



*Министерство образования Российской Федерации*

**Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана**

**Е.В. Вайц, А.И. Добрыченко**

**Методические указания к выполнению домашнего задания по курсу «Математические основы теории информационных систем», часть 1**

Кафедра ИУ-10 «Защита информации»

Москва, 2013 г.

Рецензент: *Бонч-Бруевич А.М.*

**Вайц Е.В., Добрыченко А.И.**

Б74 Математическая логика: Методические указания к выполнению домашнего задания №1 по курсу «Математические основы теории информационных систем».

Представлены варианты домашнего задания, а также даны указания по выполнению, краткие теоретические сведения, приведены примеры расчета по отдельным этапам домашнего задания. Домашнее задание по дисциплине выполняется в 1-м семестре, выдается на 3 неделе.

Утверждено на заседании кафедры ИУ-10 «Защита информации» протокол № 01/13 от 03.09.2013

## Содержание

<b>СОДЕРЖАНИЕ .....</b>	<b>3</b>
<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>4</b>
<b>ЗАДАЧА 1. БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ.....</b>	<b>5</b>
<b>ЗАДАЧА 2. СОЗДАНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСИ .....</b>	<b>7</b>
<b>ЗАДАЧА 3. ОБЪЕДИНЕНИЯ НА КАРТАХ КАРНО.....</b>	<b>8</b>
<b>ЗАДАЧА 4. МИНИМАЛЬНЫЕ ДНФ .....</b>	<b>10</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....</b>	<b>13</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>14</b>

## **ВВЕДЕНИЕ**

Цель домашнего задания - закрепить теоретический материал, научить студентов приемам и методам познавательной деятельности, умению обобщать и выработать навыки творческого мышления и самостоятельной работы.

*Требования к оформлению:*

1. Домашнее задание выполняется письменно в отдельной тетради (или на компьютере на листах формата А4), страницы задания должны быть пронумерованы и иметь поля для рецензий.
2. Текст пишется только на правых страницах (соответственно на компьютере только с одной стороны листа), левые страницы тетради (задняя сторона листа) оставляются для исправлений.
3. Решения задач располагаются в порядке возрастания номеров, перед каждой задачей необходимо написать ее условие с указанием собственных исходных данных.
4. Рисунки и схемы выполняются аккуратно с помощью чертежных инструментов (или соответствующих графических редакторов).
5. Текст решения задач должен быть четким, кратким, с соответствующими пояснениями без сокращений слов.
6. После решения в каждой задаче должен быть написан ответ и(или) вывод.
7. Домашнее задание, выполненное небрежно, не по своему варианту, с пропусками задач, возвращается обратно студенту непроверенным.

### **ЗАДАЧИ, ВАРИАНТЫ РАСЧЕТА, ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА.**

В учебном пособии не ставится задача проведения расчета какого-либо варианта домашнего задания. Рассматриваются отдельные фрагменты выполнения работы на примерах, позволяющих составить общее представление о характере и объеме необходимых расчетов.

## Задача 1. БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ.

Для булевой функции  $f(x,y,z)$ , заданной в таблицах 1 - 3:

1. Написать таблицу булевой функции.
2. Найти ее фиктивные переменные.
3. Преобразовать данную формулу в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных.

Для первой группы:

Таблица 1.

№ варианта	$f(x,y,z)$	№ варианта	$f(x,y,z)$
1	$x\bar{y}z\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{z}\sqrt{x\bar{y}}\sqrt{xy\bar{z}}$	14	$xz\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xy}\sqrt{xy\bar{z}}$
2	$xyz\sqrt{yz}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	15	$xy\sqrt{yz}\sqrt{\bar{x}\bar{y}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
3	$xyz\sqrt{\bar{x}\bar{y}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{z}\sqrt{xyz}$	16	$yz\sqrt{\bar{x}\bar{y}}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{z}\sqrt{xyz}$
4	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	17	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
5	$\bar{y}z\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{\bar{x}y}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	18	$x\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x\bar{y}}\sqrt{\bar{x}y}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
6	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}yz}$	19	$\bar{x}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}yz}$
7	$x\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{\bar{x}yz}$	20	$x\bar{y}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}yz}$
8	$xyz\sqrt{\bar{y}z}\sqrt{x\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	21	$yz\sqrt{\bar{y}z}\sqrt{xy\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
9	$xyz\sqrt{\bar{x}}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{xyz}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}$	22	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{xz}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{\bar{z}}$
10	$xyz\sqrt{yz}\sqrt{x\bar{y}}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}$	23	$xyz\sqrt{xyz}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
11	$xyz\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{z}\sqrt{yz}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}$	24	$x\bar{y}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xyz}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}$
12	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}y}\sqrt{yz}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	25	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}yz}\sqrt{\bar{x}yz}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
13	$\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}yz}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xyz}$		

Для второй группы:

Таблица 2.

