

О РАСЧЕТЕ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ, СООТНОШЕНИИ
МАГНИТНЫХ ВЕКТОРОВ \mathbf{H} , \mathbf{J} , \mathbf{B} И ИЗОБРАЖЕНИИ ИХ ПОЛЕЙ

Чуев А.С., к.т.н.

Контакт с автором: chuev@mail.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана

При рассмотрении соотношения магнитных векторов, особенно на плоской границе двух сред при отсутствии тангенциальных составляющих (вектор внешнего поля и намагниченность магнетиков ориентированы по нормали к границе двух сред), возникает ряд парадоксов, разрешение которых приводит к далеко идущим выводам.

В качестве примера с обозначенным расположением магнитных векторов рассмотрим две задачи 7.6 и 7.7 из учебника Иродова 2003 года [1] по расчету параметров магнитных систем. В одном примере (7.6) анализируются соотношения магнитных векторов \mathbf{B} , \mathbf{J} и \mathbf{H} внутри вещества кольцевого магнита с поперечной щелью. В другом примере (7.7) рассматривается аналогичная конструкция с таким же по форме кольцевым железным сердечником, намагничиваемым от катушки с током. Подобный пример с железным сердечником, намагничиваемым от катушки с током, приводится и в учебнике Савельева ([2], стр.195). Текст из учебника Иродова приведен на рис.1 и рис.2.

7.6. Постоянный магнит имеет вид кольца с узким зазором между полюсами. Средний диаметр кольца равен d . Ширина зазора b , магнитная индукция поля в зазоре B . Пренебрегая рассеянием поля на краях зазора, найти модули векторов \mathbf{H} и \mathbf{J} внутри вещества.

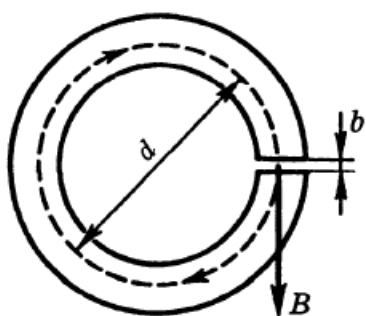


Рис. 7.22

Решение. Воспользовавшись теоремой о циркуляции вектора \mathbf{H} по пунктирной окружности диаметром d (рис. 7.22) и учитывая, что токов проводимости нет, запишем

$$(\pi d - b)H_{\tau} + bB/\mu_0 = 0,$$

где H_{τ} — проекция вектора \mathbf{H} на направление обхода контура (оно взято совпадающим с направлением вектора \mathbf{B} в зазоре). Отсюда

$$H_{\tau} = -\frac{bB}{\mu_0(\pi d - b)} \approx -\frac{bB}{\mu_0 \pi d}. \quad (1)$$

Рис.1. Пример 7.6 из учебника Иродова

Знак минус показывает, что направление вектора \mathbf{H} внутри вещества магнита противоположно вектору \mathbf{B} в той же точке. Заметим, что при $b \rightarrow 0$ и $H \rightarrow 0$.

Модуль намагниченности \mathbf{J} найдем по формуле (7.11), используя результат (1):

$$\mathbf{J} = \frac{B/\mu_0}{1 - b/\pi d} \approx \frac{B}{\mu_0}.$$

Соотношение между векторами \mathbf{B}/μ_0 , \mathbf{H} и \mathbf{J} в любой точке вещества магнита показано на рис. 7.23.

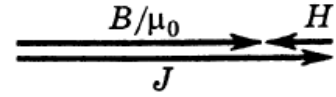


Рис. 7.23

- 7.7. На железном сердечнике в виде тора со средним диаметром d имеется обмотка с общим числом витков N . В сердечнике сделана узкая поперечная прорезь шириной b (см. рис. 7.22). При токе I через обмотку магнитная индукция в прорези равна B . Пренебрегая рассеянием поля на краях прорези, найти магнитную проницаемость железа в этих условиях.

