Продолжение

Величины и их обозначения	Единицы и их обозначения		Соотношения между единицами
	СИ	Гауссова система	
Диэлектрическая восприимчивость $\varkappa$	СИ-ед.	СГСЭ-ед.	1 СГСЭ-ед. = $= 4\pi$ СИ-ед.
Электрическое смещение (электрическая индукция) D	кулон на квадратный метр (Кл/м^2)	СГСЭ-ед.	1 Кл/м^2 = $=4\pi\cdot 3\cdot 10^5$ СГСЭ-ед.
Поток электрического смещения (поток электрической индукции) Φ	кулон (Кл)	СГСЭ-ед.	1 Кл = $=4\pi\cdot 3\cdot 10^9$ СГСЭ-ед.
Электрическая емкость C	фарад (Ф)	сантиметр (см)	1 Ф $= 9\cdot 10^{11}$ см
Сила тока I	ампер (А)	СГСЭ-ед.	1 А = $= 3\cdot 10^9$ СГСЭ-ед.
Плотность тока j	ампер на кв. метр (А/м^2)	СГСЭ-ед.	1 А/м^2 = $= 3\cdot 10^5$ СГСЭ-ед.
Электрическое сопротивление R	ом (Ом)	СГСЭ-ед.	1 СГСЭ-ед. = $= 9\cdot 10^{11}$ Ом
Удельное сопротивление ρ	ом-метр (Ом·м)	СГСЭ-ед.	1 СГСЭ-ед. = $= 9\cdot 10^9$ Ом·м
Удельная проводимость σ	сименс на метр (См/м)	СГСЭ-ед.	1 См/м = $= 9\cdot 10^9$ СГСЭ-ед.
Магнитная индукция B	тесла (Тл)	гаусс (Гс)	1 Тл $= 10^4$ Гс
Поток магнитной индукции Φ и потокосцепление Ψ	вебер (Вб)	максвелл (Мкс)	1 Вб $= 10^8$ Мкс
Магнитный момент p_m	ампер-квадратный метр (А·м^2)	СГСМ-ед.	1 А·м^2 = $= 10^3$ СГСМ-ед.
Намагниченность J	ампер на метр (А/м)	СГСМ-ед.	1 СГСМ-ед. = $= 10^3$ А/м
Напряженность магнитного поля H	ампер на метр (А/м)	эрстед (Э)	1 А/м$=4\pi\cdot 10^{-3}$ Э 1 Э = 79,6 А/м
Магнитная восприимчивость χ	СИ-ед.	СГСМ-ед.	1 СГСМ-ед. = $= 4\pi$ СИ-ед.
Индуктивность L и взаимная индуктивность L_{12}	генри (Гн)	сантиметр (см)	1 Гн $= 10^9$ см

II. Основные формулы электромагнетизма в СИ и в гауссовой системе

<table>
<tr><th>Наименование</th><th>СИ</th><th>Гауссова система</th></tr>
<tr><td>Закон Кулона</td><td>$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$</td><td>$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$</td></tr>
<tr><td>Напряженность электрического поля (определение)</td><td colspan="2">$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$</td></tr>
<tr><td>Напряженность поля точечного заряда</td><td>$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$</td><td>$E = \frac{q}{\varepsilon r^2}$</td></tr>
<tr><td>Напряженность поля между заряженными плоскостями и вблизи поверхности заряженного проводника</td><td>$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$</td><td>$E = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}$</td></tr>
<tr><td>Потенциал (определение)</td><td colspan="2">$\varphi = \frac{W_p}{q}$</td></tr>
<tr><td>Потенциал поля точечного заряда</td><td>$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r}$</td><td>$\varphi = \frac{q}{\varepsilon r}$</td></tr>
<tr><td>Работа сил поля над зарядом</td><td colspan="2">$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$</td></tr>
<tr><td>Связь между E и φ</td><td colspan="2">$\mathbf{E} = -\nabla\varphi$</td></tr>
<tr><td>Связь между φ и E</td><td colspan="2">$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \mathbf{E}\, d\mathbf{l}$</td></tr>
<tr><td>Ротор вектора E для электростатического поля</td><td colspan="2">$[\nabla\mathbf{E}] = 0$</td></tr>
<tr><td>Циркуляция вектора E для электростатического поля</td><td colspan="2">$\oint \mathbf{E}\, d\mathbf{l} = 0$</td></tr>
<tr><td>Электрический момент диполя</td><td colspan="2">$p = ql$</td></tr>
<tr><td>Механический момент, действующий на диполь в электрическом поле</td><td colspan="2">$\mathbf{N} = [\mathbf{pE}]$</td></tr>
<tr><td>Энергия диполя в электрическом поле</td><td colspan="2">$W = -\mathbf{pE}$</td></tr>
<tr><td>Дипольный момент «упругой» молекулы</td><td>$\mathbf{p} = \beta\varepsilon_0\mathbf{E}$</td><td>$\mathbf{p} = \beta\mathbf{E}$</td></tr>
</table>