№ варианта	$f(x,y,z)$	№ варианта	$f(x,y,z)$
1	$x\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}z}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xz}$	14	$x\bar{z}\sqrt{\bar{x}z}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xy\bar{z}}$
2	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}$	15	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xy\bar{z}}$
3	$x\bar{z}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{\bar{y}z}$	16	$xyz\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{yz}$
4	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	17	$\bar{x}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xyz}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}$
5	$xyz\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xy\bar{z}}$	18	$x\bar{z}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}$
6	$xyz\sqrt{x\bar{z}}\sqrt{\bar{x}y}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	19	$x\bar{y}\bar{z}\sqrt{xy\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
7	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xyz}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}$	20	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xyz}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}$
8	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{xz}\sqrt{yz}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}$	21	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{xy\bar{z}}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}$
9	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}z}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}$	22	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{\bar{x}yz}$
10	$\bar{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{xyz}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	23	$\bar{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xy\bar{z}}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
11	$\bar{x}\bar{z}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{xyz}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	24	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{xy\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
12	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	25	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}yz}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$
13	$\bar{x}y\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$		

Для третьей группы:

Таблица 3.

№ варианта	$f(x,y,z)$	№ варианта	$f(x,y,z)$
1	$x\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xyz}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}$	14	$x\bar{y}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{z}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}$
2	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xyz}$	15	$\bar{x}y\sqrt{\bar{y}\bar{z}}\sqrt{x}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}$
3	$xyz\sqrt{\bar{x}y}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{y}z}$	16	$x\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}yz}\sqrt{x}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{z}}$
4	$x\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{xyz}$	17	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{y}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{\bar{x}}\sqrt{\bar{y}}\sqrt{\bar{z}}\sqrt{x\bar{y}\bar{z}}$

№ варианта	$f(x,y,z)$	№ варианта	$f(x,y,z)$
5	$x\bar{y}z \vee xy \vee \bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{x}z$	18	$\bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee \bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}\bar{z}$
6	$\bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$	19	$\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{y}\bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$
7	$\bar{x}yz \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee x \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z}$	20	$\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{x}\bar{z}$
8	$\bar{x}yz \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee xyz \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$	21	$\bar{x}y \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$
9	$\bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x} \vee y \vee \bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$	22	$\bar{x}z \vee \bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$
10	$x\bar{y} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x} \vee y \vee \bar{z} \vee \bar{x}yz$	23	$\bar{y}z \vee \bar{x}y \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{x}y$
11	$y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y} \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z}$	24	$x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} \vee x\bar{y}$
12	$\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y} \vee \bar{x}y \vee \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$	25	$x\bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$
13	$\bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$	26	$\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$

**Пример решения задачи №1.**

$$f(x, y, z) = xy \vee \bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z} \vee yz \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$$

Решение:

1. Составим таблицу значений булевой функции

xyz	f
000	0
001	1
010	1
011	1
100	0
101	1
110	1
111	1

**Замечание:** Для построения таблицы функции, имеющей вид дизъюнкции нескольких выражений, нужно найти единичные наборы для каждого из этих выражений, тогда объединение единичных наборов и даст множество наборов исходной функции.

2. Рассмотрим пары наборов, соседних по переменной x, и значения функции на этих наборах

$$f(0,0,0)=f(1,0,0)=0$$

$$f(0,0,1)=f(1,0,1)=1$$

$$f(0,1,0)=f(1,1,0)=1$$

$$f(0,1,1)=f(1,1,1)=1$$

Значит x – фиктивная переменная.

Так как  $f(0,0,0) \neq f(0,0,1)$ , z – существенная переменная

Аналогично, y- существенная переменная.

