Занятие 18.
ЛНОДУ с постоянными коэффициентами и специальной правой частью

Теоретическое введение

1°. Однородное уравнение. Линейное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами p и q без правой части имеет вид

$$y'' + py' + qy = 0. \qquad (1)$$

Если k_1 и k_2 — корни характеристического уравнения

$$\varphi(k) \equiv k^2 + pk + q = 0, \qquad (2)$$

то общее решение уравнения (1) записывается в одном из следующих трех видов:

1) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$, если k_1 и k_2 вещественны и $k_1 \neq k_2$;
2) $y = e^{k_1 x}(C_1 + C_2 x)$, если $k_1 = k_2$;
3) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$, если $k_1 = \alpha + \beta i$ и $k_2 = \alpha - \beta i$ $(\beta \neq 0)$.

2°. Неоднородное уравнение. Общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$y'' + py' + qy = f(x) \qquad (3)$$

можно записать в виде суммы

$$y = y_0 + Y,$$

где y_0 — общее решение соответствующего уравнения (1) без правой части, определяемое по формулам 1) — 3), и Y — частное решение данного уравнения (3).

Теоретическое введение

Функция Y может быть найдена *методом неопределенных коэффициентов* в следующих простейших случаях:

1. $f(x) = e^{ax} P_n(x)$, где $P_n(x)$ — многочлен степени n.

Если a не является корнем характеристического уравнения (2), т. е. $\varphi(a) \neq 0$, то полагают $Y = e^{ax} Q_n(x)$, где $Q_n(x)$ — многочлен степени n с неопределенными коэффициентами.

Если a есть корень характеристического уравнения (2), т. е. $\varphi(a) = 0$, то $Y = x^r e^{ax} Q_n(x)$, где r — кратность корня a ($r = 1$ или $r = 2$).

2. $f(x) = e^{ax} [P_n(x) \cos bx + Q_m(x) \sin bx]$.

Если $\varphi(a \pm bi) \neq 0$, то полагают

$$Y = e^{ax} [S_N(x) \cos bx + T_N(x) \sin bx],$$

где $S_N(x)$ и $T_N(x)$ — многочлены степени $N = \max\{n, m\}$.

Если же $\varphi(a \pm bi) = 0$, то

$$Y = x^r e^{ax} [S_N(x) \cos bx + T_N(x) \sin bx],$$

где r — кратность корней $a \pm bi$ (для уравнений 2-го порядка $r = 1$).

В общем случае для решения уравнения (3) применяется *метод вариации произвольных постоянных*

Теоретическое введение

Пример 2. Найти общее решение уравнения $y''-2y'+y=xe^x$.

Решение. Характеристическое уравнение $k^2-2k+1=0$ имеет двукратный корень $k=1$. Правая часть уравнения имеет вид $f(x)=xe^x$; здесь $a=1$ и $n=1$. Частное решение $Y=x^2e^x(Ax+B)$, так как a совпадает с двукратным корнем $k=1$ и, следовательно, $r=2$.

Дифференцируя Y два раза, подставляя в уравнение и приравнивая коэффициенты, получим $A=\frac{1}{6}$, $B=0$. Следовательно, общее решение данного уравнения запишется в виде

$$y=(C_1+C_2x)e^x+\frac{1}{6}x^3e^x.$$

Теоретическое введение

Пример 3. Найти общее решение уравнения $y'' + y = x \sin x$.

Решение. Характеристическое уравнение $k^2 + 1 = 0$ имеет корни $k_1 = i$ и $k_2 = -i$. Общее решение соответствующего однородного уравнения будет [см. 3), где $\alpha = 0$ и $\beta = 1$]:

$$y_0 = C_1 \cos x + C_2 \sin x.$$

Правая часть вида

$$f(x) = e^{ax} [P_n(x) \cos bx + Q_m(x) \sin bx],$$

где $a = 0$, $b = 1$, $P_n(x) = 0$, $Q_m(x) = x$. Ей соответствует частное решение

$$Y = x [(Ax + B) \cos x + (Cx + D) \sin x]$$

(здесь $N = 1$, $a = 0$, $b = 1$, $r = 1$).

