

6-й семестр, ФН12 (2021 г.)

Численные методы решения задач теории управления.

модуль 1

Вопросы для подготовки

Построение разностной схемы

1. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

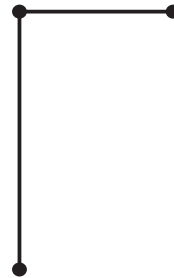
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



2. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



3. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

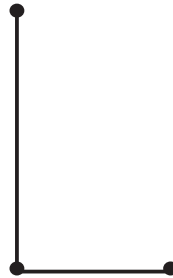
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



4. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

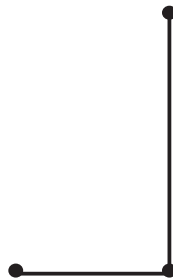
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



5. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

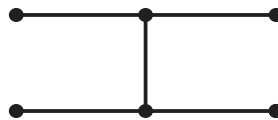
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



6. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

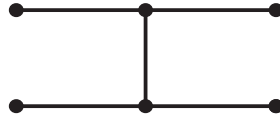
Исходя из полученной схемы выписать "чисто неявную схему". При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



7. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

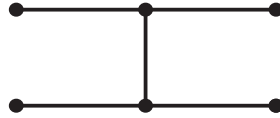
Исходя из полученной схемы выписать "явную схему". При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



8. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

Исходя из полученной схемы выписать "схему с полусуммой ($\sigma = 1/2$)". При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



9. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

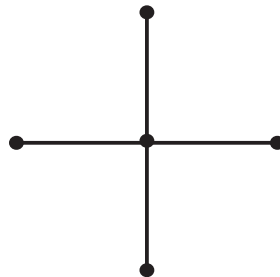
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



10. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

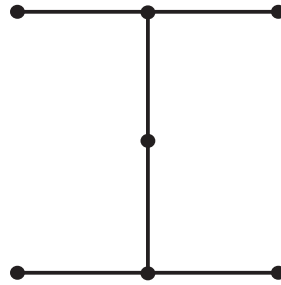
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



11. С помощью метода неопределенных коэффициентов построить разностную схему для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке. Выписать условие, при котором данная схема будет устойчива, результат пояснить .



Аппроксимация

1. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

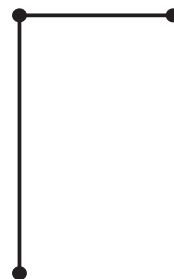
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



2. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



3. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

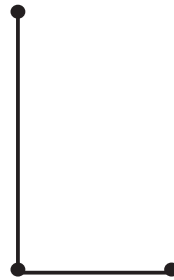
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



4. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

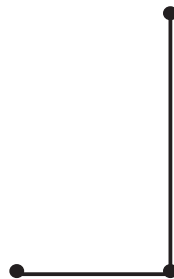
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



5. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для уравнения переноса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t)$$

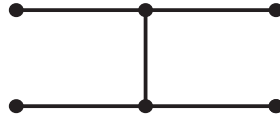
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



6. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

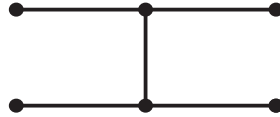
используя «чисто неявную схему». При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



7. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

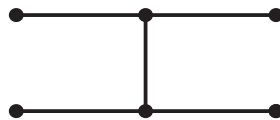
используя «явную схему». При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



8. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

используя «схему с полусуммой ($\sigma = 1/2$)». При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



9. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

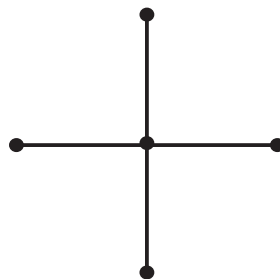
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



10. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

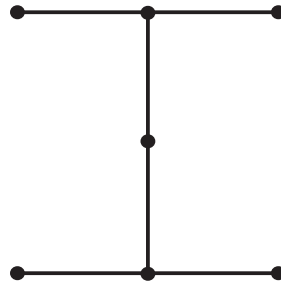
При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



11. Найти порядок аппроксимации разностной схемы для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t)$$

При расчетах использовать шаблон приведенный на рисунке .