Решение. Согласно теореме о циркуляции вектора \mathbf{H} по окружности диаметром d (см. рис. 7.22) имеем

$$(\pi d - b)H + bH_0 = NI,$$

где H и H_0 — модули вектора \mathbf{H} соответственно в железе и прорези. Кроме того, отсутствие рассеяния поля на краях прорези означает, что

$$B = B_0.$$

Из этих двух уравнений с учетом того, что $B = \mu\mu_0 H$ и $b \ll d$, получим

$$\mu = \frac{\pi d B}{\mu_0 N I - b B}.$$

Рис.2. Окончание примера 7.6 и пример 7.7 из учебника Иродова

Для автора статьи в этих примерах два удивительных момента. Во-первых, это наличие в первой задаче вектора \vec{H} при отсутствии в системе токов проводимости. Во-вторых, направленность вектора \vec{H} , показанная на рисунке противоположной направленности векторов \vec{B}/μ_0 и \vec{J} .

В дополнение к отмеченному удивляет и разный подход в решении двух приводимых задач, схожих по конечному эффекту. Уравнения, описывающие циркуляцию магнитных векторов в обоих примерах, по идее, должны быть схожими.

Во втором примере циркуляция вектора \vec{H} , создаваемого током катушки, в принципе, должна быть эквивалентна циркуляции вектора \vec{J} - намагниченности железного сердечника в первом примере. Не важно, от чего происходит намагничивание железного сердечника: от имеющейся обмотки с током или железный сердечник стал постоянным магнитом, намагниченным от обмотки с током при его изготовлении. В том и другом случае равновеликие намагниченности магнита и железного сердечника должны создавать в щелевом воздушном зазоре между полюсами магнита поле одинаковой интенсивности.

Правильное описание циркуляции магнитных векторов в примере с кольцевым тороидальным магнитом, имеющим поперечный щелевой зазор величиной b , по мнению автора, должно быть таким:

$$J(\pi d - b) + bB / \mu_0 = i(\pi d - b) + \frac{A}{\mu_0 r} b, \quad (1)$$

где: J - модуль вектора намагниченности внутри сердечника; i - поверхностная плотность молекулярных токов намагничивания на внутренней поверхности кольцевого магнита (известно, что J и i численно равны); A - модуль векторного потенциала; r - радиус тела тороидального магнита.

Однако формулу (1) трудно использовать ввиду ее сложности, а в данном примере и неопределенности значения r . Имеется гораздо более простой путь решения этой задачи.

Намагниченность представляет собой суммарную объемную плотность магнитных дипольных моментов материала магнита. Объемная плотность определенным образом ориентированных магнитных дипольных моментов (*намагниченность*) в каждой миниатюрной части магнита неизменна и не зависит от величины зазора, но интенсивность магнитного поля в зазоре и в окружающем магнит пространстве должна зависеть от количества магнитных дипольных моментов, приходящихся на весь объем. Чем дальше от магнита, тем слабее магнитное поле - это эмпирический факт.

Очевидно, что при ничтожно малой величине зазора b индукция магнитного поля в зазоре, вернее, отношение B / μ_0 , будет равно намагниченности J внутри магнита, а в окружающем магнит пространстве это отношение (B / μ_0) будет уменьшаться с ростом объема пространства и уменьшением числа магнитных дипольных моментов, приходящихся на единицу этого пространства. Отсюда величина магнитной индукции B (точнее, B / μ_0) в большом зазоре магнита будет меньше намагниченности внутри магнита на значение, определяемое уменьшением полного объема кольцевого магнита на объем щелевого зазора.