Дифференцируя два раза и подставляя в уравнение, приравниваем коэффициенты в обеих частях равенства при $\cos x$, $x \cos x$, $\sin x$ и $x \sin x$. В результате получается четыре уравнения $2A + 2D = 0$, $4C = 0$, $-2B + 2C = 0$, $-4A = 1$, из которых и определяются $A = -{}^1/_4$, $B = 0$, $C = 0$, $D = {}^1/_4$. Поэтому $Y = -\dfrac{x^2}{4} \cos x + \dfrac{x}{4} \sin x$.

Общее решение

$$y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{x^2}{4} \cos x + \frac{x}{4} \sin x.$$

Теоретическое введение

3°. **Принцип наложения решений.** Если правая часть уравнения (3) есть сумма нескольких функций

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x) + \ldots + f_n(x)$$

и Y_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$ — соответствующие решения уравнений

$$y'' + py' + qy = f_i(x) \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

то сумма

$$y = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n$$

является решением уравнения (3).

Теоретическое введение

1°. Однородное уравнение. Фундаментальная система решений $y_1, y_2, \ldots, y_n$ однородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1} y' + a_n y = 0 \qquad (1)$$

строится на основе характера корней *характеристического уравнения*

$$k^n + a_1 k^{n-1} + \ldots + a_{n-1} k + a_n = 0. \qquad (2)$$

А именно: 1) если k есть вещественный корень уравнения (2) кратности m, то ему соответствует m линейно независимых решений уравнения (1):

$$y_1 = e^{kx},\ y_2 = xe^{kx},\ \ldots,\ y_m = x^{m-1} e^{kx};$$

2) если $\alpha \pm \beta i$ — пара комплексных корней уравнения (2) кратности m, то ей соответствует $2m$ линейно независимых решений уравнения (1):

$$y_1 = e^{\alpha x} \cos \beta x,\ y_2 = e^{\alpha x} \sin \beta x,\ y_3 = xe^{\alpha x} \cos \beta x,\ y_4 = xe^{\alpha x} \sin \beta x,\ \ldots$$
$$\ldots,\ y_{2m-1} = x^{m-1} e^{\alpha x} \cos \beta x,\ y_{2m} = x^{m-1} e^{\alpha x} \sin \beta x.$$

2°. Неоднородное уравнение. Частное решение неоднородного уравнения

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1} y' + a_n y = f(x) \qquad (3)$$

отыскивается на основе правил § 12, 2° и 3°.

Решение задач

Найти общие решения уравнений:

3045. $y''' - 13y'' + 12y' = 0.$

3051. $y^{\mathrm{IV}} + 8y'' + 16y = 0.$

Решение задач

3045 $y''' - 13y'' + 12y' = 0$

$$k^3 - 13k^2 + 12k = 0$$

$$k(k^2 - 13k + 12) = 0$$

$$k_1 = 0;\ k_2 = 1;\ k_3 = 12.$$

$$y = C_1 + C_2 e^{x} + C_3 e^{12x}$$

Решение задач

3051 $y^{IV}+8y''+16y=0$

$k^4+8k^2+16=0$

$k^2=t$

$t^2+8t+16=0$

$(t+4)^2=0$

$t_{1,2}=-4$

$k_{1,2}=\pm 2i \qquad \alpha=0$

$k_{3,4}=\pm 2i$

ФСР

$$\left|\begin{array}{l} y_1=e^{0\cdot x}\cdot\cos 2x=\cos 2x \\ y_2=e^{0\cdot x}\cdot\sin 2x=\sin 2x \\ y_3=e^{0\cdot x}\cdot x\cos 2x=x\cdot\cos 2x \\ y_4=e^{0\cdot x}\cdot x\sin 2x=x\cdot\sin 2x \end{array}\right.$$

$y_{oo}=(C_1+C_2x)\cos 2x+(C_3+C_4x)\sin 2x$

Решение задач

Найти общие решения уравнений:

3052. $y^{IV} + y' = 0.$

3057. $y^{IV} + 2y''' + y'' = 0.$

Решение задач

3052 $\quad y^{IV} + y' = 0$

$$k^4 + k = 0$$

$$k(k^3+1) = 0$$

$$k\cdot(k+1)(k^2-k+1) = 0$$

$$k_1 = 0; \quad k_2 = -1, \quad k_{3;4} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} i$$

