Модуль 2.

Семинар №9

Область определения функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Предел функции. Непрерывность и точки разрыва

(1)

Ф.м.п. – $\boxed{\text{правило}}$, сопоставляющее каждому элементу пр-ва V некоторое число.
[Если правило обозначено f, то это число, которое по этому правилу сопоставляется элементу $\vartheta \in V$, обозначается $f(\vartheta)$]

Пример: V – плоскость, P – точка на V.
α – правило, которое каждой т. $Q \in V$ сопоставляет число, равное расстоянию от Q до P.

Пусть f определена на пространстве V и в этом пр-ве введены координаты (есть декартова координация). Тогда каждая точка однозначно определяется своими координатами $(x_1\ x_2\ x_3 \dots x_n)$

$\boxed{f(x_1 \dots x_n) \text{ – число, которое правилом } f \text{ сопоставляется т. } \vartheta \text{ с координатами } x_1 \dots x_n}$

В анализе координаты точки наз. переменными, т.к. участвует n координат, то говорят, что это функция n-переменных.

Все мн-во X, которому принадлежат $x_1 \dots x_n$, наз. областью определения ф-ции.

Наглядное представление о поведении ф.м.п. можно получить на основании ее графика. График ф-ции 2-х переменных – поверхность.
Аналогично: график функции n-переменных – гиперповерхность в $(n+1)$-мерном пр-ве, которая задается ур-нием $x_{n+1} = f(x_1 \dots x_n)$. Если $n > 2$, то „увидеть" гиперповерхность обычным образом невозможно.
Другой способ наглядного представления ф.м.п. – это рассмотрение поверхности уровня – т.е. совокупность точек, в которых f принимает одно и то же значение (const)

$$f(x_1 \dots x_n) = C \quad \text{(для 3-х переменных)}$$

В случае f 2-х переменных – $z = f(x, y)$ – поверхности уровня наз. линиями уровня. Геометрически она представляет собой проекцию линии пересечения графика ф-ции плоскостью $z = \text{const}$. $\boxed{f(x\ y) = \text{const}}$

Канатников А.Н. Крищенко А.П.
Четвериков В.Н.
„Дифференциальное исчисление функций многих переменных"
V выпуск 2000 г. МГТУ им Н.Э. Баумана

Опр. Число C наз. пределом ф. м. п. в $(\cdot)\ P \in R^n$, если $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta = \delta(\varepsilon, P) > 0 : \forall (\cdot)\ M \in O_\delta(P)$
$|f(M) - C| < \varepsilon$ как только $\rho = MP_0 < \delta$ $\boxed{\lim\limits_{M \to A} f(M) = C}$

Ф.м.п. определена в окрестности $(\cdot)\ A \in R^n$, за исключением, быть может, самой $(\cdot)\ P$

! В определении используется только понятие расстояния между точками, траектория приближения $M \to A$ не имеет никакого значения (предел не зависит от направления движения). Для вычисления пределов $y = f(x_1 \dots x_n)$ используют те же теоремы, что и в случае ф-ции одной переменной.

Непрерывность

Опр. Ф-ция м. п. $f(x_1 \dots x_n)$ наз. непрерывной в $(\cdot)\ P_0$ если выполнены условия:

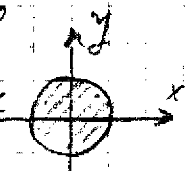
1) ф-ция $f(P)$ определена в $(\cdot)\ P_0$
2) сущ-ет $\lim\limits_{P \to P_0} f(P)$
3) $\lim\limits_{P \to P_0} f(P) = f(P_0)$

Ф.м.п. наз. непрерывной в области, если она непрерывна в каждой $(\cdot)$ этой области.
Если одно из условий нарушено, то P_0 наз. точкой разрыва $f(P)$. Точки разрыва могут быть изолированными, образовывать линии разрыва, поверхности разрыва.