Отношение объема щелевого зазора ко всему объему кольцевого магнита равно отношению ширины щели к периметру кольца магнита. Поэтому можем составить и приравнять следующие эквивалентные отношения:

$$\frac{J - B / \mu_0}{J} = \frac{b}{\pi d}. \quad (2)$$

Отсюда определим:

$$J = \frac{B / \mu_0}{1 - b / \pi d} \approx \frac{B}{\mu_0}. \quad (3)$$

Таким образом, мы получили верное решение задачи без привлечения неуместного в данном примере вектора \vec{H} - напряженности магнитного поля. Подчеркнем принципиальную авторскую позицию, **вектор \vec{H} должен присутствовать только там, где есть токи проводимости**, иначе его привлечение носит искусственный (расчетный) характер.

Ограниченность привлечения вектора \vec{H} к решению задачи 7.6 можно показать следующим образом. Если щелевой зазор становится очень большим и магнит в пределе становится стержневым, то по методу Иродова в соответствии с представленным на рис.2 соотношением векторов поле \vec{B} / μ_0 внутри магнита становится равным нулю, но этого не может быть. Поле B / μ_0 на торцах стержневого магнита, как и внутри него, будет равно намагниченности J . То, что внутри магнита эти два поля равны по величине и имеют одинаковое направление легко понять, если представить, что внутри магнита образовался щелевой зазор величиной в один-два или несколько атомов (а такие зазоры в кристаллах всегда есть).

При удалении от торца стержневого магнита поле B / μ_0 будет естественно ослабевать из-за увеличения объема пространства, приходящегося на неизменное количество магнитных дипольных моментов, находящихся внутри магнита.

В рассмотренной задаче источником поля B / μ_0 как внутри, так и вне магнита являются магнитные диполи молекул и атомов вещества магнита. О поле вектора \vec{H} в нашем решении речь не шла, поскольку отсутствовали токи проводимости.

В общем случае, когда есть и токи проводимости, и магнетик, обладающий вещественными *магнитными дипольными моментами*, то образуемое ими поле B (точнее, B / μ_0) будет состоять из двух составляющих (пример 7.7). Оно образуется как бы от двух источников. Во-первых, это составляющая вектора \vec{B} / μ_0 , образуемая от токов проводимости, мы ее называем *напряженностью магнитного поля \vec{H}* , и составляющая вектора \vec{B} / μ_0 от моле-

кулярных токов магнетика, ее мы называем намагниченностью \vec{J} магнетика (и полем B в его окрестности).

Таким образом, вектор \vec{B}/μ_0 получается составным и вспомогательным (расчетным), а это требует пересмотра устоявшихся представлений о соотношении магнитных векторов. В большинстве учебников вектор \vec{B} , наряду с вектором \vec{J} , считается первичным, а вектор \vec{H} составным и вспомогательным, не имеющим глубокого физического смысла ([1], стр. 184). Однако если внимательно анализировать известное соотношение для магнитных векторов:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \quad (4)$$

то оно представимо в форме сложения, что для векторов более естественно:

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J}. \quad (5)$$

Если использовать иную форму записи:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}, \quad (6)$$

то составляющие формулы теряют физический смысл, поэтому ее лучше не применять.

По выражению (5) векторы \vec{B}/μ_0 и \vec{H} (в случае внешнего намагничивания магнетика от обмотки с током) обязательно должны совпадать по направлению, а вектор *намагниченности* \vec{J} будет вести себя по-разному. Для пара- и ферромагнетиков этот вектор будет совпадать по направлению с указанными векторами, а для диамагнетиков он будет противоположно направленным.

В случае с постоянными магнитами вектор \vec{H} не должен присутствовать, так как в системе нет токов проводимости, а поле вектора \vec{B}/μ_0 вне магнита можно рассчитывать как объемную плотность *магнитных дипольных моментов*, расположенных в теле магнита, но приходящихся на весь расчетный объем. Учет изменений в направленности вектора \vec{B}/μ_0 в пространстве вне магнита может не потребоваться, но учет конфигурации этого пространства (отдаленности от магнетика) будет необходим.

Правильное, по мнению автора, соотношение магнитных векторов в однородных магнетиках, первично намагничиваемых от внешнего поля H , приведено на рис.3.