ФСР $\quad k_1 = 0 \Rightarrow y_1 = e^{0x} = 1$

$$k_2 = -1 \Rightarrow y_2 = e^{-x}$$

$$k_{3;4} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} i \Rightarrow \begin{cases} y_3 = e^{\frac{x}{2}} \cos\frac{\sqrt{3}}{2}x \\ y_4 = e^{\frac{x}{2}} \cdot \sin\frac{\sqrt{3}}{2}x \end{cases}$$

$$y_{оо} = C_1 + C_2 e^{-x} + e^{\frac{x}{2}}\left(C_3 \cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + C_4 \sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$$

Решение задач

3057 $\quad y^{IV}+2y'''+y''=0$

$$k^4+2k^3+k^2=0$$

$$k^2(k^2+2k+1)=0$$

$$k_1=k_2=0, \quad k_3=k_4=-1$$

ФСР: $k_1=k_2=0 \Rightarrow \begin{cases} y_1=e^{0x}=1 \\ y_2=x\cdot e^{0x}=x \end{cases}$

$$k_3=k_4=-1 \Rightarrow \begin{cases} y_1=e^{-x} \\ y_2=x\cdot e^{-x} \end{cases}$$

$$y_{oo}=C_1+C_2x+C_3\cdot e^{-x}+C_4xe^{-x}=$$

$$=C_1+C_2x+e^{-x}(C_3+C_4x).$$

Решение задач

2994. Указать вид частных решений для данных неоднородных уравнений

а) $y'' - 4y = x^2 e^{2x}$;

в) $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x + e^{2x}$;

д) $y'' - 5y' + 6y = (x^2 + 1)\, e^x + x\, e^{2x}$;

Решение задач

а). $y'' - 4y = x^2 \cdot e^{2x}$

1) Решаем ЛОДУ

$$y'' - 4y = 0$$

характ-е ур-е

$$k^2 - 4 = 0$$

$$k^2 = 4$$

$$k_{1,2} = \pm 2$$

$$y_{oo} = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}$$

2) $f(x) = x^2 e^{2x}$ - правая часть;

$$f(x) = P_n(x) \cdot e^{ax}$$

$P_n(x) = x^2$; $n = 2 \Rightarrow Q_n(x) = Ax^2 + Bx + C$

$e^{ax} = e^{2x} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow k = 1$ - кратность числа 2 как корня харак-го ур-я.

$$Y = x(Ax^2 + Bx + C)e^{2x}$$

Решение задач

в). $y'' - 4y' + 4y = \sin 2x + e^{2x}$

1). $y'' - 4y' + 4y = 0$

$k^2 - 4k + 4 = 0$

$(k-2)^2 = 0$

$k_{1,2} = 2$

$y_{oo} = C_1 e^{2x} + C_2 x \cdot e^{2x}$

2). $f(x) = \sin 2x + e^{2x} = f_1(x) + f_2(x)$

$f_1(x) = \sin 2x = e^{0 \cdot x}(0 \cdot \cos 2x + 1 \cdot \sin 2x)$

$f_1(x) = e^{ax}[P_n(x)\cos bx + Q_m(x)\sin bx]$

$a = 0$; $b = 2$; $P_n(x) = 0$; $Q_m(x) = 1$

$n = 0$ $\quad m = 0$

Решение задач

$a \pm bi = 0 \pm 2i \Rightarrow r = 0$ (2i не явл-ся корнем хар-го ур-я).

