

О ФОРМУЛЬНОМ И НАГЛЯДНОМ СООТНОШЕНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕКТОРНЫХ
ВЕЛИЧИН И ИЗОБРАЖЕНИИ ИХ ПОЛЕЙ

Чуев А.С., к.т.н.

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Контакт с автором: chuev@mail.ru

Аннотация: По аналогии с новыми соотношениями для магнитных векторных величин рассмотрены соотношения электрических векторных величин. Обосновывается первичность поля вектора электрической индукции, необходимость изменения направления у вектора диэлектрической поляризованности и составной вспомогательный характер вектора напряженности электрического поля. Приводятся наглядные изображения соотношений электрических векторных величин и их полей с критическим анализом примеров из известных учебников. Предложено по-новому определять диэлектрическую восприимчивость и, соответственно, относительную диэлектрическую проницаемость веществ.

В работе [1] были рассмотрены формульные соотношения и наглядные представления магнитных векторных величин (для статических полей), приводимые с ошибками, как считает автор, в известном учебнике Иродова [2]. При этом рассмотрении было показано, что известное формульное соотношение магнитных векторов:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \quad (1)$$

следует представлять в форме сложения:

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J} . \quad (2)$$

При таком прочтении формулы составным и вспомогательным вектором оказывается вектор \vec{B}/μ_0 , а основными или исходными будут векторы \vec{H} и \vec{J} , системно к полевым электромагнитным величинам не относящиеся.

В электростатике имеется подобное выражению (1) соотношение электрических векторов:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (3)$$

Однако выражение (3) не вполне похоже на соответствующее ему соотношение магнетизма (1). Разница заключается в знаке «плюс» перед вектором *поляризованности* \vec{P} (подобном вектору *намагниченности* \vec{J}), а также в определении его (через диэлектрическую восприимчивость κ) от суммарного вектора $\varepsilon_0 \vec{E}$, а не от первичного, как будет показано далее, вектора \vec{D} , аналогичного магнитному вектору \vec{H} . Далее рассмотрим указанные отличия и исследуем возможность унификации подобных формул для двух разделов электромагнетизма.

Анализ соотношений (1) – (3) будем проводить исходя из объективного системно-размерностного деления электромагнитных величин на три основные группы согласно авторской системе физических величин и закономерностей (ФВиЗ) [3]. В системе ФВиЗ электромагнитные физические величины (ФВ) образуют следующие группы:

- **базовые электромагнитные величины**, которые включают в себя такие величины как, *электрический заряд, сила тока, плотность тока, поляризованность диэлектриков, намагниченность магнетиков, напряженность магнитного поля* и т.п.;

- **полевые электромагнитные величины**, включающие: *напряженность электрического поля, индукцию магнитного поля, электрический скалярный потенциал, магнитный векторный потенциал* и т.п.;

- **структуро-средовые электромагнитные величины первой подгруппы**, они включают в себя: *электрическую емкость, проводимость, электрическую постоянную (диэлектрическую проницаемость вакуума)* и т.п.;

- **структуро-средовые электромагнитные величины второй подгруппы**, которые включают: *индуктивность, электрическое сопротивление, магнитную постоянную (магнитную проницаемость вакуума)* и другие системно подобные величины.

Приведенные системные группы (а также другие малозначащие или не относящиеся к электромагнетизму группы) образуют многоуровневую конструкцию, которую трудно (даже невозможно) отобразить в планарном исполнении (на одной плоскости). Так что система ФВиЗ представляет собой многоуровневое образование, отдельное частное изображение которого представлено на рис.1.

СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

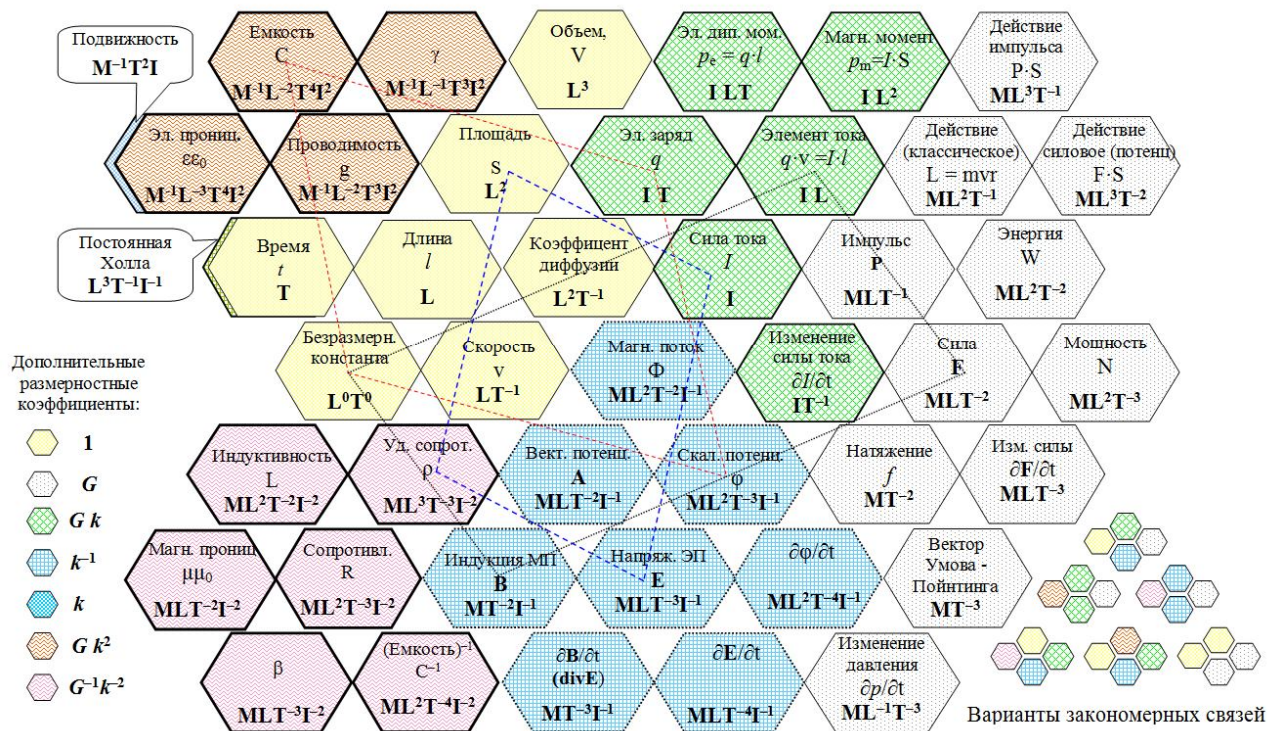


Рис.1. Изображение системы ФВиЗ в части электромагнитных величин

Данная система помогает понять принципиальную разницу между различными группами электромагнитных величин, осознать особый (расчетно-вспомогательный) статус полевых величин и не допускать их смешивания с базовыми электромагнитными величинами, что зачастую встречается на практике. Для примера можно привести используемые наименования: *напряженность магнитного поля H* и *индукция электрического поля D* . Эти величины системно относятся к базовым электромагнитным величинам и полевыми они названы лишь по недоразумению. Так сложилось исторически, поэтому эти названия используют до сих пор.

В работе [1] приведены графические изображения соотношений трех магнитных векторов внутри первоначально намагничиваемых магнетиков и изображения полей, соответствующих этим векторам. Изображение соотношения магнитных векторов показано на рис.2.

Соотношения магнитных векторов

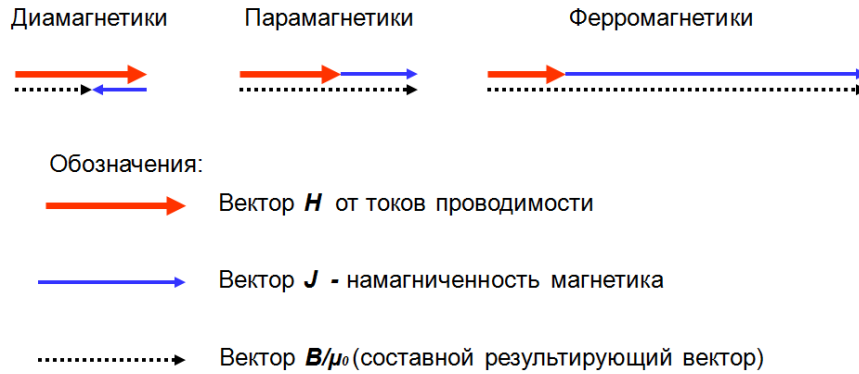


Рис.2. Соотношения векторов: \vec{H} (красный), $\vec{J} = \chi\vec{H}$ (синий), $\frac{\vec{B}}{\mu_0}$ (черный)