Соотношения магнитных векторов

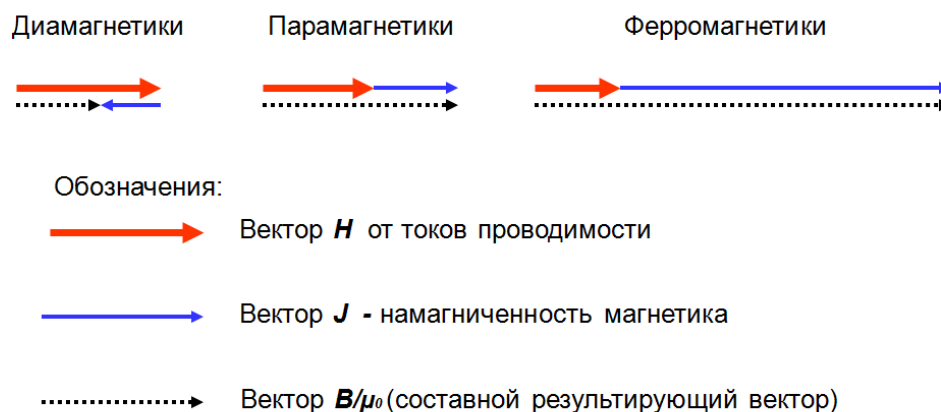


Рис.3. Соотношения векторов: \vec{H} (красный), $\vec{J} = \chi\vec{H}$ (синий), $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ (черный)

Рисунок 3 иллюстрирует первичность вектора \vec{H} и различный отклик на него в различных магнетиках в виде вектора намагниченности \vec{J} , различного по величине и направлению. Очевидно, что вектор \vec{B}/μ_0 присутствует здесь как составной результирующий вектор, поэтому он никак не может быть первичным.

Пример с ферромагнетиком особенно нагляден. Он показывает, что результирующее магнитное поле (вектор \vec{B}/μ_0) формируется в основном за счет реакции магнетика. В действительности разница модулей векторов \vec{H} и \vec{B}/μ_0 для этого варианта будет еще большей (для ферромагнетиков μ достигает десятков тысяч единиц).

Соотношение (5) тоже иллюстрирует нам, что поле B (точнее, \vec{B}/μ_0) не первично, а является составным. Источниками этого поля являются токи проводимости, выражаемые вектором \vec{H} , и молекулярные токи (магнитные моменты молекул), конечное объемное действие которых выражает вектор намагниченности \vec{J} .

Важность правильного представления о том, какие магнитные векторы первичны, а какой вектор (один из трех) является составным, покажем на другом примере (7.3) из того же учебника Иродова [1].

На рис.7.19 учебника приведено (ошибочное, на наш взгляд) изображение полей \vec{B} и \vec{H} , создаваемых прямым длинным тонким проводником с током, лежащем в плоскости, отделивающей пространство, заполненное непроводящим магнетиком с проницаемостью μ , от вакуума. Данное изображение приведено на рис.4. Здесь, как и в предшествующем рассмот-

рении, на границе двух магнетиков векторы \mathbf{B} и \mathbf{H} не имеют тангенциальных составляющих.

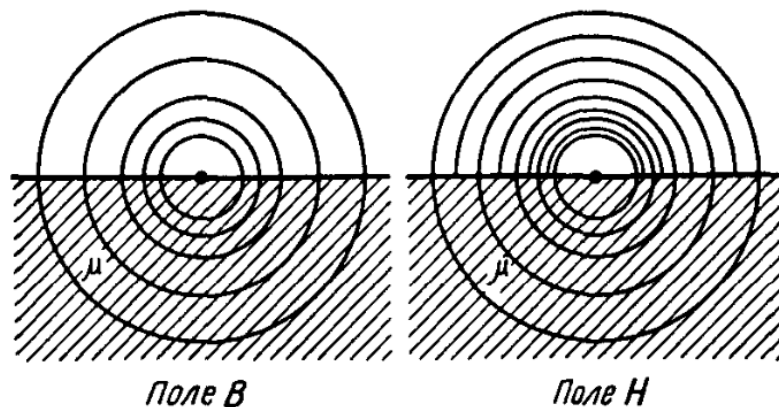


Рис.4. Изображения (по Иродову) полей \mathbf{B} и \mathbf{H} от проводника с током