Опр. Число $\bar{y}_0 \in R^m$ наз. пределом для $f: R^n \to R^m$ в $(\cdot)\ x_0 \in R^n$ если $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0 : \forall \bar{x} \in O^\circ(x_0)$ при условии $|\bar{x} - \bar{x}_0| < \delta$ вытекает $|f(\bar{x}) - \bar{y}_0| < \varepsilon$

№ 7.4 Найти область определения

$z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$

z принимает действит. значения при 

$R^2-x^2-y^2 \geq 0$, т. е. $x^2+y^2 \leq R^2$

Это круг с радиусом $= R$ с центром в начале координат. Граница окружности включается

(3)

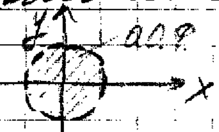
№ 7.6 Найти О.О.Ф. Построить линии или поверх. уровня

$z=\dfrac{1}{\sqrt{R^2-x^2-y^2}}$

Знаменатель не должен $=0$

$R^2-x^2-y^2>0$ т.е. $x^2+y^2<R^2$

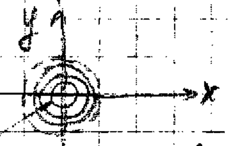
О.О.Ф. – круг с радиусом R с центром в начале координат граница не включается



Линии уровня

Ур-ие семейства линий уровня имеет вид $x^2+y^2=C$, $C>0$

Придавая C разные значения получаем концентрические окружности с центром в начале координат.



