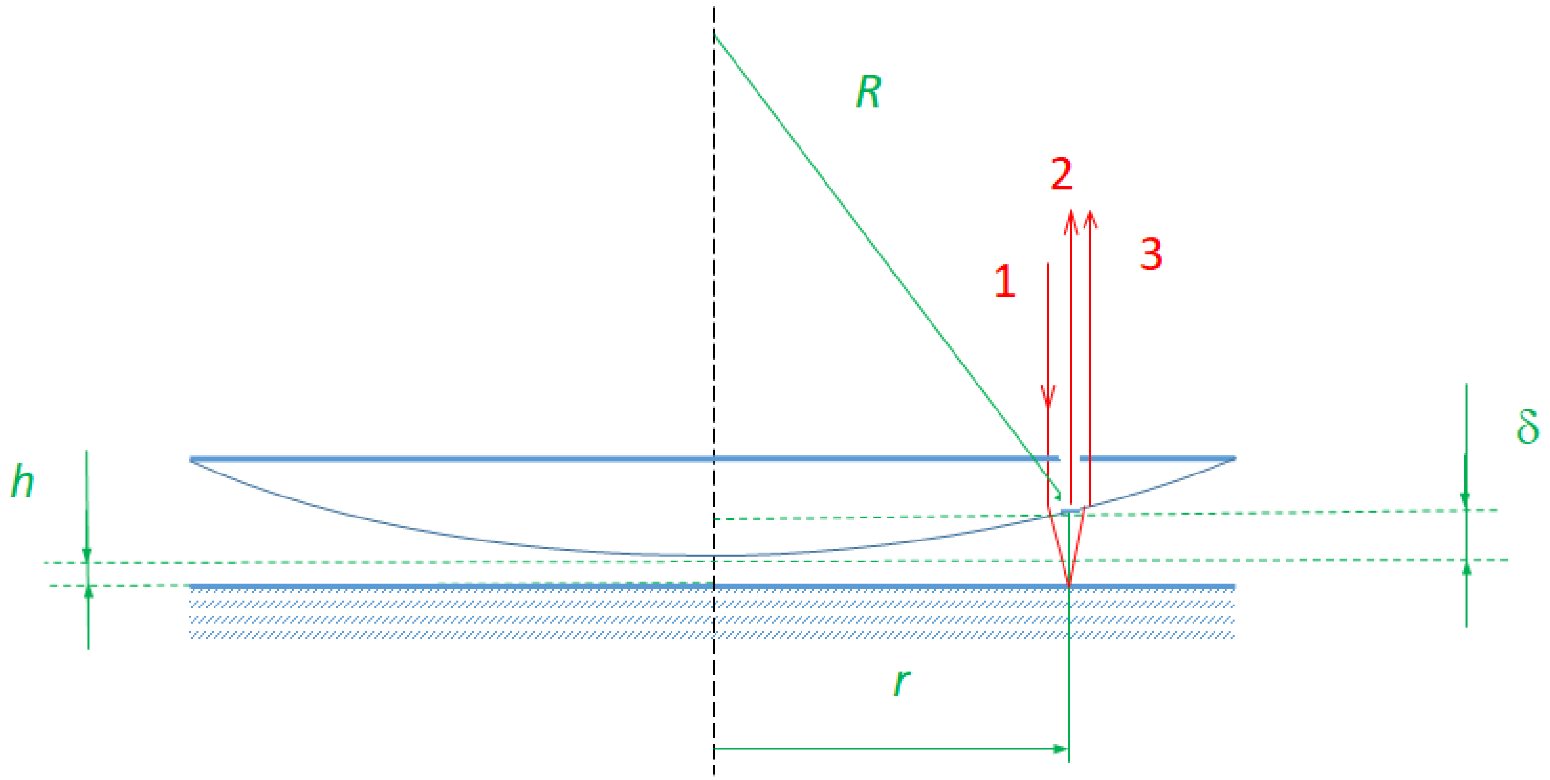


Рис. 6

Решение: Рассмотрим луч света, падающий на линзу (рис.6).
Луч 1 делится на: луч отраженный от плоской поверхности и луч прошедший внутрь линзы.
На нижней границе прошедший луч делится на отраженный и прошедший.
Отраженный от нижней границы луч частично выходит из линзы (2).
Из прошедшего через нижнюю поверхность линзы луча после отражения от стекла и преломления на нижней границе линзы получается луч (3).
Интерференционную картину в отраженном свете формируют эти два луча (2) и (3).
Пусть h – расстояние от линзы до поверхности стекла. Оптическая разность хода лучей (2) и (3)

$$\Delta L = 2(h+\delta)+\frac{\lambda}{2}. \qquad (1)$$

При отражении от оптически более плотной среды фаза световой волны меняется на π, т.е. оптическая длина пути меняется на $\lambda/2$, что учтено в (1) для луча, отраженного от стекла.

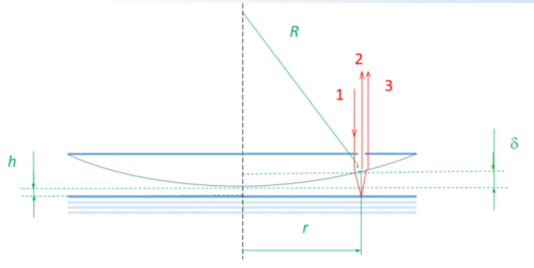


Рис. 6

Величину δ можно найти из геометрических соотношений, если ввести радиус линзы R и радиус кольца r:

$$r^2 = R^2 - (R - \delta)^2 \qquad (2)$$

или

$$r^2 = 2R\delta - \delta^2. \qquad (3)$$

С учётом соотношения $\delta << R$ из (3) следует выражение для радиуса кольца

$$r = \sqrt{2R\delta}. \qquad (4)$$

Например, для тёмных колец должно выполняться условие минимума при интерференции

$$\Delta L = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \qquad (5)$$

Из (5) с учётом (1) следует

$$\delta = m\frac{\lambda}{2} - h. \qquad (6)$$

Тогда, из (4) и (6) можно получить радиус темного кольца

$$r = \sqrt{R(m\lambda - 2h\,)}. \qquad (7)$$

По условию, известен радиус кольца при $h = 0$, который обозначим, как

$$r_0 = \sqrt{Rm\lambda}. \qquad (8)$$

Из (7) и (8) следует радиус этого кольца при $h > 0$

$$r = \sqrt{r_0^2 - 2Rh} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Для закрепления знаний по теме данного семинара дома следует самостоятельно решить следующие задачи, которые рекомендуются учебным планом

Домашнее задание к семинару 7

Иродов И.Е. Задачи по общей физике.- М.: Бином, 1998 - 2001,

Дома: ОЛ-7 задачи 4.86, 4.98 или ОЛ-8 задачи 5.80, 5.92.

ОЛ-7. Иродов И.Е. Задачи по общей физике.- М.: Бином, 1998÷2001.
ОЛ-8. Иродов И.Е. Задачи по общей физике.- М.: Наука, 1988.

4.86. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на $d = 2{,}5$ мм. На экране, расположенном за диафрагмой на $l = 100$ см, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщины $h = 10$ мкм?

$\Delta x = hl\,(n-1)/d = 2{,}0$ мм

4.98. На вершине сферической поверхности плоско-выпуклой стеклянной линзы имеется сошлифованный плоский участок радиуса $r_0 = 3{,}0$ мм, которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы $R = 150$ см. Найти радиус шестого светлого кольца в отраженном свете с $\lambda = 655$ нм.

$r = \sqrt{r_0^2 + \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda R} = 3{,}8$ мм, где $k = 6$

Спасибо за внимание