На рис.4 поле вектора \mathbf{B} показано одинаковым как внутри магнетика, так и в вакууме, а результирующее (по Иродову) поле \mathbf{H} внутри магнетика показано ослабленным, при этом тип магнетика не указан.

Ошибочность изображений по рис.4 состоит в том, что здесь не учитывается то, что в данном конкретном примере векторы на границе двух сред имеют только нормальную составляющую. На достаточном удалении от проводника с током поле \mathbf{B} обязательно будет различным в вакууме и в магнетике по закону Био-Савара-Лапласа, учитывающему наличие в магнетике относительной магнитной проницаемости $\mu \neq 1$. Поэтому в магнетике поле \mathbf{B} обязательно будет усиленным или ослабленным, а потому оно неизбежно оказывается и составным – как сумма двух исходных полей.

С учетом соотношений (5), (6) и рис.3 данный пример, по мнению автора статьи, должен иметь следующие иллюстрации, приводимые для большей ясности отдельно для разных магнетиков (рис.5 и рис.6).

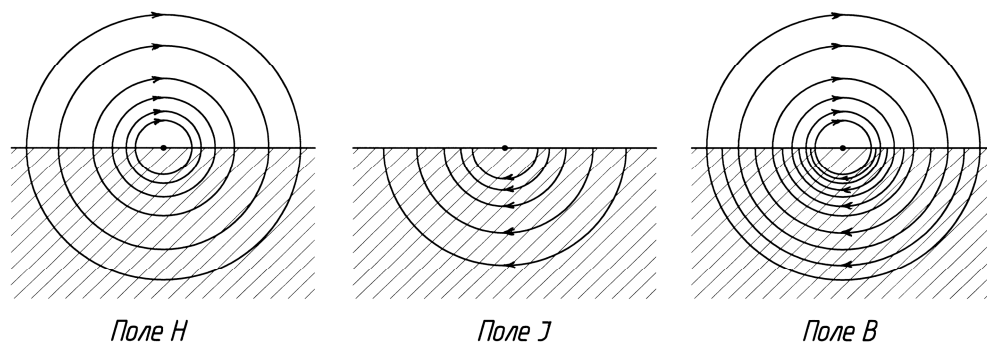


Рис.5. Магнитные поля от проводника с током на границе вакуум-парамагнетик и вакуум-ферромагнетик