Приводимые на рис.2 соотношения магнитных векторов логически непротиворечивы, они иллюстрируют ослабление внешнего магнитного поля внутри диамagnetиков и усиление внешнего магнитного поля внутри парамагнетиков и ферромагнетиков. Магнитное поле вектора \vec{B} (точнее, \vec{B}/μ_0 , поскольку вектор \vec{B} самостоятельного физического смысла, видимо, не имеет) является составным. С одной стороны это поле образует вектор *напряженности* \vec{H} , выражающий наличие токов проводимости, с другой стороны - вектор *намагниченности* \vec{J} , выражающий наличие в среде *магнитных дипольных моментов*. Нечто подобное рассмотренному по разделу магнетизма должно иметь место и для электрического поля.

Анализ соотношения электрических величин начнем с критического рассмотрения изображения по рис.3, идентичного рис. 3.18, который приводится в учебнике Иродова [2, стр.95].

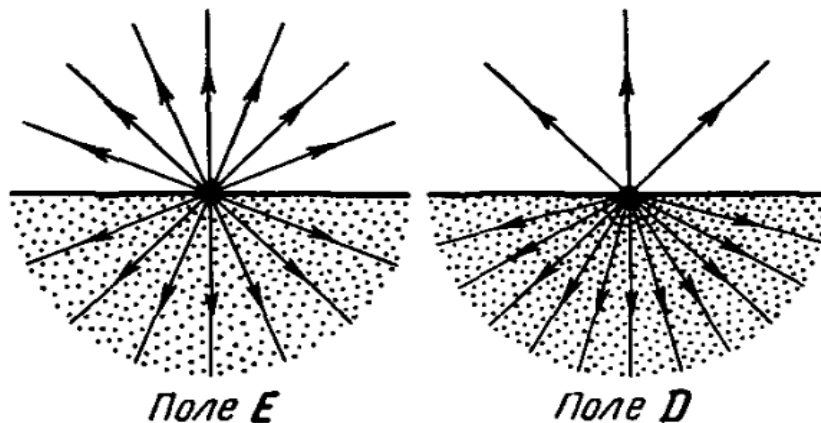


Рис.3. Изображение полей \vec{E} и \vec{D} (по Иродову) от электрического заряда на границе перехода вакуум – диэлектрик

Изображение по рис.3, в принципе, соответствует формульному соотношению (3) и принятому в электростатике направлению вектора *поляризованности* \vec{P} от отрицательного заряда к положительному. Однако, по мнению автора, данное изображение не соответствует элементарной логике. Известно, что электрическое поле внутри диэлектрика ослабляется из-за поляризации диэлектрика, поэтому в диэлектрике это поле должно изображаться с меньшей густотой линий, а в вакууме с большей густотой линий. Сказанному противоречат оба изображения рис.3. Соотношение (3) тоже этому противоречит.

Если соотношению (3) придать вид, подобный новому аналогичному соотношению в магнитной области, то в векторной форме оно должно выглядеть так:

$$\varepsilon_0 \vec{E} = \vec{D} + \vec{P}' . \quad (4)$$

где: \vec{E} - вектор напряженности электрического поля; ε_0 - электрическая постоянная; \vec{D} - вектор электрической индукции; \vec{P}' - суммарное электрическое поле от элементарных диполей, возникающих внутри диэлектрика под действием поля D .

По соотношению (4) составным и результирующим является вектор $\varepsilon_0 \vec{E}$, а его составляющими – векторы \vec{D} и \vec{P}' . В этом случае поле D первично, оно характеризует наличие свободных электрических зарядов, реальное действие которых возможно только в составе электрических диполей, что подробно рассмотрено в работе Я.И. Френкеля [4]. (Из представлений о поляризации вакуума следует, что поле D представляет собой объемную плотность электрических диполей, состоящих из виртуальных пар элементарных частиц).

Поле D вызывает в вещественных средах появление индуцированных электрических диполей (поле вектора \vec{P}'), которые ослабляют первичное поле D , образуя тем самым суммарное электрическое поле $\varepsilon_0 \vec{E}$. Векторы \vec{D} и \vec{P}' имеют одинаковую размерность, их физический смысл – суммарная *объемная плотность электрических дипольных моментов*.