3. Преобразуем формулу к виду, не содержащему фиктивной переменной

$$f(x, y, z) = xy \vee \bar{y}z \vee yz \vee \bar{x}y\bar{z} = xy \vee (\bar{y} \vee y)z \vee \bar{x}y\bar{z} = xy \vee 1 \cdot z \vee \bar{x}y\bar{z} = xy \vee z \vee \bar{x}y\bar{z} = xy \vee z \vee \bar{x}y = z \vee xy \vee \bar{x}y = z \vee (x \vee \bar{x})y = z \vee y$$

Ответ:

1. Таблица булевой функции
2.  $x$  – фиктивная переменная
3.  $f = z \vee y$

## ЗАДАЧА 2. Создание электронной подписи

Создать функцию, отражающую электронную подпись. Для этого в своем имени, фамилии и отчестве убрать повторяющиеся буквы, оставшиеся буквы закодировать с помощью 5-элементного телеграфного кода (прил.1), получив их номера. Функцию, полученную из этих номеров, минимизировать с помощью карт Карно для 5 переменных.

### *Пример решения задачи № 2*

Создать функциональную схему электронной подписи. Для этого в своем имени, фамилии и отчестве убрать оставшиеся буквы закодировать с помощью 5-элементного телеграфного кода, получив их номера. Функцию, полученную из этих номеров, минимизировать с помощью карт Карно для 5 переменных.

Решение

Белохвостикова Наталья Николаевна

Выпишем двоичные наборы букв, в соответствии с приложением 1.

Б – 10011 -19

е – 10000 - 16

л – 01001 - 9

о – 00011 - 3

х – 00101 - 5

в – 11001 - 25

с – 10100 - 20

т – 00001 - 1

и – 01100 - 12

к – 11110 - 30

а – 11000 - 24

ь – 10111 - 23

я – 11101 - 29

$f = \{19 + 16 + 9 + 3 + 5 + 25 + 20 + 1 + 12 + 30 + 24 + 23 + 29\}$ ;

Представим эти значения на 5-мерной карте Карно (см. рис.1). Наименьший вес имеет переменная  $a$ , наибольший  $e$ .

$de$			$\bar{a}$				$a$			
			$\bar{b}$		$b$		$\bar{b}$		$b$	
			000	001	011	010	100	101	111	110
$\bar{d}$	$\bar{e}$	00	0	0	1	0	1	1	0	1
	$e$	01	1	1	0	1	0	0	1	1
$d$	$e$	11	1	0	0	0	1	1	0	0
	$\bar{e}$	10	0	0	0	0	0	0	1	0
			$\bar{c}$	$c$		$\bar{c}$	$c$		$\bar{c}$	

Рис. 1. –Карта Карно

Итоговая функция будет иметь вид:

$$f = \overline{edba} + \overline{ecba} + \overline{edcb\bar{a}} + \overline{edcb} + \overline{ed\bar{b}a} + \overline{ed\bar{b}a} + \overline{ed\bar{b}a} + \overline{d\bar{c}ba} + \overline{e\bar{d}c\bar{b}a};$$

### ЗАДАЧА 3. Объединения на картах Карно

На картах Карно для 6 переменных отобразить члены, объединение которых приведет к получению сокращенной формы в соответствии с таблицами 3.1. – 3.3.:

Для первой группы:

Таблица 4

№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма
1	$\bar{d}\bar{c}\bar{a}$	6	$\bar{d}\bar{c}\bar{b}$	11	$\bar{d}\bar{c}\bar{b}$	16	$\bar{d}\bar{c}a$	21	$\bar{f}\bar{c}a$
2	$\bar{d}\bar{c}\bar{a}$	7	$d\bar{c}\bar{b}$	12	$f\bar{c}b$	17	$f\bar{d}a$	22	$\bar{d}\bar{c}\bar{b}$
3	$\bar{d}\bar{c}a$	8	$\bar{d}\bar{c}b$	13	$f\bar{c}\bar{b}$	18	$f\bar{d}\bar{a}$	23	$f\bar{d}b$
4	$d\bar{c}a$	9	$d\bar{c}b$	14	$f\bar{c}\bar{b}$	19	$f\bar{c}a$	24	$\bar{f}\bar{d}\bar{b}$
5	$d\bar{c}\bar{a}$	10	$d\bar{c}b$	15	$f\bar{c}\bar{b}$	20	$f\bar{c}\bar{a}$	25	$\bar{f}\bar{d}\bar{b}$

Для второй группы:

Таблица 5

№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма
1	$\bar{d}\bar{c}\bar{a}$	6	$\bar{d}\bar{c}\bar{b}$	11	$\bar{d}\bar{c}\bar{b}$	16	$\bar{d}\bar{c}a$	21	$\bar{f}\bar{c}a$
2	$\bar{d}\bar{c}\bar{a}$	7	$d\bar{c}\bar{b}$	12	$f\bar{c}b$	17	$f\bar{d}a$	22	$\bar{d}\bar{c}\bar{b}$

3	$\bar{d} c a$	8	$\bar{d} \bar{c} b$	13	$f \bar{c} \bar{b}$	18	$f \bar{d} \bar{a}$	23	$f d b$
4	$d c a$	9	$d \bar{c} b$	14	$f c \bar{b}$	19	$f c a$	24	$\bar{f} d \bar{b}$
5	$d \bar{c} \bar{a}$	10	$d c b$	15	$f \bar{c} \bar{b}$	20	$f c \bar{a}$	25	$\bar{f} \bar{d} \bar{b}$

Для третьей группы:

Таблица 6

№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма	№ вар.	Сокр. форма
1	$\bar{d} \bar{b} a$	6	$\bar{g} c a$	11	$f \bar{c} \bar{a}$	16	$\bar{f} \bar{c} \bar{a}$	21	$\bar{g} \bar{c} a$
2	$g c b$	7	$\bar{g} \bar{c} \bar{b}$	12	$f c \bar{a}$	17	$\bar{f} c \bar{a}$	22	$g d a$
3	$g \bar{c} \bar{b}$	8	$\bar{g} d b$	13	$f c a$	18	$\bar{f} c a$	23	$g \bar{d} \bar{a}$
4	$g c \bar{b}$	9	$\bar{g} d \bar{b}$	14	$f c a$	19	$\bar{g} c a$	24	$g c a$
5	$g \bar{c} \bar{b}$	10	$\bar{g} \bar{d} \bar{b}$	15	$f \bar{c} \bar{a}$	20	$\bar{g} \bar{c} \bar{a}$	25	$\bar{g} c \bar{a}$
								26	$\bar{g} c \bar{a}$

**Пример решения задачи № 3:**

На картах Карно для 6 переменных отобразить члены, объединение которых приведет к получению сокращенной формы:  $f b \bar{a}$ .

		$\bar{e}$				$e$				
		$\bar{a}$	$a$	$a$	$\bar{a}$	$\bar{a}$	$a$	$a$	$\bar{a}$	
$\bar{f}$	$\bar{c}$	0	1	3	2	18	19	17	16	$\bar{d}$
	$c$	4	5	7	6	22	23	21	20	
	$c$	12	13	15	14	30	31	29	28	$d$
	$\bar{c}$	8	9	11	10	26	27	25	24	
$f$	$\bar{c}$	40	41	43	42	58	59	57	56	$d$
	$c$	44	45	47	46	62	63	61	60	
	$c$	36	37	39	38	54	55	53	52	$\bar{d}$
	$\bar{c}$	32	33	35	34	50	51	49	48	
		$\bar{b}$	$b$		$b$		$\bar{b}$			

Рис. 2

### ЗАДАЧА 4. Минимальные ДНФ

Для функций  $f(x,y,z)$ ,  $g(x,y,z,w)$ ,  $h(x,y,z,w,t)$ , заданных в таблицах 7-9 найти минимальные ДНФ и минимальные КНФ с помощью карт Карно и указать сложности минимальных ДНФ.

Для первой группы:

**Таблица 7**

№ варианта	$f(x,y,z)$	$g(x,y,z,w)$	$h(x,y,z,w,t)$
1	1011 1100	1110 1110 1111 0001	1011 1110 1100 1111 1111 0001 0101 1100
2	0111 1010	1111 0010 1111 0111	1100 1011 1011 1110 1110 1011 0111 1111
3	1001 1001	1101 1001 1111 0011	1011 1111 0011 0001 0110 1101 1011 1110
4	1110 1110	1011 1010 1111 1110	1100 1100 1110 1111 1000 1111 1011 1111
5	1010 1111	1101 1100 1111 1101	1101 0011 1111 1101 1110 1101 0111 1100
6	0110 1111	1111 1011 0011 1101	1011 1100 1111 1000 0111 1011 1110 0101
7	1000 1101	1010 1111 1011 1110	1100 1110 0111 0111 1111 0001 1111 0111
8	0111 0110	1100 1110 1100 1111	1010 1110 1111 1101 0111 1001 1110 0000
9	1110 0011	1101 1011 1111 1101	1001 1100 1101 1111 1101 1111 0001 1011
10	0111 0101	1010 1110 1110 1111	1010 1110 0111 1110 0011 1110 0110 0101
11	1000 1111	1001 0001 1110 1110	010 1110 1110 0111 0111 1110 1101 0110
12	1011 0111	1101 1011 1110 1110	1010 0111 1101 1111 1000 1111 1110 1001
13	0011 1101	0111 1011 0011 1110	1001 1100 1110 1111 1100 1111 1010 0000
14	1011 0111	1000 0110 1111 1110	0110 1101 1111 1101 1111 1011 0111 1110
15	0111 0101	1011 1101 0011 0111	1010 1111 1011 1101 0111 1110 1101 1110
16	0111 1110	1100 1100 0111 1100	1101 0111 1101 1011 0111 1110 1111 0000
17	1111 0110	0011 0111 1111 1011	0101 1000 1111 1100 1000 1110 1110 0111
18	0111 1001	1100 1100 1110 0011	0100 1111 1101 0111 1111 0101 1110 1101
19	1000 1110	0111 1110 0011 1110	0001 1111 1011 1101 0010 1111 1000 1000
20	0111 1001	1010 1110 1111 1101	1011 0001 1111 1100 0111 1001 1110 1110
21	0101 1100	1111 0011 1011 1111	1001 1011 1100 1110 0001 0111 1011 1000
22	0111 0101	1100 0000 1110 1101	1011 1111 1101 0111 1110 0111 0001
23	1001 0110	1101 1110 1101 1111	0111 1110 1110 0011 1111 0011 1001 1111
24	0001 1100	1100 1110 0111 1111	1010 1111 1101 1100 1111 1010 1101 0110
25	1000 1110	1010 0111 1110 1100	0111 0111 1010 0011 1111 0010 1010 1111

Для второй группы:

**Таблица 8**

№ варианта	$f(x,y,z)$	$g(x,y,z,w)$	$h(x,y,z,w,t)$
1	1011 1111	1110 1100 1111 0001	1011 1110 1100 1001 1111 0101 0101 1100
2	0100 1011	1001 0010 1111 0110	1100 1001 1011 1000 1110 1011 0111 1111
3	1011 1001	1111 1001 1111 0000	1011 1111 0011 0111 0110 1101 1011 1100
4	1110 1100	1011 1011 1001 1110	1100 1100 1110 1101 1000 1111 1011 1000
5	1010 1100	1101 1111 1001 1101	1101 0011 1001 1101 1110 1111 0111 1110
6	0110 1001	1001 1011 0011 1101	1011 1100 1101 1000 0111 1011 1110 0111
7	1011 1101	1010 1011 1011 1010	1100 1110 0111 0111 1111 0001 1111 0001
8	0111 0010	1100 1100 1100 1111	1010 1110 1001 1101 0100 1001 1110 0110
9	1000 0011	1111 1011 1001 1101	1001 1100 1101 1001 1101 1111 0001 1011
10	0101 0101	1010 1010 1110 1001	1010 1110 0100 1110 0011 1100 0110 0101
11	1001 1111	1001 0111 1110 1100	1010 1110 1110 0011 0111 1000 1101 0110
12	1001 0101	1101 1000 1110 1000	1010 0101 1101 1001 1000 1001 1110 1001
13	0010 1001	0101 1011 0111 1111	1011 1100 1111 1111 1100 1111 1010 0010

№ варианта	$f(x,y,z)$	$g(x,y,z,w)$	$h(x,y,z,w,t)$
14	1010 0001	1011 0110 1001 1110	0111 1101 1001 1101 1011 1011 1111 1000
15	0110 0111	1011 1111 0011 1111	1010 1101 1011 1111 0111 1110 1101 1111
16	0001 1111	1101 1100 0101 1100	1101 0101 1101 1011 0100 1110 1001 0001
17	1111 0111	0011 0111 1001 1011	0101 1000 1001 1100 1000 1111 1110 0100
18	0110 1011	1101 1110 1111 0111	0100 1101 1111 0111 1001 0101 1111 1101
19	1001 1110	0111 1111 0011 1110	0001 1011 1011 1111 0010 1101 1100 1001
20	0111 1011	1011 1110 1111 1101	1011 0001 1111 1110 0110 1101 1110 1111
21	0111 1101	1110 0011 1010 1001	1011 1011 1110 1111 0001 1111 1011 1011
22	0111 0111	1100 0011 1110 1111	1111 1111 1101 0111 1100 0111 0011
23	1101 0111	1101 1111 1101 1111	0111 1110 1100 0011 1001 0011 1011 1110
24	0101 1100	1111 1110 0111 1111	1010 1001 1101 1100 1001 1010 1101 0111
25	1000 1100	1010 0110 1110 1100	0111 0001 1010 0011 1111 0010 1010 1101