Продолжение

<table>
<tr><th>Наименование</th><th>СИ</th><th>Гауссова система</th></tr>
<tr><td>Поляризованность (определение)</td><td colspan="2">$\mathbf{P} = \dfrac{\sum \mathbf{p}}{\Delta V}$</td></tr>
<tr><td>Связь между P и E</td><td>$\mathbf{P} = \varkappa\varepsilon_0\mathbf{E}$</td><td>$\mathbf{P} = \varkappa\mathbf{E}$</td></tr>
<tr><td>Связь между P и объемной плотностью связанных зарядов</td><td colspan="2">$\rho' = -\nabla\mathbf{P}$</td></tr>
<tr><td>Связь между P и поверхностной плотностью связанных зарядов</td><td colspan="2">$\sigma' = P_n$</td></tr>
<tr><td>Электрическое смещение (электрическая индукция) (определение)</td><td>$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$</td><td>$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$</td></tr>
<tr><td>Дивергенция вектора D</td><td>$\nabla\mathbf{D} = \rho$</td><td>$\nabla\mathbf{D} = 4\pi\rho$</td></tr>
<tr><td>Теорема Гаусса для D</td><td>$\oint \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = \sum q$</td><td>$\oint \mathbf{D}\, d\mathbf{S} = 4\pi \sum q$</td></tr>
<tr><td>Связь между диэлектрической проницаемостью ε и диэлектрической восприимчивостью ϰ</td><td>$\varepsilon = 1 + \varkappa$</td><td>$\varepsilon = 1 + 4\pi\varkappa$</td></tr>
<tr><td>Связь между значениями ϰ в СИ и в гауссовой системе</td><td colspan="2">$\varkappa_{СИ} = 4\pi\varkappa_{ГС}$</td></tr>
<tr><td>Связь между D и E</td><td>$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$</td><td>$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$</td></tr>
<tr><td>Связь между D и E в вакууме</td><td>$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E}$</td><td>$\mathbf{D} = \mathbf{E}$</td></tr>
<tr><td>D поля точечного заряда</td><td>$D = \dfrac{1}{4\pi}\dfrac{q}{r^2}$</td><td>$D = \dfrac{q}{r^2}$</td></tr>
<tr><td>Емкость конденсатора (определение)</td><td colspan="2">$C = \dfrac{q}{U}$</td></tr>
<tr><td>Емкость плоского конденсатора</td><td>$C = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$</td><td>$C = \dfrac{\varepsilon S}{4\pi d}$</td></tr>
<tr><td>Энергия системы зарядов</td><td colspan="2">$W = \dfrac{1}{2}\sum q\varphi$</td></tr>
<tr><td>Энергия заряженного конденсатора</td><td colspan="2">$W = \dfrac{CU^2}{2}$</td></tr>
</table>