Отметим, что вектор \vec{P}' отличается от привычного вектора \vec{P} направленностью. Штрихованный вектор \vec{P}' это индуцированное в веществе электрическое поле, направленное против поля D . Его можно понимать и как вектор *поляризованности* диэлектрика, но направленный не как общепринято, а от положительных связанных зарядов к отрицательным. Изображение полей векторов \vec{D} , \vec{P}' и \vec{E} , отличное от изображения электрических полей в книге Иродова, приведено на рис.4.

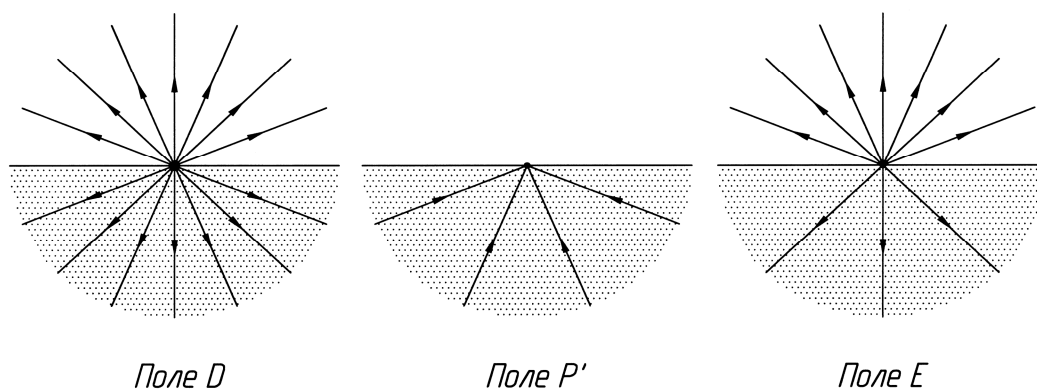


Рис.4. Действительное изображение полей векторов \vec{D} , \vec{P}' и \vec{E} от электрического заряда на границе перехода вакуум – диэлектрик

На рис.4 поле E в вакууме показано в отличие от рис.3 более сильным по сравнению с полем в диэлектрике, что вполне логично. Поле вектора P' направлено против первичного поля вектора \vec{D} , поэтому ослабляет его.

Основное возражение, которое выдвигается оппонентами рассматриваемого здесь соотношения электрических векторов, это недопустимость изображения поля E с неравными тангенциальными составляющими вектора на границе раздела двух сред (рис.4). Это возражение серьезное, поскольку основано на классическом представлении о свойствах вектора \vec{E} , поэтому рассмотрим его подробнее.

Если детально рассматривать поле E вблизи плоской поверхности раздела двух сред, то равенство тангенциальных составляющих, конечно же, можно найти. Скорее всего, искомое (местное) равенство тангенциальных составляющих вектора \vec{E} получается из-за частичного поворота линий поля E вблизи границы раздела. Напомню, что вблизи раздела вакуума с металлом (предельный случай приграничной разницы диэлектриков) линии поля вообще обязаны быть перпендикулярны границе раздела сред. Нарисовать-то мы можем все что угодно, но не все будет соответствовать действительности.

Возможно также, что нарисованная картинка по рис.4 упускает из виду наличие в любом выделенном на границе двух сред прямоугольнике двух неравных по интенсивности нормальных составляющих электрического поля из-за появления поверхностных связанных зарядов, что изображено на рис. 5. Изображение по рис.5 соответствует варианту, в котором диэлектрик в нижней части рисунка имеет большую относительную диэлектрическую проницаемость, чем диэлектрик в верхней части, где возможен и вакуум. На возможный вопрос - откуда в вакууме возьмутся связанные заряды, ответим так: скорее всего такие связанные заряды в вакууме есть, поскольку есть понятие поляризация вакуума [5].

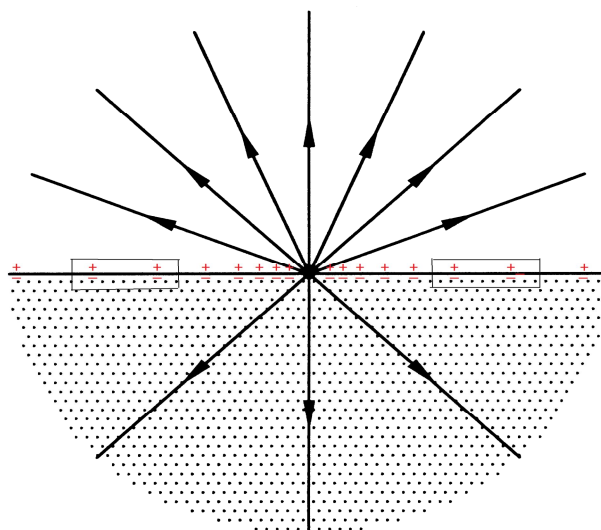


Рис.5. Циркуляция вектора \vec{E} по замкнутому контуру на границе раздела двух сред включает в себя две нормальные составляющие разной интенсивности

