

ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ № 1

1. В аффинном пространстве \mathbb{R}^4 заданы подпространства

$$L: \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_4 = -9 \\ x_3 = -1 \end{cases} \quad \text{и } N: \begin{cases} x_1 = 4 \\ 3x_2 + x_3 + x_4 = 6. \end{cases}$$

- а) (2 балла) Найти параметрическое задание подпространств L и N ;
б) (2 балла) пересекаются ли эти подпространства?
в) (4 балла) если L и N пересекаются, найти размерности их суммы и пересечения, а также параметрическое задание подпространства $L \cap N$ и неявное задание подпространства $L + N$; если L и N не пересекаются, найти расстояние между ними.
2. Кривая задана на плоскости \mathbb{R}^2 уравнением

$$9x^2 - 6xy + y^2 - 36x + 12y + 26 = 0.$$

- а) (2 балла) Найти собственные числа и ортонормированный базис из собственных векторов для соответствующей квадратичной формы;
б) (3 балла) привести уравнение кривой к каноническому виду, указать соответствующую замену координат и определить тип кривой;
в) (1 балл) построить кривую в исходной системе координат.
3. Поверхность задана в пространстве \mathbb{R}^3 уравнением

$$3x^2 - 5z^2 - 4xy - 6xz - 12yz - 4x + 16y + 4z - 26 = 0.$$

- а) (6 баллов) Найти собственные числа и ортонормированный базис из собственных векторов соответствующей квадратичной формы;
б) (4 балла) привести уравнение поверхности к каноническому виду, указать соответствующую замену переменных и определить тип поверхности.

ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ № 2

1. В аффинном пространстве \mathbb{R}^4 заданы подпространства

$$L: \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 12 \\ x_3 - x_4 = -1 \end{cases} \quad \text{и} \quad N: \begin{cases} x_1 - x_2 = -1 \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$$

- а) (2 балла) Найти параметрическое задание подпространств L и N ;
- б) (2 балла) пересекаются ли эти подпространства?
- в) (4 балла) если L и N пересекаются, найти размерности их суммы и пересечения, а также параметрическое задание подпространства $L \cap N$ и неявное задание подпространства $L + N$; если L и N не пересекаются, найти расстояние между ними.
2. Кривая задана на плоскости \mathbb{R}^2 уравнением

$$7x^2 - 48xy - 7y^2 + 62x - 34y + 73 = 0.$$

- а) (2 балла) Найти собственные числа и ортонормированный базис из собственных векторов для соответствующей квадратичной формы;
- б) (3 балла) привести уравнение кривой к каноническому виду, указать соответствующую замену координат и определить тип кривой;
- в) (1 балл) построить кривую в исходной системе координат.
3. Поверхность задана в пространстве \mathbb{R}^3 уравнением

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 2x + 2y + 2z - 1 = 0.$$

- а) (6 баллов) Найти собственные числа и ортонормированный базис из собственных векторов соответствующей квадратичной формы;
- б) (4 балла) привести уравнение поверхности к каноническому виду, указать соответствующую замену переменных и определить тип поверхности.