Продолжение

<table>
<tr><th>Наименование</th><th>СИ</th><th>Гауссова система</th></tr>
<tr><td>Плотность энергии электрического поля</td><td>$w = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}$</td><td>$w = \dfrac{\varepsilon E^2}{8\pi}$</td></tr>
<tr><td>Сила тока (определение)</td><td colspan="2">$I = \dfrac{dq}{dt}$</td></tr>
<tr><td>Плотность тока (определение)</td><td colspan="2">$j = \dfrac{dI}{dS_\perp}$</td></tr>
<tr><td>Уравнение непрерывности</td><td colspan="2">$\nabla\mathbf{j} = -\dfrac{\partial\rho}{\partial t}$</td></tr>
<tr><td>Напряжение (определение)</td><td colspan="2">$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$</td></tr>
<tr><td>Закон Ома</td><td colspan="2">$I = \dfrac{1}{R}U$</td></tr>
<tr><td>Закон Ома в дифференциальной форме</td><td colspan="2">$\mathbf{j} = \dfrac{1}{\rho}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$</td></tr>
<tr><td>Закон Джоуля — Ленца</td><td colspan="2">$Q = \int_0^t RI^2 dt$</td></tr>
<tr><td>Закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме</td><td colspan="2">$Q_{уд} = \rho j^2$</td></tr>
<tr><td>Сила взаимодействия двух параллельных токов в вакууме (в расчете на единицу длины)</td><td>$F = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{2I_1I_2}{b}$</td><td>$F = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{2I_1I_2}{b}$</td></tr>
<tr><td>Поле свободно движущегося заряда</td><td>$\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\,[\mathbf{vr}]}{r^3}$</td><td>$\mathbf{B} = \dfrac{1}{c}\dfrac{q\,[\mathbf{vr}]}{r^3}$</td></tr>
<tr><td>Закон Био — Савара</td><td>$d\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3}$</td><td>$d\mathbf{B} = \dfrac{1}{c}\dfrac{I[d\mathbf{l}, \mathbf{r}]}{r^3}$</td></tr>
<tr><td>Сила Лоренца</td><td>$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\,[\mathbf{vB}]$</td><td>$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \dfrac{q}{c}\,[\mathbf{vB}]$</td></tr>
<tr><td>Закон Ампера</td><td>$d\mathbf{F} = I\,[d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$</td><td>$d\mathbf{F} = \dfrac{1}{c}\,I\,[d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$</td></tr>
<tr><td>Магнитный момент контура с током</td><td>$p_m = IS$</td><td>$p_m = \dfrac{1}{c}\,IS$</td></tr>
</table>

Продолжение

Наименование	СИ	Гауссова система
Механический момент, действующий на магнитный момент в магнитном поле	$\mathbf{N} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}]$	
«Механическая» энергия магнитного момента в магнитном поле	$W = -\mathbf{p}_m \mathbf{B}$	
Дивергенция вектора **B**	$\nabla \mathbf{B} = 0$	
Теорема Гаусса для **B**	$\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{S} = 0$	
Намагниченность (определение)	$\mathbf{J} = \dfrac{\sum \mathbf{p}_m}{\Delta V}$	
Напряженность магнитного поля (определение)	$\mathbf{H} = \dfrac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{J}$	$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{J}$
Связь между **J** и **H**	$\mathbf{J} = \chi\mathbf{H}$	
Связь между магнитной проницаемостью μ и магнитной восприимчивостью χ	$\mu = 1 + \chi$	$\mu = 1 + 4\pi\chi$
Связь между значениями χ в СИ и в гауссовой системе	$\chi_{СИ} = 4\pi\chi_{ГС}$	
Связь между **B** и **H**	$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$	$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$
Связь между **B** и **H** в вакууме	$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}$	$\mathbf{B} = \mathbf{H}$
Ротор вектора **H** в случае стационарного поля	$[\nabla\mathbf{H}] = \mathbf{j}$	$[\nabla\mathbf{H}] = \dfrac{4\pi}{c}\mathbf{j}$
Циркуляция вектора **H** в случае стационарного поля	$\oint \mathbf{H}\, d\mathbf{l} = \sum I$	$\oint \mathbf{H}\, d\mathbf{l} = \dfrac{4\pi}{c}\sum I$
Напряженность магнитного поля прямого тока	$H = \dfrac{1}{4\pi}\dfrac{2I}{b}$	$H = \dfrac{1}{c}\dfrac{2I}{b}$
Напряженность магнитного поля в центре кругового тока	$H = \dfrac{I}{2R}$	$H = \dfrac{1}{c}\dfrac{2\pi I}{R}$