По рис.5 видно, что нормальные составляющие выделенных контуров, расположенные ближе к электрическому заряду (как и горизонтальные верхние), обладают большей интенсивностью. В результате циркуляция вектора \vec{E} по замкнутому контуру может и должна быть равной нулю.

Следует отметить, что правильность примера, приведенного в учебнике Иродова, формально подтверждается расчетом с использованием известного метода изображений [6, стр. 24], однако насчет универсальности этого метода и адекватности его применения к рассматриваемой задаче у автора есть большие сомнения.

Поскольку рассмотренный пример с одиночным *электрическим зарядом*, расположенным на границе двух сред очень далек от реальности и весьма неоднозначен в его теоретической оценке, возьмем для рассмотрения другой более простой пример и проведем анализ соотношения электрических векторов с нормальным их расположением относительно плоской границы раздела двух диэлектриков [7, стр. 146-147]. Копия книжной иллюстрации этого примера приведена на рис.6. Отметим, что вектор \vec{D} здесь не показан, а нормальные составляющие двух других электрических векторов на границе раздела диэлектриков показаны с естественным для них разрывом.

Знак поверхностного заряда и поведение нормальных составляющих напряженности поля и поляризованности при пересечении границы в различных направлениях

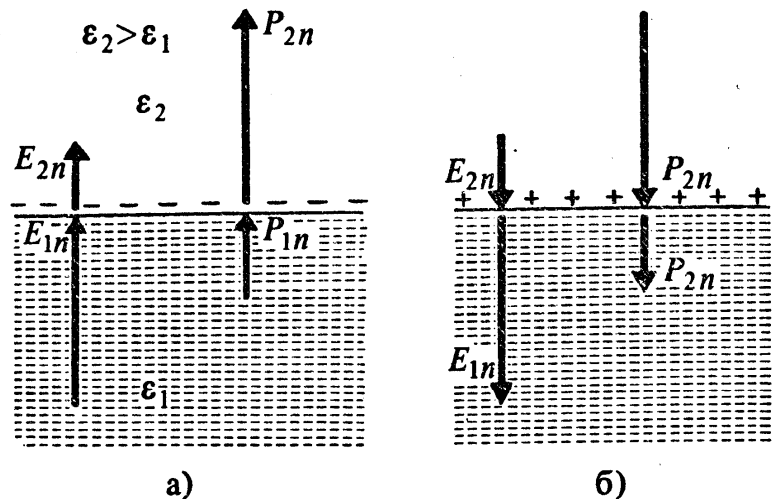


Рис.6. Изображение электрических векторов из книги Матвеева А.Н.

Приведенные на рис.6 изображения, по мнению автора, имеют недостатки. Это отсутствие множителя ϵ_0 у вектора \vec{E} (нужно $\epsilon_0 \vec{E}$, а то векторы невозможно сравнивать) и отсутствие изображения вектора \vec{D} . Если принять все векторы нормальными к границе раздела двух сред, то вектор \vec{D} (в общепринятом представлении) на рис.6 косвенно можно обнаружить, складывая показанные два вектора в каждой из сред.

Более правильное, на наш взгляд, изображение того же примера приведено на рис.7. Вектор *поляризованности* \vec{P} здесь показан с общепринятым направлением (от отрицательного заряда к положительному). В результате он совпадает с направлением приложения внешнего поля - направлением вектора \vec{D} , который тоже приводится. Однако в реальности вектор $\epsilon_0 \vec{E}$ должен представлять собой остаток вектора \vec{D} после его уменьшения на вектор \vec{P}' . Естественно, что направление вектора \vec{P}' будет противоположно вектору \vec{D} , а векторы $\epsilon_0 \vec{E}$ и \vec{D} всегда будут иметь одинаковое направление.