Для третьей группы:

Таблица 9

№ варианта	$f(x,y,z)$	$g(x,y,z,w)$	$h(x,y,z,w,t)$
1	1011 1001	1110 1100 0111 0001	1011 1110 1101 1001 1111 0101 0101 1101
2	0101 1011	1011 0010 1101 0110	1100 1011 1011 1010 1110 1011 1111 1101
3	1001 1000	1001 1001 1111 0010	1011 1001 0011 0111 0100 1101 1011 0000
4	1010 1110	1011 1001 1001 1100	1101 1101 1110 1101 1000 1111 1111 1010
5	1011 1101	1100 1101 1001 1111	1101 0111 1001 1101 1100 1111 0011 1010
6	1110 1011	1001 1111 0011 1101	1011 1100 1111 1000 0011 1011 1110 0101
7	1111 1101	1011 1011 1011 1110	1100 1110 0001 0111 1111 0001 1111 0011
8	0011 0110	1100 1111 1100 1111	1010 1110 1111 1101 0100 1001 1110 0111
9	1000 0011	1100 1011 1001 1101	1001 1100 1101 1011 1101 1111 0001 1111
10	1111 0101	1011 1010 1111 1001	1010 1110 0100 1110 0111 1100 1010 0101
11	1011 1111	1011 0111 1110 1100	0010 1110 1110 0011 0111 1000 1101 1111
12	1011 0101	1101 1011 1110 1000	1010 0101 1101 1001 1000 1001 1110 1111
13	1010 1001	1001 1011 0111 1011	1011 1100 1101 1110 1100 1111 1010 1010
14	1010 1001	1010 0110 1001 1010	0111 1101 1001 1101 1010 1011 1111 1100
15	0110 0101	1011 1101 0011 1001	1010 1101 1011 1100 0111 1110 1101 1001
16	0011 1111	1101 1111 0101 1100	1101 0111 1101 1011 0100 1111 1001 0001
17	1111 1111	0011 0111 1001 1111	0101 1001 1001 1100 1000 1111 1110 0101
18	0111 1011	1101 1111 1111 0111	0100 1111 1111 0111 1011 0101 1111 1101
19	1001 1111	0111 1111 0111 1110	1111 1011 1011 1111 0010 1101 1101 1001
20	1111 1011	1011 1110 1111 1101	1011 0001 1111 1111 0110 1101 1111 1111
21	0111 1111	1110 0011 1010 1001	1011 1011 1110 1101 0001 1111 1011 1001
22	0111 1111	1100 1111 1110 1111	1111 1111 1101 0111 1100 0111 1111
23	1111 0111	1101 1111 1101 1111	1111 1110 1100 0011 1101 0011 1011 1110
24	0101 1111	1111 1110 0111 1111	1011 1001 1101 1100 1001 1010 1101 0111
25	1000 1111	1010 0110 1110 1100	0111 0101 1010 0011 1111 0010 1010 1101
26	1011 1110	1110 1111 1111 0001	1011 1110 1111 1001 1111 0101 0101 1101

Пример решения задачи №4.

$f(x,y,z)=(0111\ 0011)$ ,  $g(x,y,z,w)=(1111\ 1101\ 1010\ 0000)$ ,  $h(x,y,z,w,t)=(1111\ 0111\ 1010\ 0110\ 1111\ 0111\ 1010\ 1010)$

Карта Карно для функции от трех переменных имеет вид

		<b>z</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	
<b>xy</b>	<b>00</b>	0	1		
	<b>01</b>	1	1		
	<b>11</b>	1	1		
	<b>10</b>	0	0		

Рис. 3.

Для нахождения минимальной ДНФ покрываем единицы карты Карно.

Минимальная ДНФ:  $y \vee \bar{x}z$  Сложность равна 3.

Для нахождения минимальной КНФ покрываем нули карты Карно.

Минимальная КНФ:  $(y \vee \bar{x}) \cdot (y \vee z)$ .