линии уровня

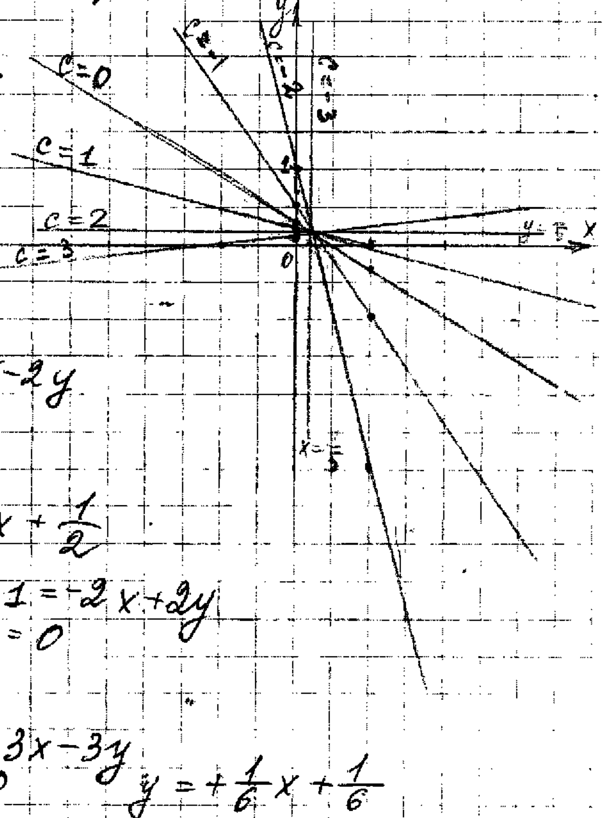
№ 7.8 Найти О.О.Ф

$z=(2x+3y-1)/(x-y)$

Все значения, кроме случая $x=y$

т. е. $x \neq y$

Линии уровня $\dfrac{2x+3y-1}{x-y}=C$



$C=0$ $2x+3y-1=0$ $y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$

$C=1$ $\dfrac{2x+3y-1}{x-y}=1$; $2x+3y-1=x-y$

$x+4y-1=0$ $y=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$

$C=2$ $\dfrac{2x+3y-1}{x-y}=2$ $\cancel{2x}+3y-1=\cancel{2x}-2y$

$5y=1$

$C=-1$ $2x+3y-1=-x+y$

$3x+2y-1=0$ $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

$C=-2$ $\dfrac{2x+3y-1}{x-y}=-2$ $2x+3y-1=-2x+2y$

$4x+y-1=0$

$y=-4x+1$

$C=3$ $\dfrac{2x+3y-1}{x-y}=3$ $2x+3y-1=3x-3y$

$6y-x-1=0$ $y=+\frac{1}{6}x+\frac{1}{6}$

$C=-3$ $2x+3y-1=-3x+3y$ $5x=1$ $x=\frac{1}{5}$

N 7.10 линии уровня построить

$z=\ln(-x-y)$

Ф-ция определена при $(-x-y)>0$

$x+y<0$

Линии уровня $\ln(-x-y)=C$

$-x-y=e^C$

$C=0$ $\ln(-x-y)=0$ $e^0=1=-x-y$

$y=-x-1$

$C=1$ $\ln(-x-y)=1$ $e=-x-y$

$y=-x-e$

$C=2$ $\ln(-x-y)=2$ $e^2=-x-y$

$y=-x-e^2=-x-7.4529$

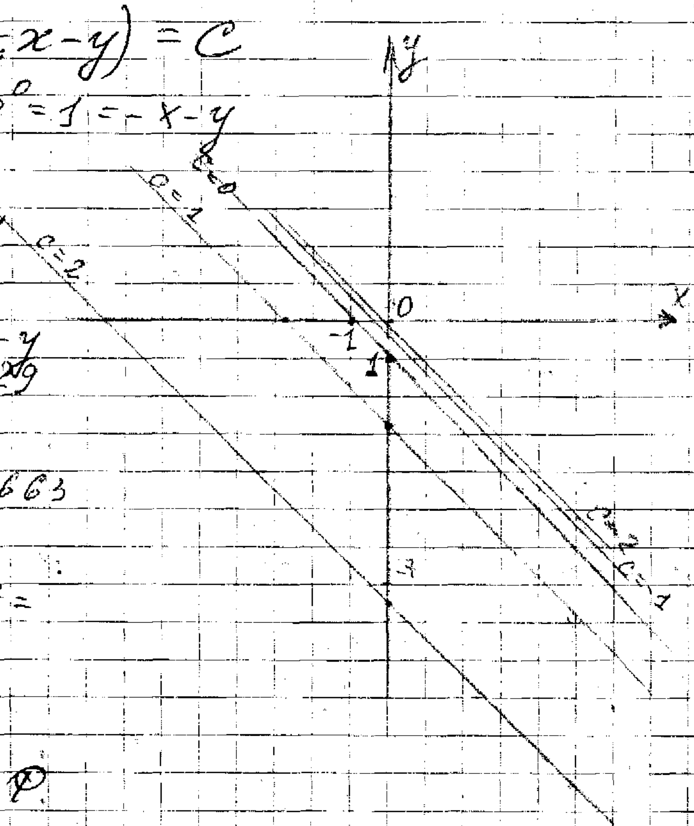
$C=-1$ $\ln(-x-y)=-1$

$y=-x-\frac{1}{e}=-x-0.3663$

$C=-2$ $\ln(-x-y)=-2$

$-x-y=e^{-2}$ $y=-x-e^{-2}=$

$=-x-0.1342$



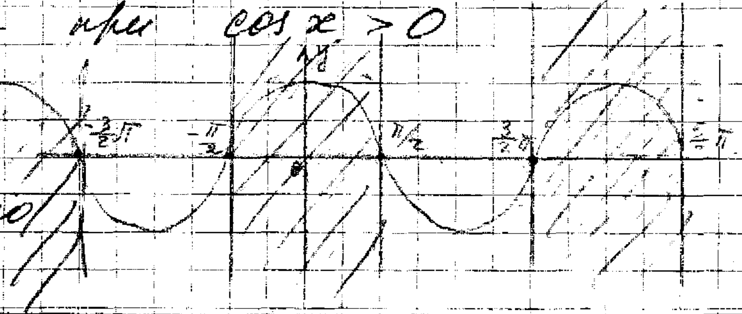
N 7.12 Найти О.О.Ф.

$z=y\sqrt{\cos x}$

Ф-ция определена при $\cos x>0$

$2\pi k-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}+2\pi k$

k-целое число



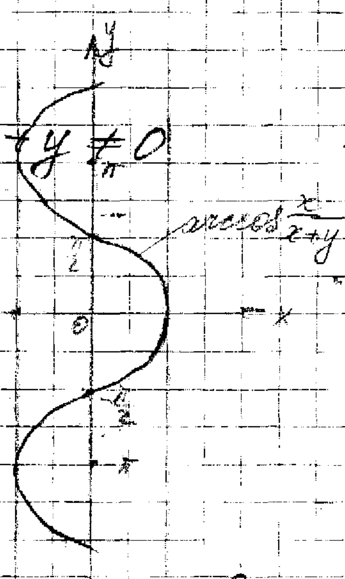
N 7.14

$z=\arccos\frac{x}{x+y}$

Ф-ция определена, если $x+y\neq 0$

$-1\le\frac{x}{x+y}\le 1$

(это угол z, cos которого равен $\cos z=\frac{x}{x+y}$)