$N = \max\{n, m\} = 0.$

$Y_1 = x^0 e^{0x}(A\cos 2x + B\sin 2x)$

$Y_1 = A\cdot\cos 2x + B\sin 2x$

$f_2(x) = e^{2x}$; $f_2(x) = e^{ax}\cdot P_n(x)$

$P_n(x) = 1, \Rightarrow n = 0 \Rightarrow Q_n(x) = C$

$e^{ax} = e^{2x} \Rightarrow a = 2$ (r - кратность, $r = 2$)

$Y_2 = x^2 C\cdot e^{2x} = Cx^2 e^{2x}$

3) $Y = Y_1 + Y_2$

$Y = A\cos 2x + B\sin 2x + Cx^2 e^{2x}$

Решение задач

9). $y'' - 5y' + 6y = (x^2+1)e^x + xe^{2x}$

1) $y'' - 5y' + 6y = 0$

$k^2 - 5k + 6 = 0$

$k_1 = 2; \quad k_2 = 3$

$y_{oo} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$

2). $f(x) = (x^2+1)e^x + x \cdot e^{2x} = f_1(x) + f_2(x)$

$f_1(x) = (x^2+1)e^x$

$f(x) = e^{ax} \cdot P_n(x)$

$a = 1, \; n = 2$

не корень

$Y_1 = e^{ax} Q_n(x)$

$Y_1 = e^x (Ax^2 + Bx + C)$

$f_2(x) = x \cdot e^{2x}$

$a = 2$ -; $n = 1$

корень

$(r = 1)$

кр-ть

$Y_2 = x \cdot e^{2x} \cdot (Dx + E)$

$Y = Y_1 + Y_2$

$Y = e^x (Ax^2 + Bx + C) + x \cdot e^{2x} (Dx + E)$

Решение задач

2999 Найти общее решение Д;

$y'' - y = e^x$

1). $y'' - y = 0$

$k^2 - 1 = 0$

$k_{1,2} = \pm 1$

$y_{oo} = C_1 e^{-x} + C_2 e^x$

2). $f(x) = e^x$

$P_n(x) = 1,\ n = 0;$

$a = 1 \Rightarrow r = 1$

$Y = C_3 x e^x$

$(Y)' = C_3(e^x + x \cdot e^x) = C_3(1+x) \cdot e^x$

$(Y)'' = C_3(e^x + (1+x)e^x) = C_3(2+x)e^x$

Решение задач

Подставляем выр-я для Y, Y', Y'' в исходное уравнение:

$C_3(2+x)e^x - C_3 x e^x = e^x$

$2C_3 e^x + \cancel{C_3 x \cdot e^x} - \cancel{C_3 x e^x} = e^x \; \Big| : e^x \neq 0$

$2C_3 = 1$

$C_3 = \frac{1}{2}$

$Y = \frac{1}{2} x e^x$

3) $y_{он} = y_{оо} + Y$

$y_{он} = C_1 e^{-x} + C_2 e^x + \frac{1}{2} x e^x$

Решение задач

Найти общие решения уравнений:

3004. $y'' + y' = \sin^2 x$.

3000. $y'' + y = \cos x$.

Решение задач

3004 $y'' + y' = \sin^2 x$

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x$$

$$y'' + y' = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x$$

1) $y'' + y' = 0$

$k^2 + k = 0$

$k(k+1) = 0$

$k_1 = 0;\ k_2 = -1$

$y_{oo} = C_1 + C_2 \cdot e^{-x}$

2) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x$

$f_1(x) = \frac{1}{2} \quad (n = 0)$

$f_1(x) = e^{ax} P_n(x)$

$a = 0 \quad (r = 1)$

$Y_1 = Ax$

$Y_1' = A$

$Y_1'' = 0$

Решение задач

Подст-м в ур-е

$$0 + A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

$$Y_1 = \frac{1}{2}x$$

$$f_2(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$$

$$f_2(x) = e^{ax}[P_n(x)\cos bx + Q_m(x)\sin bx]$$

$a = 0$; $b = 2$; $\Rightarrow a \pm bi = \pm 2i$

($r = 0$, т.к. не корень)

$$N = \max\{n, m\} = 0$$

$$Y_2 = B\cos 2x + C\sin 2x$$

$$Y_2' = -2B\sin 2x + 2C\cos 2x$$

$$Y_2'' = -4B\cos 2x - 4C\sin 2x$$

$$Y_2'' + Y_2' = -\frac{1}{2}\cos 2x$$

Решение задач

$$-4B\cos 2x - 4C\sin 2x - 2B\sin 2x + 2C\cos 2x = -\frac{1}{2}\cos 2x$$

$$(-4B + 2C)\cos 2x + (-2B - 4C)\sin 2x = -\frac{1}{2}\cos 2x$$

$$\begin{cases} -4B + 2C = -\dfrac{1}{2} \quad \Big| \cdot 2 \\ -2B - 4C = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8B + 4C = -1 \\ -2B - 4C = 0 \end{cases}$$