Аналогично

**для функции g:**

ДНФ  $\bar{y}w \vee \bar{x}z \vee \bar{x}w$ . Сложность равна 6

КНФ  $(\bar{x} \vee \bar{y}) \cdot (\bar{x} \vee \bar{w}) \cdot (\bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{w})$ .

**для функции h:**

ДНФ  $\bar{z}t \vee \bar{y}t \vee \bar{x}z\bar{w}t \vee xy\bar{t}$  Сложность равна 11.

КНФ  $(\bar{y} \vee \bar{w} \vee \bar{t}) \cdot (\bar{y} \vee z \vee \bar{t}) \cdot (y \vee \bar{z} \vee w \vee t) \cdot (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{t}) \cdot (x \vee \bar{z} \vee w \vee t)$

**Ответ:** для функции f минимальная КНФ  $(y \vee \bar{x}) \cdot (y \vee z)$ , минимальная ДНФ  $y \vee \bar{x}z$ , сложность 3, для функции g ДНФ  $\bar{y}w \vee \bar{x}z \vee \bar{x}w$ , сложность равна 6, КНФ  $(\bar{x} \vee \bar{y}) \cdot (\bar{x} \vee \bar{w}) \cdot (\bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{w})$ , для функции h ДНФ  $\bar{z}t \vee \bar{y}t \vee \bar{x}z\bar{w}t \vee xy\bar{t}$  сложность равна 11, КНФ  $(\bar{y} \vee \bar{w} \vee \bar{t}) \cdot (\bar{y} \vee z \vee \bar{t}) \cdot (y \vee \bar{z} \vee w \vee t) \cdot (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{t}) \cdot (x \vee \bar{z} \vee w \vee t)$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

В буквопечатающих телеграфных аппаратах применяются равномерные коды. Наибольшее распространение получил пятиэлементный международный код № 2. Он содержит русские и латинские буквы, цифры и самые распространенные знаки препинания. Код позволяет получать 32 отличающиеся друг от друга комбинации. Текстовая телеграмма, составленная на русском языке, может содержать до 54 различных знаков (32 буквы, 10 цифр и 12 других знаков). На международных линиях обеспечивается передача латинского алфавита. Это достигается путем применения трех регистров: русского, цифрового и латинского, которым соответствуют специальные комбинации. Кодирование знаков в пятиэлементном международном коде №2 представлено в табл.10

Таблица 10

**Пятиэлементный телеграфный международный код № 2**

РЕГИСТРЫ			КОМБИНАЦИИ				
Лат.	Рус.	Циф.	1	2	3	4	5
A	А	-	1	1	0	0	0
B	Б	?	1	0	0	1	1
C	Ц	:	0	1	1	1	0
D	Д	кто там?	1	0	0	1	0
E	Е	3	1	0	0	0	0
F	Ф	Э	1	0	1	1	0
G	Г	Ш	0	1	0	1	1
H	Х	Щ	0	0	1	0	1
I	И	8	0	1	1	0	0
J	Й	Ю	1	1	0	1	0
K	К	(	1	1	1	1	0
L	Л	)	0	1	0	0	1
M	М	.	0	0	1	1	1
N	Н	,	0	0	1	1	0
O	О	9	0	0	0	1	1
P	П	0	0	1	1	0	1
Q	Я	1	1	1	1	0	1
R	Р	4	0	1	0	1	0
S	С	`	1	0	1	0	0
T	Т	5	0	0	0	0	1
U	У	7	1	1	1	0	0
V	Ж	=	0	1	1	1	1
W	В	2	1	1	0	0	1
X	Ь	/	1	0	1	1	1
Y	Ы	6	1	0	1	0	1
Z	3	+	1	0	0	0	1
Возврат каретки			0	0	0	1	0
Перевод страницы			0	1	0	0	0
Латинский регистр			1	1	1	1	1
Цифровой регистр			1	1	0	1	1
Пробел			0	0	1	0	0
Русский регистр			0	0	0	0	0

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - 3-е изд., стереотип. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. -744 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XIX).
2. Новиков Ф.А., Дискретная математика: Учебник для вузов 2-е изд. Стандарт третьего поколения. – Спб.: Питер, 2013. – 432 с.: ил.
3. Тюрин С.Ф., Ю.А. Аляев Дискретная математика: Практическая дискретная математика и математическая логика: учеб. Пособие – М.: Финансы и статистика, 2012. – 384 с.: ил.