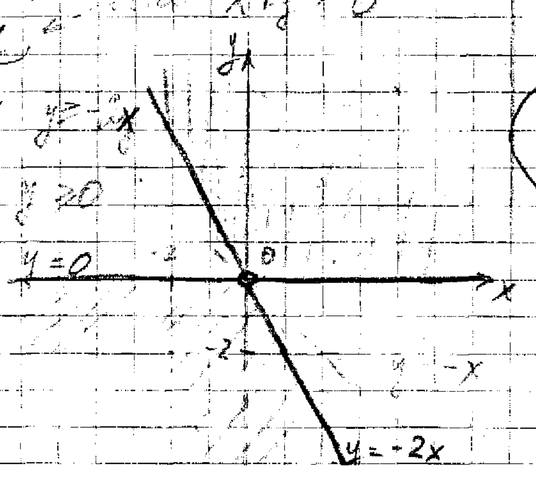
$x+y>0$

$\underbrace{-x-y\le x}_{а)}\underbrace{\le x+y}_{б)}$

а) $-x-y=x$ $y=-2x$

б) $x=x+y$ $y=0$

$x\neq 0$ $y\neq 0$



$y>0$

$y>-2x$

$x+y<0$

$-x-y\ge x\ge x+y$

$y\le-2x$

N 7.15 Найти О.О.Ф построить линии уровня

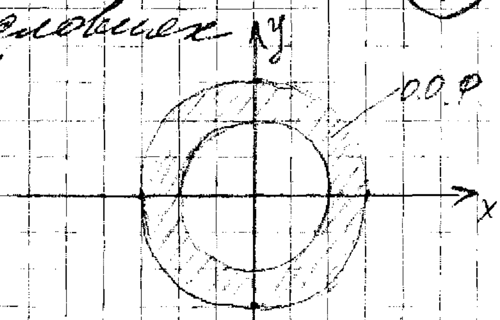
(5)

$z=\sqrt{9-x^2-y^2}+\sqrt{x^2+y^2-4}$

Ф-ция z определена при условиях

$\begin{cases} 9-x^2-y^2\ge 0 \\ x^2+y^2-4\ge 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2+y^2\le 9 \\ x^2+y^2\ge 4 \end{cases}$

$4\le x^2+y^2\le 9$



Линии уровня:

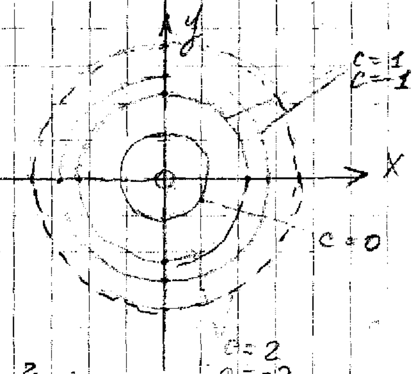
$\sqrt{9-x^2-y^2}+\sqrt{x^2+y^2-4}=C$ $\quad C\ge 0$

$C=0$ $\quad \sqrt{9-x^2-y^2}=-\sqrt{x^2+y^2-4}$

$9-x^2-y^2=x^2+y^2-4$

$2x^2+2y^2=5 \quad x^2+y^2=\frac{5}{2}$

$R=1.118$



$C=1$ $\quad \sqrt{9-x^2-y^2}+\sqrt{x^2+y^2-4}=1$

$9-x^2-y^2+x^2+y^2-4+2\sqrt{(9-x^2-y^2)(x^2+y^2-4)}=1$

$4(9-x^2-y^2)(x^2+y^2-4)=16$

$9x^2-x^4-y^2x^2+9y^2-x^2y^2-y^4-36+4x^2+4y^2=4$

$-x^4-y^4+13(x^2+y^2)-2x^2y^2-40=0$

$-(x^2+y^2)^2+13(x^2+y^2)-40=0 \qquad x^2+y^2=u$

$u^2-13u+40=0$

$u_{1,2}=\frac{13}{2}\pm\sqrt{\frac{169}{4}-40}=\frac{13}{2}\pm\frac{3}{2} \qquad u_1=8 \quad u_2=5$

$x^2+y^2=8 \qquad x^2+y^2=5$

$R=2.828 \qquad R=2.236$

$C=2$ $\quad \sqrt{9-x^2-y^2}+\sqrt{x^2+y^2-4}=2$

$9-x^2-y^2+x^2+y^2-4+2\sqrt{(9-x^2-y^2)(x^2+y^2-4)}=4$

$4(9x^2-x^4-x^2y^2+9y^2-x^2y^2-y^4-36+4x^2+4y^2)=1$

$-x^4-y^4-2x^2y^2+13(x^2+y^2)=\frac{1}{4}$

$-(x^2+y^2)^2+13(x^2+y^2)=\frac{1}{4} \qquad (x^2+y^2)^2-13(x^2+y^2)+\frac{1}{4}=0$