$$-10B = -1$$

$$B = \frac{1}{10}$$

$$4C = -2B$$

$$C = -\frac{B}{2}$$

$$C = -\frac{1}{20}$$

$$Y_2 = \frac{1}{10}\cos 2x - \frac{1}{20}\sin 2x$$

$$Y_{он} = y_{оо} + Y_1 + Y_2$$

$$Y_{он} = C_1 + C_2 \cdot e^{-x} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{10}\cos 2x - \frac{1}{20}\sin 2x$$

Решение задач

3000 $\quad y'' + y = \cos x$

1) $y'' + y = 0$

$k^2 + 1 = 0$

$k^2 = -1$

$k_{1,2} = \pm i$

$\alpha = 0; \ \beta = 1$

$y_{oo} = e^{0\cdot x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

$y_{oo} = C_1 \cos x + C_2 \sin x$

2). $f(x) = \cos x = e^{0\cdot x}(1\cdot \cos x + 0 \cdot \sin x)$

$a = 0; \quad b = 1; \quad \underset{n=0}{P_n(x)} = 1; \quad \underset{m=0}{Q_m(x)} = 0$

$a \pm bi = 0 \pm i = \pm i$

$(r = 1)$

$Y = x\,(A\cos x + B \sin x)$

Решение задач

$$Y' = A\cos x + B\sin x + x(-A\sin x + B\cos x)$$

$$Y'' = -A\sin x + B\cos x - A\sin x + B\cos x +$$

$$+ x(-A\cos x - B\sin x) =$$

$$= -2A\sin x + 2B\cos x + x(-A\cos x - B\sin x)$$

Подставим в исх-е ур-е:

$$-2A\sin x + 2B\cos x - \cancel{Ax\cos x} - \cancel{Bx\sin x} +$$

$$+ \cancel{Ax\cos x} + \cancel{Bx\sin x} = \cos x$$

$$-2A\sin x + 2B\cos x = \cos x$$

$$\begin{cases} -2A = 0 \\ 2B = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$Y = x \cdot \frac{1}{2}\sin x = \frac{1}{2}x\sin x$$

3). $Y_{он} = y_{оо} + Y$

$$Y_{он} = C_1\cos x + C_2\sin x + \frac{1}{2}\sin x$$

Решение задач

Решить уравнения:

3016. $y'' - 2y' + 10y = \sin 3x + e^x$.

Решение задач

<u>3016</u> $y'' - 2y' + 10y = \sin 3x + e^x$

1) $y'' - 2y' + 10y = 0$

$k^2 - 2k + 10 = 0$

$D = 4 - 40 - 36$

$k_{1,2} = \frac{2 \pm 6i}{2} = 1 \pm 3i \quad \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 3 \end{cases}$

$y_{oo} = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

2) $f(x) = e^x + \sin 3x$

Решение задач

$f_1(x) = e^x$

$f_1(x) = e^{ax} P_n(x),$

$n = 1, \quad a = 1$ (не корень хар-го ур-я). $r = 0$

$Y_1 = Ae^x$

$Y_1' = A \cdot e^x$

$Y_1'' = Ae^x$

$Ae^x - 2Ae^x + 10Ae^x = e^x$

$9Ae^x = e^x \Rightarrow A = \frac{1}{9}$

$Y_1 = \frac{1}{9} e^x$

Решение задач

$f_2(x) = \sin 3x$

$f_2(x) = e^{ax}\left[P_n(x)\cos bx + Q_m(x)\sin bx\right]$

$a = 0;\ b = 3 \qquad P_n(x) = 0;\ Q_m(x) = 1 \Rightarrow N = 0$

$a \pm bi = \pm 3i$

не корни хар-го ур-я

$Y_2 = B\cdot\cos 3x + C\sin 3x$

$Y_2' = -3B\sin 3x + 3C\cos 3x$

$Y_2'' = -9B\cos 3x - 9C\sin 3x$

$-9B\cos 3x - 9C\sin 3x + 6B\sin 3x - 6C\cos 3x +$

$+ 10B\cdot\cos 3x + 10C\sin 3x = \sin 3x$

Решение задач

$$\cos 3x[-9B-6C+10B]+\sin 3x[-9C+6B+$$
$$+10C]=\sin 3x$$

$$\cos 3x[B-6C]+\sin 3x\cdot[6B+C]=\sin 3x$$

$$\begin{cases} B-6C=0 \\ 6B+C=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} B=6C \\ 37C=1 \end{array}$$