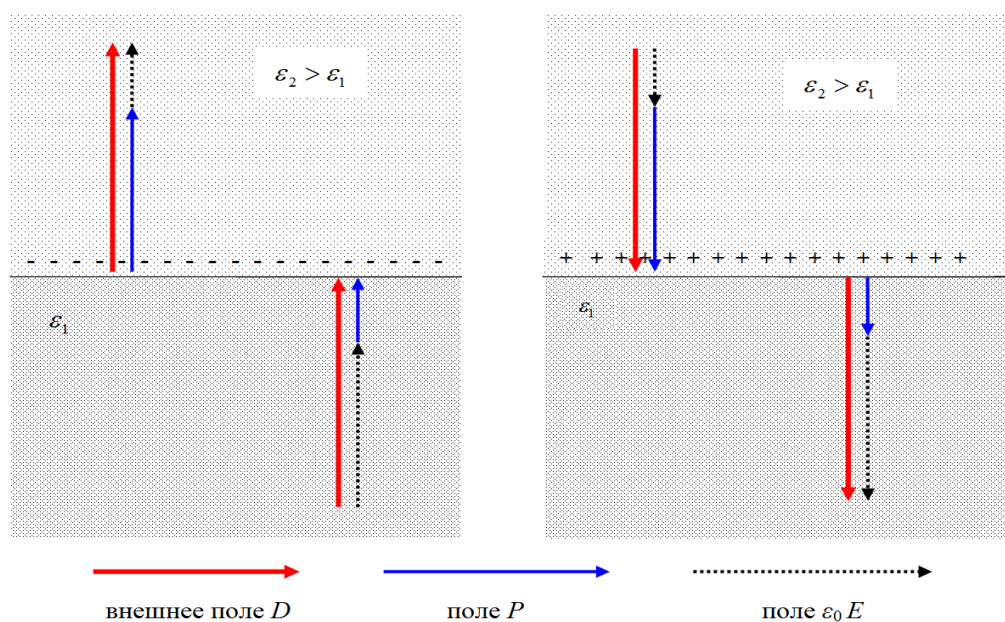


Рис.7. Соотношения нормальных составляющих электрических векторов внутри диэлектриков при пересечении их границы внешним полем в различных направлениях

Главное отличие данного изображения соотношения электрических векторов от их изображения по рис.6 состоит в том, что здесь исходным (первичным) вектором является вектор \vec{D} . Реакцию диэлектриков на внешнее поле характеризует вектор \vec{P} , а составным и вспомогательным вектором будет вектор $\epsilon_0\vec{E}$. Первые два вектора имеют смысл *объемной плотности электрического дипольного момента*. Эта физическая величина имеет достаточно понятное модельное представление.

Принятие вектора \vec{D} первичным можно обосновать логически так: поскольку вектор \vec{P} характеризует ослабление диэлектриком внешнего поля (а пара- и «ферроэлектриков» нет), то он никак не может быть больше вектора, характеризующего это внешнее поле. Значит ослабляемый вектор заведомо больше вектора \vec{P} , а этим качеством обладает только вектор \vec{D} . Таким образом, вспомогательный и расчетный характер вектора $\epsilon_0\vec{E}$ и, соответственно, вектора \vec{E} логически доказан.

Как уже отмечалось, еще более правильным было бы изображение на рис.7 вектора *поляризованности*, направленным против вектора \vec{D} . Ведь по отношению к внешнему полю диэлектрики подобны диамагнетикам (см. рис. 2).

Рассмотрим теперь вопрос о возможном изменении привычных значений величин *диэлектрическая восприимчивость* κ и *относительная диэлектрическая проницаемость* ϵ , если пользоваться соотношением электрических векторов согласно выражению (5) и оп-

ределять вектор \vec{P}' от первичного вектора \vec{D} , а не от вектора $\varepsilon_0\vec{E}$, что принято явно ошибочно и применяется до сих пор.

Учитывая, что вектор \vec{P}' всегда имеет направление против вектора \vec{D} , выражение (4) в скалярном виде можно записать так:

$$\varepsilon_0 E = D - P' . \quad (5)$$

В таком виде это выражение полностью эквивалентно традиционной записи по форме (3). Однако *диэлектрическая восприимчивость*, если ее определять по аналогии с *магнитной восприимчивостью*, должна определяться соотношением первичного вектора \vec{D} и нашего нового вектора *поляризованности* \vec{P}' , направленного против внешнего поля:

$$\vec{P}' = -\kappa'\vec{D}, \quad (6)$$

где: κ' - определяемая по-новому *диэлектрическая восприимчивость*, значения которой, учитывая противоположную направленность векторов, должны быть отрицательные (тогда в формуле (6) минус будет не нужен).