$4(x^2+y^2)^2-52(x^2+y^2)+1=0$

$x^2+y^2=u \qquad 4u^2-52u+1=0 \qquad u_{1,2}=\frac{52\pm\sqrt{2704-16}}{8}=\frac{52\pm 51.8}{8}$

$u_1=12.98 \qquad u_2=0.019$

$x^2+y^2=12.98 \qquad x^2+y^2=0.019$

$R=3.6 \qquad R=0.138$

N 7.18 Найти О.О.Ф

$f(r,\varphi)=r\sqrt{\cos 2\varphi}$

Ф-ция $f(r,\varphi)$ определена при

$\cos 2\varphi\ge 0$

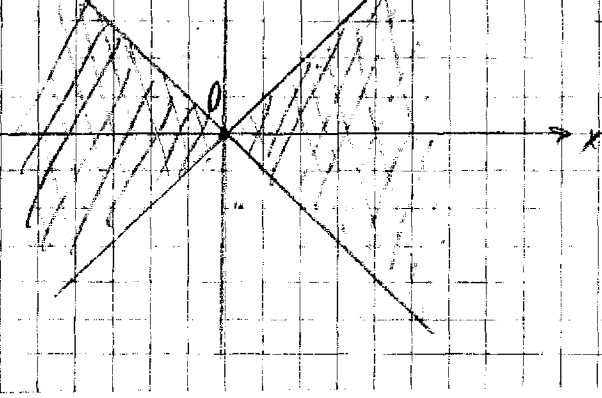
$-\frac{\pi}{2}+2\pi k\le 2\varphi\le\frac{\pi}{2}+2\pi k$

$-\frac{\pi}{4}+\pi k\le\varphi\le\frac{\pi}{4}+\pi k$

ООФ находится

а) между лучами $\varphi=-\frac{\pi}{4}$ и $\varphi=\frac{\pi}{4}$

б) между лучами $\varphi=\frac{3}{4}\pi$ $\varphi=\frac{5}{4}\pi$



№ 7.20 линии уровня

$u = \ln(1 - x^2 - y^2 + z^2)$

Функция u определена при

$1 - x^2 - y^2 + z^2 > 0$ $\qquad 1 - x^2 - y^2 + z^2 = e^c$

$x^2 + y^2 - z^2 < 1$ $\qquad x^2 + y^2 - z^2 = -e^c + 1$

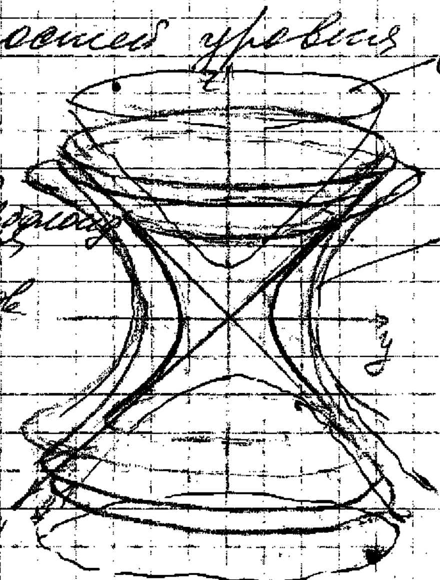
Уравнение семейства поверхностей уровня имеет вид $x^2 + y^2 - z^2 = -e^c + 1 = C_1$

$C = 0$ $\quad x^2 + y^2 - z^2 = 0$ — конус

$C < 0$ $\quad x^2 + y^2 - z^2 = C_1$ — семейство однополост. гиперболоидов вращения

$C > 0$ $\quad x^2 + y^2 - z^2 = C_1$ — семейство двуполостных гиперболоидов вращения

~~не может быть~~ т.к. $\boxed{x^2 + y^2 - z^2 < 1}$



№ 7.33 Найти пределы

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \frac{\sin xy}{xy} = \lim_{z \to 0} \frac{\sin z}{z} = \lim_{z \to 0} \frac{z}{z} = 1$$

Условие $x \to 0$ $y \to 0$ эквивалентно условию

$x \cdot y = z$ $\quad (x, y) \to (0, 0)$ $\quad z \to 0$

№ 7.35

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + x^2 + y^2)^{\frac{1}{x^2 + y^2}} = \lim_{z \to 0} (1 + z)^{\frac{1}{z}} = e$$

$x^2 + y^2 = z$ $\quad (x, y) \to (0, 0) \Rightarrow z \to 0$

№ 7.37 !

