

Вариант 1

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u'_x|_{x=0} = -\frac{1}{2b} \sin \frac{5\pi y}{2b}, \quad u'_x|_{x=a} = \sin \frac{7\pi y}{2b}, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u'_y|_{y=b} = 0.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x + 1/2) - \eta(x - 1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x - 1)\eta(x - 1) - 2x\eta(x) + (x + 1)\eta(x + 1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-2x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 2

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=a} = 0, \quad u|_{y=0} = \sin \frac{\pi x}{a}, \quad u|_{y=b} = \sin \frac{7\pi x}{a}.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda^2(x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x + 1/2) - \eta(x - 1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x - 1)\eta(x - 1) - 2x\eta(x) + (x + 1)\eta(x + 1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-3x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 3

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = -\sin \frac{3\pi y}{2b}, \quad u|_{x=a} = 0, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u'_y|_{y=b} = \frac{2}{\pi} \sin \frac{17\pi x}{a}.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \max\{0, 1 - x^2\}.$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x + 1/2) - \eta(x - 1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x - 1)\eta(x - 1) - 2x\eta(x) + (x + 1)\eta(x + 1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-4x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 4

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = 2 \sin \frac{3\pi y}{2b}, \quad u|_{x=a} = \frac{1}{3a} \sin \frac{\pi y}{2b}, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u'_y|_{y=b} = 0.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(0.5(x-1))\text{rect}(0.5x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x+1/2) - \eta(x-1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x-1)\eta(x-1) - 2x\eta(x) + (x+1)\eta(x+1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-5x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 5

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u'_x|_{x=0} = -\frac{5}{2b} \sin \frac{3\pi y}{2b}, \quad u'_x|_{x=a} = \sin \frac{5\pi y}{2b}, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u'_y|_{y=b} = 0.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(0.5(x+1))\text{rect}(0.5x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x+1/2) - \eta(x-1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x-1)\eta(x-1) - 2x\eta(x) + (x+1)\eta(x+1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-6x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 6

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u'_x|_{x=0} = -\sin \frac{5\pi y}{2b}, \quad u|_{x=a} = 0, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u'_y|_{y=b} = \frac{5}{2a} \cos \frac{5\pi x}{2a}.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda(x-0.5) + \Lambda(x+0.5).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x+1/2) - \eta(x-1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x-1)\eta(x-1) - 2x\eta(x) + (x+1)\eta(x+1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-7x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 7

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u'_x|_{x=a} = -\frac{3}{\pi} \cos \frac{5\pi y}{2b}, \quad u'_y|_{y=0} = -\sin \frac{3\pi x}{2a}, \quad u|_{y=b} = 0.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = 1/2 (\text{rect}(0.5x) + \text{rect}(x + 0.5)).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x + 1/2) - \eta(x - 1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x - 1)\eta(x - 1) - 2x\eta(x) + (x + 1)\eta(x + 1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-8x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 8

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = -\cos \frac{\pi y}{2b}, \quad u|_{x=a} = -\pi \cos \frac{7\pi y}{2b}, \quad u'_y|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=b} = 0.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = 1/2 (\text{rect}(0.5x) + \text{rect}(x - 0.5)).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x + 1/2) - \eta(x - 1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x - 1)\eta(x - 1) - 2x\eta(x) + (x + 1)\eta(x + 1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-9x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 9

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u'_x|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=a} = 0, \quad u|_{y=0} = -\frac{3}{5} \cos \frac{3\pi x}{2a}, \quad u|_{y=b} = \frac{1}{2} \cos \frac{\pi x}{2a}.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \left(1 - \frac{(x-1)^2}{4}\right) \text{rect}(0.5x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x + 1/2) - \eta(x - 1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x-1)\eta(x-1) - 2x\eta(x) + (x+1)\eta(x+1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-10x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 10

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u'_x|_{x=0} = -\sin \frac{3\pi y}{b}, \quad u|_{x=a} = 0, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u|_{y=b} = \frac{2}{\pi} \cos \frac{7\pi x}{2a}.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \left(1 - \frac{(x+1)^2}{4}\right) \text{rect}(0.5x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x+1/2) - \eta(x-1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x-1)\eta(x-1) - 2x\eta(x) + (x+1)\eta(x+1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-11x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 11

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = -\frac{2}{b} \sin \frac{5\pi y}{2b}, \quad u|_{x=a} = 0, \quad u|_{y=0} = \sin \frac{3\pi x}{a}, \quad u'_y|_{y=b} = 0.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda^2(0.5(x-1))\text{rect}(0.5x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x+1/2) - \eta(x-1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x-1)\eta(x-1) - 2x\eta(x) + (x+1)\eta(x+1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-12x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 12

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=a} = \frac{\pi}{3} \sin \frac{11\pi y}{2b}, \quad u|_{y=0} = -2 \sin \frac{5\pi x}{a}, \quad u'_y|_{y=b} = 0.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \Lambda^2(0.5(x+1))\text{rect}(0.5x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x+1/2) - \eta(x-1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x-1)\eta(x-1) - 2x\eta(x) + (x+1)\eta(x+1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-13x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 13

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u'_x|_{x=0} = 0, \quad u'_x|_{x=a} = 0, \quad u|_{y=0} = 6 \cos \frac{\pi x}{a}, \quad u'_y|_{y=b} = \frac{1}{2a} \cos \frac{5\pi x}{a}.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = \text{rect}(0.5x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\text{rect}(x) = \eta(x + 1/2) - \eta(x - 1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x - 1)\eta(x - 1) - 2x\eta(x) + (x + 1)\eta(x + 1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-14x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 14

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = 2 \sin \frac{3\pi y}{2b}, \quad u|_{x=a} = \frac{1}{3a} \sin \frac{\pi y}{2b}, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u'_y|_{y=b} = 0.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = (\Lambda(x-1) + \Lambda(x)) \operatorname{rect}(0.5x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\operatorname{rect}(x) = \eta(x+1/2) - \eta(x-1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x-1)\eta(x-1) - 2x\eta(x) + (x+1)\eta(x+1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-15x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.

Вариант 15

1. Найдите численное решение следующей краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b;$$
$$u|_{x=0} = \sin \frac{5\pi y}{2b}, \quad u|_{x=a} = 0, \quad u|_{y=0} = 0, \quad u'_y|_{y=b} = -\frac{2}{\pi} \sin \frac{7\pi x}{a}.$$

Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу методом разделения переменных.

2. Найдите численное решение следующей задачи для волнового уравнения:

$$u''_{tt} = u''_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0;$$
$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{t=0} = \varphi(x-2), \quad u'_t|_{x=0} = 0,$$

где

$$\varphi(x) = (\Lambda(x+1) + \Lambda(x)) \operatorname{rect}(0.5x).$$

Пояснить, какое граничное условие можно взять при $x \rightarrow +\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием формулы Даламбера.

Замечание:

$$\operatorname{rect}(x) = \eta(x+1/2) - \eta(x-1/2),$$
$$\Lambda(x) = (x-1)\eta(x-1) - 2x\eta(x) + (x+1)\eta(x+1).$$

3. Найдите численное решение следующей задачи для уравнения теплопроводности:

$$u'_t = u''_{xx}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0;$$
$$u|_{t=0} = \exp(-16x^2)$$

Пояснить, какие граничные условия можно взять при $x \rightarrow +\infty$ и при $x \rightarrow -\infty$. Оцените область, в которой ищется решение данной задачи. Какое влияние на результат оказывает изменение этой области. Постройте график данного решения. Проверьте полученные результаты решив данную задачу с использованием преобразования Фурье.