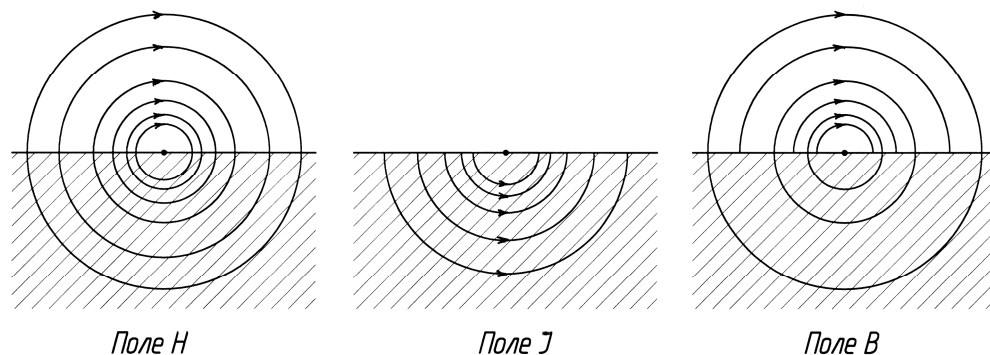


Рис.6. Магнитные поля от проводника с током на границе вакуум-диамагнетик

Возможно линии поля \mathbf{J} на поверхности магнетика, где имеются молекулярные токи намагничивания, не оканчиваются на этих токах, а рассеиваются вблизи поверхности или частично уходят в бесконечность, но это уже детали. Основные аспекты рисунков 5 и 6 следующие: в диамагнетике поле \mathbf{J} направлено против первичного токового поля \mathbf{H} , ослабляя его, а в парамагнетиках и ферромагнетиках поле \mathbf{J} совпадает по направлению с первичным полем \mathbf{H} , усиливая его. Таким образом, составным и деформированным оказывается результирующее поле \mathbf{B} , при этом соблюдается методологически верный принцип суперпозиции.

Возможно встретить возражение: а как же быть с тем, что на границе двух сред получается $\text{div}\vec{B} \neq 0$? Ответ: да, на границе раздела магнетиков и в неоднородных магнетиках при воздействии внешнего магнитного поля дивергенция вектора \mathbf{B} (при отсутствии тангенциальной составляющей) может быть отличной от нуля. Ведь дивергенция вектора \mathbf{B} , по сути, означает дивергенцию намагниченности, которая в неоднородных и составных магнетиках просто обязана быть.

На границе раздела двух магнетиков (особенно если одна из сред является ферромагнетиком) всегда будет, хоть и плавный, но переход от одной величины намагниченности среды к другой. В вузовских учебниках по магнетизму об этом говорится достаточно аккуратно, как о непрерывности нормальной составляющей вектора \mathbf{B} на границе раздела двух магнетиков. В принципе эта фраза верная, плавный переход из одного состояния в другое относится к непрерывности. Неразрывность же нормальных составляющих векторов \mathbf{B} и \mathbf{J} на границе раздела двух сред будет обусловлена способностью магнетиков намагничивать и близлежащее пространство, в том числе и «пустое», то есть вакуум.

Представим себе магнетик в виде железного стержня, расположенного вдоль магнитных силовых линий внешнего намагничивающего поля. В этом поле стержень естественно намагнитится, поле \vec{B}/μ_0 у торцов намагниченного стержня будет равно его намагниченности \mathbf{J} , а по мере удаления от торцов стержня магнитное поле (намагниченность пространства

ва) обязательно будет убывать обратно пропорциональной росту объема, приходящегося на суммарный дипольный момент молекулярных и атомных токов, находящихся внутри намагниченного магнетика. Правда, в дальней зоне расчет намагниченности «пустого» пространства от намагниченного стержня будет достаточно сложен из-за изменчивости конфигурации векторного поля любой из рассчитываемых величин. Для наглядности на рис.7 приведена конфигурация поля стержневого магнита.

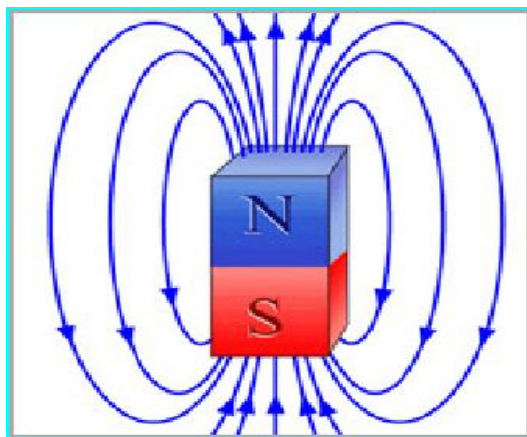


Рис.7. Расходимость и сходимостъ силовых линий магнитного поля

До сих пор сохраняющаяся практика использования вектора \vec{B} как главной характеристики магнитного поля обусловлена, скорее всего, тем, что *индукция магнитного поля* легко измерима, а *намагниченность* нет, но это ни как не должно быть оправданием искажения физики магнитных полей. В подтверждение правильности наших изображений полей на рис.5 и рис.6 (с равномерным полем вектора \vec{H} и неравномерным полем вектора \vec{B}) сошлемся на авторитетные источники.

