

3-й семестр, РЛ 1,6 (2020 г.)

Уравнения матем. физики

модуль 2

Вопросы для подготовки

Теоретические вопросы

1. Запишите линейное относительно старших производных дифференциальное уравнение 2-го порядка. Опишите типы таких уравнений. (1 балл)
2. Запишите уравнение характеристик (характеристическое уравнение) в дифференциалах для линейного относительно старших производных дифференциального уравнения от 2-х переменных. (1 балл)
3. Что такое характеристика линейного дифференциального уравнения 2-го порядка? Запишите уравнение характеристик. (1 балл)
4. Укажите примеры физических процессов, описываемых уравнениями гиперболического, параболического и эллиптического типов. (1 балл)
5. Сформулируйте задачу Штурма — Лиувилля для круга. Опишите вид собственных функций для этой задачи. (1 балл)
6. Записать уравнение Бесселя. Сколько функций содержит фундаментальная система решений этого уравнения? (1 балл)
7. Дать определение цилиндрической функции. Привести пример такой функции. (1 балл)
8. Дать определение функции Бесселя. (1 балл)
9. Дать определение функций Бесселя II рода. (1 балл)
10. Дайте определение Гамма-функции Эйлера. Запишите основные свойства этой функции. (1 балл)
11. Сформулируйте задачу Штурма — Лиувилля для кругового кольца. Опишите вид собственных функций для этой задачи. (1 балл)
12. Сформулируйте задачу Штурма — Лиувилля для шара. Опишите вид собственных функций для этой задачи. (1 балл)
13. Запишите уравнение Лежандра. Опишите все ограниченные решения этого уравнения. (1 балл)
14. Дайте определение многочлена Лежандра. Сформулируйте свойство ортогональности этих многочленов. (1 балл)
15. Запишите присоединенное уравнение Лежандра. Дайте определение присоединенных функций Лежандра. (1 балл)
16. Выведите уравнение характеристик в дифференциалах для уравнения от двух переменных. (2 балла)
17. Найти собственные функции оператора Лапласа для прямоугольника. (2 балла)
18. Найти собственные функции оператора Лапласа для круга. (2 балла)
19. Найти собственные функции оператора Лапласа для кольца. (2 балла)
20. Докажите основные свойства Гамма-функции Эйлера. (2 балла)

Типовой вариант билета (практика), min-5 баллов, max-9 баллов

21. Определите тип дифференциального уравнения

$$u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + 3u_x - 5u_y + 4u = 0,$$

приведите его к каноническому виду. (4 балла)

22. Решите следующую краевую задачу для уравнения Лапласа в прямоугольнике (5 баллов):

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = \cos \frac{\pi y}{2b}, \quad u|_{x=a} = \cos \frac{7\pi y}{2b}, \quad u'_y|_{y=0} = \sin \frac{5\pi x}{a}, \quad u|_{y=b} = \sin \frac{3\pi x}{a}.$$

Типовой вариант билета (теория), min-2 баллов, max-3 баллов

23. Сформулируйте задачу Штурма — Лиувилля для круга. Опишите вид собственных функций для этой задачи. (1 балл)

24. Найти собственные функции оператора Лапласа для прямоугольника. (2 балла)