Продолжение

Наименование	СИ	Гауссова система
Напряженность поля соленоида	$H = nI$	$H = \dfrac{4\pi}{c}nI$
Поток магнитной индукции (определение)	$\Phi = \int_S \mathbf{B}\, d\mathbf{S}$	
Работа, совершаемая над контуром с током при перемещении его в магнитном поле	$A = I\,\Delta\Phi$	$A = \dfrac{1}{c}I\,\Delta\Phi$
Потокосцепление, или полный магнитный поток (определение)	$\Psi = \sum \Phi$	
Э.д.с. индукции	$\mathcal{E}_i = -\dfrac{d\Psi}{dt}$	$\mathcal{E}_i = -\dfrac{1}{c}\dfrac{d\Psi}{dt}$
Индуктивность (определение)	$L = \dfrac{\Psi}{I}$	$L = c\dfrac{\Psi}{I}$
Индуктивность соленоида	$L = \mu_0\mu n^2 lS$	$L = 4\pi\mu n^2 lS$
Э.д.с. самоиндукции (в отсутствие ферромагнетиков)	$\mathcal{E}_s = -L\dfrac{dI}{dt}$	$\mathcal{E}_s = -\dfrac{1}{c^2}L\dfrac{dI}{dt}$
Энергия магнитного поля тока	$W = \dfrac{LI^2}{2}$	$W = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{LI^2}{2}$
Плотность энергии магнитного поля	$w = \dfrac{\mu_0\mu H^2}{2}$	$w = \dfrac{\mu H^2}{8\pi}$
Энергия связанных контуров с током	$W = \dfrac{1}{2}\sum L_{ik}I_iI_k$	$W = \dfrac{1}{2c^2}\sum L_{ik}I_iI_k$
Плотность тока смещения	$j_{см} = \dot{\mathbf{D}}$	$j_{см} = \dfrac{1}{4\pi}\dot{\mathbf{D}}$
Уравнения Максвелла в дифференциальной форме	$[\nabla\mathbf{E}] = -\dfrac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$ $\nabla\mathbf{B} = 0$ $[\nabla\mathbf{H}] = \mathbf{j} + \dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$ $\nabla\mathbf{D} = \rho$	$[\nabla\mathbf{E}] = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$ $\nabla\mathbf{B} = 0$ $[\nabla\mathbf{H}] = \dfrac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$ $\nabla\mathbf{D} = 4\pi\rho$

Окончание

Наименование	СИ	Гауссова система
Уравнения Максвелла в интегральной форме	$\oint_\Gamma \mathbf{E}\,d\mathbf{l} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}$ $\oint_S \mathbf{B}\,d\mathbf{S} = 0$ $\oint_\Gamma \mathbf{H}\,d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{j}\,d\mathbf{S} + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S}$ $\oint_S \mathbf{D}\,d\mathbf{S} = \int_V \rho\,dV$	$\oint_\Gamma \mathbf{E}\,d\mathbf{l} = -\frac{1}{c}\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}$ $\oint_S \mathbf{B}\,d\mathbf{S} = 0$ $\oint_\Gamma \mathbf{H}\,d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c}\int_S \mathbf{j}\,d\mathbf{S} + \frac{1}{c}\int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S}$ $\oint_S \mathbf{D}\,d\mathbf{S} = 4\pi\int_V \rho\,dV$
Скорость электромагнитных волн	$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$	
Соотношение между амплитудами векторов **E** и **H** в электромагнитной волне	$E_m \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} = H_m \sqrt{\mu_0\mu}$	$E_m\sqrt{\varepsilon} = H_m\sqrt{\mu}$
Вектор Пойнтинга	$\mathbf{S} = [\mathbf{EH}]$	$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{EH}]$
Плотность импульса электромагнитного поля	$\mathbf{K} = \frac{1}{c^2}[\mathbf{EH}]$	$\mathbf{K} = \frac{1}{4\pi c}[\mathbf{EH}]$