$z = \dfrac{x}{y - x}$

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \frac{x}{y - x} = \lim_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \frac{x}{kx - x} = \lim_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \frac{1}{k - 1} = \frac{1}{k - 1} \to$$ предела $\nexists$ (зависит от траектории движения к $P_0(0,0)$)

пусть $(\cdot)P(x, y) \to P_0(0, 0)$, например, по прямой $y = kx$

а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} z = 3$ $\quad \dfrac{1}{k-1} = 3$ $\quad 1 = 3k - 3$ $\quad k = \dfrac{4}{3}$

Стремление к $P_0(0,0)$ по прямой $y = \dfrac{4}{3}x$

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} z = 2$ $\quad \dfrac{1}{k-1} = 2$ $\quad 1 = 2k - 2$ $\quad k = \dfrac{3}{2}$ $\quad y = \dfrac{3}{2}x$

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 0}} z = -2$ $\quad \dfrac{1}{k-1} = -2$ $\quad 1 = -2k + 2$ $\quad k = \dfrac{1}{2}$ $\quad y = \dfrac{1}{2}x$

№ 7.43 **непрерывность**

а) $f(xy)=\begin{cases}\dfrac{xy}{(x^2+y^2)^2} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x=y=0\end{cases}$

$f(xy)$ непрерывна в $(0,0)$, но разрывна по совокупности

7

1) В (·) $P(0\,0)$ ф-ция определена $f(xy)=0$

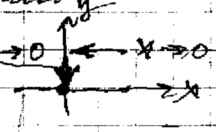
2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xy}{(x^2+y^2)^2}\xleftarrow{(y=0)}=0$ $\quad\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{xy}{(x^2+y^2)^2}\xleftarrow{x=0}=0$ – по каждой из переменных

повторные пределы

$\lim\limits_{y\to 0}\left(\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xy}{(x^2+y^2)^2}\right)=\lim\limits_{y\to 0}0=0$

$\lim\limits_{x\to 0}\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{xy}{(x^2+y^2)^2}=\lim\limits_{x\to 0}0=0$

} **повторные пределы**



3) $\lim\limits_{xy\to 0}\dfrac{xy}{(x^2+y^2)^2}\overset{(y=kx)}{=}\lim\limits_{xy\to 0}\dfrac{x\cdot kx}{(x^2+k^2x^2)^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2k}{x^4(1+2k^2+k^4)}\quad \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{k}{x^2(k^2+1)^2}$

ф-ция разрывна по совокупности

(·)$(0\,0)$ – точка разрыва

б) $f(xy)=\begin{cases}\dfrac{x-y}{(x+y)^3} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x=y=0\end{cases}$ $\qquad k=1$ (константа)

1) В (·)$P_0(0\,0)$ ф-ция определена $f(xy)=0$

2) пределы по каждой из переменной

$\left(\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-y}{(x+y)^3}=-\dfrac{1}{y^2}\right.\qquad \lim\limits_{y\to 0}\dfrac{x-y}{(x+y)^3}=\dfrac{1}{x^2}$

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0\\ y=kx}}\dfrac{x-y}{(x+y)^3}=\lim\limits_{x,y\to 0}\dfrac{x-kx}{(x+kx)^3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(1-k)}{x^3(1+k)^3}=\infty$

Ф-ция непрерывна по переменной (x или y), но разрывна по совокупности.

в) $f(xy)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x=y=0\end{cases}$ $\qquad$ При $y=kx$, и $x\neq 0$

$\lim\limits_{(x,y)}f(x)=\lim\limits_{(x,y)}\dfrac{x\cdot kx}{x^2+k^2x^2}=\dfrac{k}{1+k^2}$

(·)$(0,0)$ – точка разрыва

№ 7.44 **Точки разрыва**

$z=\dfrac{1}{(x-1)^2+(y+1)^2}$

Ф-ция не определена в точках, в которых знаменатель $=0$

$(x-1)^2+(y+1)^2=0$ $\qquad (x-1)^2=-(y+1)^2$

это возможно при $\begin{cases}x=1\\ y=-1\end{cases}$ точка

Вывод: из непрерывности в (·) по каждой из переменных не следует, что ф-ция непрерывна в (·) по совокупности переменных, хотя обратное всегда имеет место.