Очевидно, что значения κ' будут отличаться от значений привычной *диэлектрической восприимчивости* и по своему размеру. Значения κ' будут находиться в пределах от 0 до 1, причем единичное значение будет соответствовать проводникам, внутри которых внешнее электрическое поле компенсируется полностью, а малые или близкие к нулю значения κ' будут соответствовать диэлектрикам со слабой поляризуемостью.

Если считать верным соотношение (4), то с учетом (6) и известного соотношения

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \quad (7)$$

можно определить:

$$\varepsilon_0 E = D - P' = D - \kappa'D = (1 - \kappa')D, \quad (8)$$

$$\varepsilon_0\vec{E} = (1 - \kappa')\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}, \quad (9)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{(1 - \kappa')}. \quad (10)$$

Значение *относительной диэлектрической проницаемости* ε для проводников будет бесконечно большим, а для диэлектриков со слабой поляризуемостью близким к единице. В этом результате есть определенный смысл. Потенциальное электрическое поле внутри проводников беспрепятственно распространяется по всем направлениям (потенциал проводни-

ка един), а в диэлектриках распространение электрического поля качественно совсем иное и не слишком отличается от распространения в вакууме.

Сравнением нового выражения для *относительной диэлектрической проницаемости* ε с известным выражением, используемым в системе СИ, можно определить соотношение значений новой *диэлектрической восприимчивости* κ' с привычной κ . Принимая выражение (10) равным обычному соотношению величин κ и ε .

$$\varepsilon = \frac{1}{(1 - \kappa')} = (1 + \kappa), \quad (11)$$

можно определить

$$\kappa' = \frac{\kappa}{(1 + \kappa)} \quad (12)$$

$$\kappa = \frac{\kappa'}{(1 - \kappa')} \quad (13)$$

При малых значениях κ' и κ они не сильно отличаются по величине, а для сравнительно больших значений κ отличие будет существенным. Например, для воды известная диэлектрическая восприимчивость к постоянному электрическому полю равна 80 (непонятно только относительно чего это значение 80 и где верхний предел). Новое значение κ' будет близко к единице, что является предельным значением.

На рис.8 представлена архитектурная модель рассматриваемого здесь соотношения электрических векторных величин. Она подобна аналогичной модели для магнетизма [1].

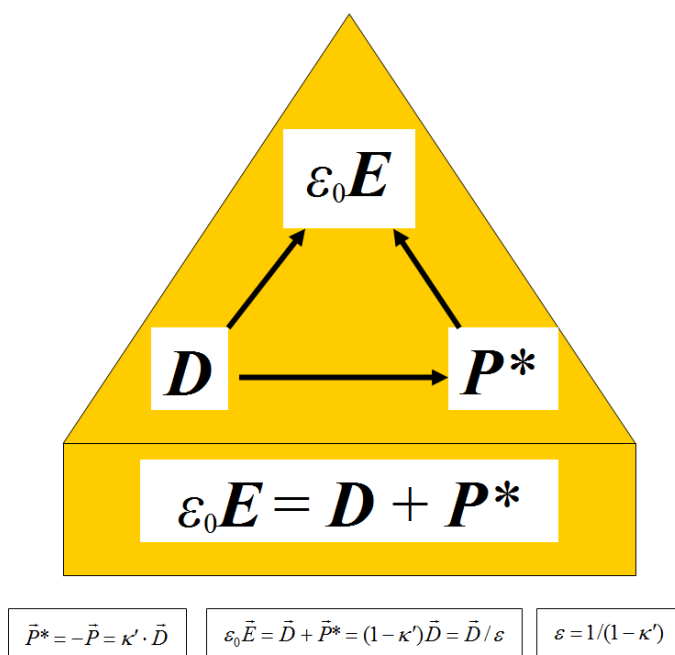


Рис.8. Архитектура электрических векторных величин

Представление вектора \vec{E} в виде суммы двух первичных не полевых (можно сказать «материальных» [3]) векторов \vec{D} и \vec{P} , делимых для соблюдения размерностей на *электрическую постоянную* ϵ_0 (она системно принадлежит к неполевым структуро-средовым электромагнитным величинам [3]), ставит под вопрос объективность существования поля \vec{E} как такового. Или, по крайней мере, показывает возможность описания электрического поля без использования полевой величины E .