III. Векторный потенциал

В § 49 мы отметили, что магнитную индукцию **B** можно представить в виде

$$\mathbf{B} = [\nabla\mathbf{A}], \tag{III.1}$$

где **A** — некоторая функция, называемая **в е к т о р н ы м п о т е н ц и а л о м**. Такое представление возможно в связи с тем, что дивергенция ротора всегда равна нулю. Поэтому условие $\nabla\mathbf{B} = 0$ при таком представлении выполняется автоматически.

Подобно скалярному потенциалу φ электрического поля векторный потенциал **A** определяется неоднозначно. Добавление к **A** градиента произвольной функции ψ не изменяет значения $[\nabla\mathbf{A}]$, т. е. **B**. Действительно, заменим **A** через $\mathbf{A} + \nabla\psi$. Согласно (11.38) ротор градиента любой функции равен нулю. Поэтому

$$[\nabla, (\mathbf{A} + \nabla\psi)] = [\nabla\mathbf{A}] + [\nabla, \nabla\psi] = [\nabla\mathbf{A}].$$

Таким образом, функция

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\psi, \tag{III.2}$$

равно как и **A**, будет векторным потенциалом данного магнитного поля.

Взяв дивергенцию от функции (III.2), получим

$$\nabla\mathbf{A}' = \nabla\mathbf{A} + \nabla(\nabla\psi) = \nabla\mathbf{A} + \Delta\psi.$$

Подбором функции ψ можно придать $\nabla\mathbf{A}'$ любое наперед заданное, в частности нулевое, значение. Таким образом, векторный потенциал всегда можно выбрать так, чтобы его дивергенция равнялась нулю:

$$\nabla\mathbf{A} = 0, \tag{III.3}$$

т. е. так, чтобы поле **A** не имело источников.

Заметим, что даже при выполнении условия (III.3) функция **A** остается неоднозначной. Для того чтобы определение векторного потенциала было однозначным, надо задать граничные условия для **A**.

Уравнение Пуассона. В соответствии с (13.5) для поля в вакууме

$$\nabla\mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho.$$

Заменим в этом соотношении **E** на $-\nabla\varphi$:

$$\nabla(\nabla\varphi) = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho.$$

Левая часть формулы представляет собой $\nabla^2\varphi = \Delta\varphi$, где Δ — оператор Лапласа. Таким образом, мы приходим к уравнению

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho, \tag{III.4}$$

которое называется **у р а в н е н и е м П у а с с о н а**. В развернутом виде это уравнение выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\rho. \tag{III.5}$$

Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, распределенных с плотностью $\rho(\mathbf{r})$, можно получить с помощью принципа суперпозиции и выражения для потенциала точечного заряда. Пометив штрихом переменные, по которым производится интегрирование, получим

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')\,dV'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \tag{III.6}$$

Функция (III.6) представляет собой решение уравнения (III.4).

Подставим в формулу (49.9) вместо **B** ротор **A**:

$$[\nabla, [\nabla\mathbf{A}]] = \mu_0\mathbf{j}.$$

Преобразовав левую часть по формуле (11.40), получим

$$\nabla(\nabla\mathbf{A}) - \Delta\mathbf{A} = \mu_0\mathbf{j}.$$

Выбрав **A** так, чтобы выполнялось условие (III.3), придем к уравнению

$$\Delta\mathbf{A} = -\mu_0\mathbf{j}, \tag{III.7}$$

которое сходно с (III.4) и представляет собой уравнение Пуассона для векторного потенциала.