В книге Ландау Л.Д. и Лифшица Е.М. «Теоретическая физика», том 8 [3, стр.162] прямо сказано: «...наличие среды приводит лишь к изменению магнитной индукции в μ раз; напряженность же $\vec{H} = \vec{B} / \mu$ (примеч. используется размерностная система Гаусса) вообще не изменится». Там же на стр.154 говорится, что среднюю *напряженность* макроскопического магнитного поля принято называть *магнитной индукцией*. В книге Френкеля Я.И. [4, стр.19] пишется: «...среднюю (макроскопическую) напряженность магнитного поля \vec{H} обычно называют «магнитной индукцией» и обозначают через \vec{B} ; ...».

Из приведенных представлений, сформулированных еще в системе Гаусса, легко сделать вывод о том, какой вектор первичен.

Дополнительно можно привести фразу из учебника Матвеева А.Н. [5, стр.271], в котором уже использована системы СИ: «... одинаковые токи проводимости возбуждают одинаковые напряженности магнитного поля в вакууме и в однородном безграничном магнетике...».

Противники излагаемой здесь точки зрения на соотношения магнитных векторов при обсуждении выдвигали в качестве возражения такой довод: авторы известных учебников правы, поскольку они ведут речь о безграничных изотропных магнетиках. Когда же появляется граница двух сред, то эти высказывания становятся не верными. Такой довод автор считает не достаточно обоснованным (лишь бы чего-нибудь сказать) и с ним категорически не согласен.

На рис.8 изображена защищаемая здесь архитектура магнитных векторных величин, характерная, во всяком случае, для статических магнитных полей. В основание пирамиды положены векторы \mathbf{H} и \mathbf{J} , а вектор *индукции магнитного поля* является вторичным составным из первых двух.

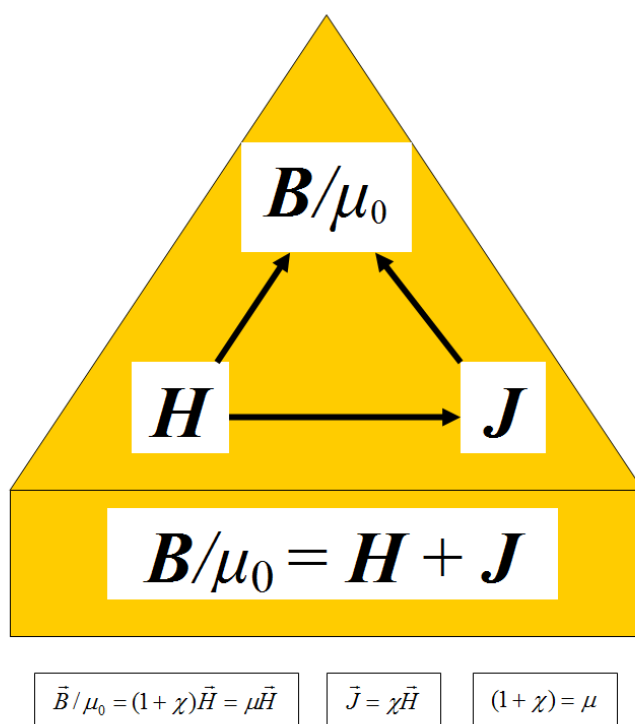


Рис.8. Архитектура магнитных векторных величин

Представление полевого вектора \vec{B} , как суммы двух первичных не полевых (можно сказать «материальных» [6]) векторов \vec{H} и \vec{J} , умножаемых на *магнитную постоянную* μ_0 , которая системно относится к структуро-средовым электромагнитным величинам [6], ставит под вопрос вообще объективность существования поля \mathbf{B} как такового [7] или, по крайней мере, показывает возможность описания магнитного поля без использования этой физической величины.