Сплайн интерполяция

1. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	1	2	3	4	5
$y(x)$	0	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094

При расчетах использовать граничные условия первого рода $y'(1) = 1$ и $y'(5) = 0.2$.

2. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	1	2	3	4	5
$y(x)$	0	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094

При расчетах использовать граничные условия второго рода $y''(1) = -1$ и $y''(5) = 0.04$.

3. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	0	1.5708	3.1416	4.7124	6.2832
$y(x)$	0	1	0	-1	0

При расчетах использовать граничные условия второго рода $y''(0) = 0$ и $y''(6.2832) = 0$.

4. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	0	1.5708	3.1416	4.7124	6.2832
$y(x)$	0	1	0	-1	0

При расчетах использовать граничные условия первого рода $y'(0) = 1$ и $y'(6.2832) = 1$.

5. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	0	1.5708	3.1416	4.7124	6.2832
$y(x)$	1	0	-1	0	1

При расчетах использовать граничные условия первого рода $y'(0) = 0$ и $y'(6.2832) = 0$.

6. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	0	1.5708	3.1416	4.7124	6.2832
$y(x)$	0	1	0	-1	0

При расчетах использовать граничные условия второго рода $y''(0) = 1$ и $y''(6.2832) = 1$.

7. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	0	1	2	3	4
$y(x)$	1	2.7183	7.3891	20.0855	54.5982

При расчетах использовать граничные условия второго рода $y''(0) = 1$ и $y''(4) = 54.5982$.

8. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	-0.7854	-0.3927	0	0.3927	0.7854
$y(x)$	-1.0000	-0.4142	0	0.4142	1.0000

При расчетах использовать граничные условия первого рода $y'(-0.7854) = 2$ и $y'(0.7854) = 2$.

9. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	-0.7854	-0.3927	0	0.3927	0.7854
$y(x)$	-1.0000	-0.4142	0	0.4142	1.0000

При расчетах использовать граничные условия второго рода $y''(-0.7854) = -4$ и $y''(0.7854) = 4$.

10. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	0.7854	1.1781	1.5708	1.9635	2.3562
$y(x)$	1.0000	0.4142	0.0000	-0.4142	-1.0000

При расчетах использовать граничные условия второго рода $y''(0.7854) = 4$ и $y''(2.3562) = -4$.

11. Построить интерполяционный кубический сплайн на заданной сетке ω , данные для которой приведены в таблице

x	0.7854	1.1781	1.5708	1.9635	2.3562
$y(x)$	1.0000	0.4142	0.0000	-0.4142	-1.0000

При расчетах использовать граничные условия первого рода $y'(0.7854) = -2$ и $y'(2.3562) = -2$.

Первый теоретические вопросы

1. Дайте определения разностной схемы, разностного метода.
2. Дайте определение шаблона. Пояснить, какие узлы являются регулярными и нерегулярными.
3. Дайте определение разностной схемы, невязки. Явные и неявные схемы.
4. Дайте определение разностной составляющей разностных схем.
5. Ввести понятие устойчивости разностной схемы. Дать определение безусловной устойчивости, устойчивости по правой части, по граничным условиям, по начальным данным.
6. Сформулировать признак равномерной устойчивости.
7. Сформулировать признак устойчивости по правой части.
8. Способы исследования на устойчивость разностных схем. Сформулировать принцип максимума.
9. Дать определение сходимости разностного решения и корректности разностной схемы.

Второй теоретические вопросы

1. Дать определение сплайна степени n дефекта ν .
2. Дайте определение В-сплайна (базисного сплайна с конечным носителем).
3. Запишите основное тождество для В-сплайнов.
4. Сформулируйте основные свойства В-сплайнов.
5. Дать определение нормализованного В-сплайна.
6. Дать определение интерполяционного кубического сплайна.
7. Выпишите типы недостающих условий, которые задаются в виде ограничений на значения сплайна на концах промежутка.

Литература

1. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980, -352с.
2. Шикин Е. В., Плис Л. И. Кривые и поверхности на экране компьютера. Руководство по

сплайнам для пользователя. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1996. -240с.

3. **Калиткин Н.Н.** Численные методы. М.: Наука, 1978. - 512 с.