$$C=\frac{1}{37};\ B=\frac{6}{37}$$

$$Y_2=\frac{6}{37}\cos 3x+\frac{1}{37}\sin 3x$$

$$Y=Y_1+Y_2=\frac{1}{9}e^{x}+\frac{6}{37}\cos 3x+\frac{1}{37}\sin 3x$$

3) $Y_{он}=y_{оо}+Y$

$$Y_{он}=e^{x}(c_1\cos 3x+c_2\sin 3x)+\frac{1}{9}\cdot e^{x}+$$
$$+\frac{6}{37}\cos 3x+\frac{1}{37}\sin 3x$$

Решение задач

Найти общие решения уравнений:

3063. $y^{\mathrm{IV}} + y''' = \cos 4x.$

Решение задач

$3063 \quad y^{IV} + y''' = \cos 4x$

1) $y^{IV} + y''' = 0$

$k^4 + k^3 = 0$

$k^3(k+1) = 0$

$k_1 = k_2 = k_3 = 0; \quad k_4 + 1 = 0$

кратность $\quad k_4 = -1$

$m = 3$

$y_1 = C_1 e^{k_1 x} = C_1 \qquad y_4 = C_4 e^{k_4 x}$

$y_2 = C_2 x e^{k_1 x} = C_2 x \qquad y_4 = C_4 e^{-x}$

$y_3 = C_3 x^2 e^{k_1 x} = C_3 x^2$

$y_{oo} = y_1 + y_2 + y_3 + y_4$

$y_{oo} = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 e^{-x}$

Решение задач

2) $f(x) = \cos 4x$

$f(x) = e^{ax}[P_n(x)\cos bx + Q_m(x)\sin bx]$

$a = 0$; $b = 4$; $P_n(x) = 1$, $Q_m(x) = 0$, $n = m = 0$

$a \pm bi = \pm 4i$

не явл-ся решением

$\Rightarrow Y = e^{ax}[S_N(x)\cos bx + T_N(x)\sin bx]$

$Y = A\cos 4x + B\sin 4x$

$Y' = -4A\sin 4x + 4B\cos 4x$

$Y'' = -16A\cos 4x - 16B\sin 4x$

$Y''' = 64A\sin 4x - 64B\cos 4x$

$Y^{IV} = 64 \cdot 4A\sin 4x + 64 \cdot 4B \cdot \sin 4x$

$64 \cdot 4A\sin 4x + 64 \cdot 4B\sin 4x + 64A\sin 4x - 64B\cos 4x = \cos 4x$

Решение задач

$$\cos 4x\left[64\cdot 4A-64B\right]+\sin 4x\left[64\cdot 4B+64A\right]=\cos 4x$$

$$\begin{cases} 64\cdot 4A-64B=1 \\ 64\cdot 4B+64A=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4A-B=\frac{1}{64} \\ 4B+A=0 \end{cases}$$

$$A=-4B$$

$$-16B-B=\frac{1}{64}$$

$$B=-\frac{1}{64\cdot 17}=-\frac{1}{1088}$$

$$A=\frac{1}{272}$$

$$Y=\frac{1}{272}\cdot\cos 4x-\frac{1}{1088}\cdot\sin 4x$$

3) $Y_{он}=y_{oo}+Y$

$$Y_{он}=C_1+C_2x+C_3x^2+C_4e^{-x}+\frac{1}{272}\cdot\cos 4x-$$

$$-\frac{1}{1088}\sin 4x$$

Домашнее задание

- 3048, 3049, 3055,
- 2994(б,г,е), 2995, 3003, 3002, 3018, 3060, 3061
- Начать делать Д32