Подкреплением такого вывода служат наши рассуждения при решении задачи 7.6 из учебника Иродова. Там мы пришли к выводу, что поле \mathbf{B} создается и выражается (описывается) в пространстве, окружающем намагниченный магнетик, как объемная плотность маг-

нитных дипольных моментов, входящих в магнетик. Однако в природе нет вычислительной машинки. Известно, что подобные магнитные дипольные моменты присущи виртуальным частицам вакуума [8], которые есть в любой точке пространства и они, определенным образом ориентируясь в пространстве, окружающем токи проводимости (токи смещения, тоже) и постоянные магниты, способны создавать так называемое магнитное поле.

В таком случае физический смысл поля \mathbf{B} (точнее, отношения \vec{B}/μ_0 , где μ_0 играет роль размерного масштабного коэффициента, согласующего физические величины, относящиеся к разным системным группам) в вакууме - это его намагниченность, которую можно представить как преимущественную ориентацию и объемную плотность суммарного магнитного дипольного момента виртуальных частиц вакуума. Очевидно, что пространственная намагниченность вакуума обязательно вторична, динамична и должна иметь локальный характер.

Однако понятие намагниченность вакуума до сих пор не применяется и зачастую встречает активное неприятие специалистов-физиков, хотя сходное понятие поляризация вакуума [9] (невозможное без существования его поляризованности) уже давно используется и возражений обычно не вызывает.

Выводы

1. В формульном и наглядном изображении постоянных магнитных полей и соотношений магнитных векторов в учебниках по физике встречаются неточности и ошибки. Они обусловлены, по мнению автора, неправильным представлением вектора магнитной индукции \vec{B} первичным, а вектора напряженности \vec{H} составным и вспомогательным.

2. В создании магнитного поля первичны токи проводимости, образующие поле вектора напряженности \vec{H} и молекулярные токи (магнитные дипольные моменты), образующие поле вектора намагниченности \vec{J} выходящее и за пределы границ магнетика. Поле вектора \vec{B} , точнее \vec{B}/μ_0 является суммой первых двух полей и имеет чисто расчетный характер. Модельного представления у вектора \vec{B} нет, своего физического смысла он не имеет.

3. Наиболее подходящее модельное представление для соотношения \vec{B}/μ_0 вне магнетика – суммарная объемная плотность магнитных дипольных моментов виртуальных частиц вакуума. Магнитная постоянная μ_0 играет при этом роль размерного масштабного коэффициента, согласующего размерности базовых электромагнитных величин H и J с полевой физической величиной B .

4. Представление о равенстве нулю дивергенции (расходимости) вектора \vec{B} ошибочно, оно опровергается известной картиной расходимости и сходимости магнитных силовых линий у торцов стержневого магнита.

Источники информации:

1. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. Изд. 4-е испр.– М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2003. – 320 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: В 5 кн.: Кн. 2: Электричество и магнетизм: Учеб. Пособие для вузов. – М.: «Издат. АСТ». 2004. -334 с.
3. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 8. Электродинамика сплошных сред. – М.: «Наука». 1982. 620 с.
4. Френкель Я.И. Электродинамика. Том 2. Макроскопическая электродинамика твердых тел. – Л-М: ОНТИ. 1935. – 557 с.
5. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм: Учеб. пособие. – М.: Высш. школа. 1983. – 463 с.
6. Чуев А.С. Системный подход в физическом образовании инженеров [Электронный ресурс] // Наука и образование: электронное научно-техническое издание.- 2012.- № 2.- Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/299700.html> (2.02.2012).
7. Чуев А.С. Полевые электромагнитные величины – фантом или реальность?// «Законодательная и прикладная метрология». 2012. №3. С. 71-75.
8. Физический вакуум. [Электронный ресурс]. // Википедия. Свободная энциклопедия. - Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Вакуум> (25.04. 2012).
9. Поляризация вакуума. [Электронный ресурс]. // Википедия. Свободная энциклопедия. - Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Поляризация_вакуума (17.04.2012).