Последний вывод многими не воспринимается или им кажется странным. Задается вопрос, а зачем это нужно? Можно ответить так: это нужно для модельного представления и лучшего понимания - что такое электрическое поле. Лучшего понимания того, как оно связано с магнитным полем и, возможно, с другими физическими полями.

Убирать из привычной практики пользование полевыми электрическими и магнитными величинами вряд ли целесообразно, но продолжать использовать эти величины, не имея о них наглядного, а лучше модельного представления, тоже не очень здорово. Создать такие модели для полевых величин, по мнению автора, невозможно. По-иному обстоит дело в отношении физических величин *поляризованность* и *намагниченность*, которые успешно могут быть использованы вместо полевых величин. Модельные представления указанных величин хорошо известны.

Известная поляризационная модель позволяет представить полевую величину \vec{E} как сумму двух «материальных» компонент, это составляющие \vec{D}/ϵ_0 и \vec{P}'/ϵ_0 . Приведенные соотношения включают константу ϵ_0 , которая определяется выбором системы единиц физических величин и на физическую суть процесса поляризации не влияет. Обе составляющие определяются объемной плотностью электрических дипольных моментов материальной среды \vec{P}' и, судя по всему, вакуума \vec{P}'_0 (см. *поляризация вакуума* [5]), так как в пространстве без вещественного наполнения кроме вакуума больше поляризоваться нечему. Указанная модель позволяет объяснить существование электрического поля в вакууме суммарным действием виртуальных пар [8] элементарных частиц, постоянно возникающих и исчезающих в нем. Виртуальные пары частиц, обладающие противоположными электрическими зарядами, движением и силовой связью, судя по всему, и создают *поляризованность* «пустого» пространства, что мы воспринимаем и называем электрическим полем вакуума.

Выводы

1. В изображении полей и соотношений электрических векторов в учебниках по физике встречаются неточности и ошибки. Они обусловлены, по мнению автора, неправильным представлением вектора электрической напряженности \vec{E} первичным, а вектора элек-

трической индукции \vec{D} составным и вспомогательным. На самом деле первичны поле вектора электрической индукции \vec{D} и индуцируемое им в вещественных средах поле вектора поляризованности \vec{P} .

2. Действие векторов \vec{D} и \vec{P} , системно не относящихся к полевым, принято описывать полевым вектором \vec{E} . Вектор \vec{E} , являясь составным и расчетным, судя по всему, своего физического смысла не имеет. Модельного представления у физической величины E нет и его вряд ли возможно создать или вообразить.

3. Модельное представление имеют исходные векторы \vec{D} и \vec{P} , представляющие собой объемную плотность электрических дипольных моментов. Такое же модельное представление и у суммарного составного вектора $\varepsilon_0 \vec{E}_\Sigma$, в котором электрическая постоянная играет роль размерного масштабного коэффициента, согласующего физические величины, относящиеся к разным системным группам.

4. Электрическое поле в вакууме модельно представимо в виде объемной плотности и определенной ориентации суммарного электрического дипольного момента, которым обладают возникающие на короткое время и исчезающие виртуальные пары элементарных частиц вакуума.

Источники информации:

1. Чуев А.С. О формульном и наглядном соотношении магнитных векторных величин и изображении их полей. [Электронный ресурс] // Научно-техническая библиотека. Режим доступа: <http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12141.html> (22.07.2012)

2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. Изд. 4-е испр.– М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2003. – 320 с.

3. Чуев А.С. Системный подход в физическом образовании инженеров [Электронный ресурс] // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. - 2012.- № 2.- Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/299700.html> (2.02.2012).

4. Френкель Я.И. Электродинамика. Том 1. Общая теория электричества. – Л-М: ОНТИ. 1934. – 429 с.

5. Поляризация вакуума. [Электронный ресурс]. // Википедия. Свободная энциклопедия. - Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Поляризация_вакуума (17.04.2012).

6. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 8. Электродинамика сплошных сред. – М.: «Наука». 1982. 620 с.

7. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм: Учеб. пособие. – М.: Высш. школа. 1983. – 463 с.

8. Физический вакуум. [Электронный ресурс]. // Википедия. Свободная энциклопедия. - Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Вакуум> (25.04. 2012).