$z = \frac{\ldots}{\sin x \cdot \sin y}$

z не определена в точках, где знаменатель $= 0$

$\sin x \cdot \sin y = 0 \rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \rightarrow x = \pi k \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \\ \sin y = 0 \rightarrow y = \pi m \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \end{array}\right.$

$\left.\begin{array}{l} x = \pi k \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \\ y = \pi m \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \end{array}\right\}$ ~~прямые линии~~ (~~пересечение их точек~~)

Лини на пл-ти $x = \pi k$ или $y = \pi n$ (n, k в знаменателе их произведение).

8

№ 7.48

$$z = \frac{x^2 + y^2}{(x+y)(y^2 - x)}$$

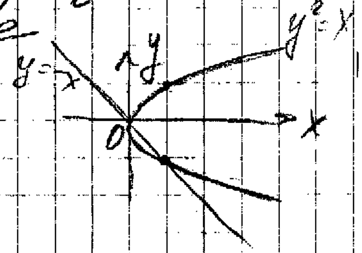
z не определена при $(x+y)(y^2-x) = 0$

Это возможно в случае

а) $x + y = 0$ $\quad y = -x$ — прямая

б) $y^2 - x = 0$ $\quad y^2 = x$ — парабола

Линии разрыва



№ 7.51

$$u = \frac{1}{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1}$$

Ф-ция не определена и терпит разрыв при

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0 \rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

Поверхность разрыва — эллипсоид

№ 7.53

$$u = \frac{1}{x^2 + y^2 - z^2 - 1}$$

Ф-ция разрывна при $x^2 + y^2 - z^2 - 1 = 0$

$\boxed{x^2 + y^2 - z^2 = 1}$

поверхность разрыва — однополостный гиперболоид

№ 7.47

$z = \ln(1 - x^2 - y^2)$

$1 - x^2 - y^2 = 0$ — тогда ф-ция не сущ-ет

$x^2 + y^2 = 1$ — линия разрыва

№ 7.45

$$z = \frac{1}{\sin^2 \pi x + \sin^2 \pi y}$$

$\sin^2 \pi x = 0 \quad \underbrace{\pi x = k\pi}\ x = k$; $\quad \sin^2 \pi y = 0 \quad \underbrace{\pi y = m\pi}\ y = m$

$\left\{\begin{array}{l} x = k \\ y = m \end{array}\right. \rightarrow$ точки (k, m)

всевозможные точки с координатами (k, m)

и xyz

Области разрыва: плоскости $x=0$ или $y=0$ или $z=0$

(9)

1) Найти предел

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} \frac{\sqrt{x^2+(y-2)^2+1}-1}{x^2+(y-2)^2}$$

$\rho=\sqrt{x^2+(y-2)^2}$ – расстояние между точками $P(x\,y)$ и $P_0(0\,2)$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} \frac{\sqrt{x^2+(y-2)^2+1}-1}{x^2+(y-2)^2}=\lim_{\rho\to 0}\frac{\sqrt{\rho^2+1}-1}{\rho^2}=\lim_{\rho\to 0}\frac{(\rho^2+1)-1}{\rho^2(\sqrt{\rho^2+1}+1)}=$$

$$=\lim_{\rho\to 0}\frac{\rho^2}{\rho^2(\sqrt{\rho^2+1}+1)}=\frac{1}{2}$$

2) Найти предел

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}(x^2+y^2)\sin\frac{1}{xy}$$

$\cdot\, P(x\,y)\to P_0(0\,0)$ $\quad \rho=P_0P=\sqrt{x^2+y^2}$

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}(x^2+y^2)\sin\frac{1}{xy}=\lim_{\rho\to 0}\rho^2\sin\frac{1}{xy}=0$$

т.к. ρ^2 – б.м., $\sin\frac{1}{xy}$ – ограниченная

№ 732 Вычислить

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{xy}{3-\sqrt{xy+9}}\underset{z=xy}{=}\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{z}{3-\sqrt{z+9}}=\lim_{z\to 0}\frac{z(3+\sqrt{z+9})}{-z}=-6$$

№ 738 Показать, что для $f(x\,y)=\frac{x-y}{x+y}$ не сущ-ет $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f(x\,y)$, вычислив повторные пределы

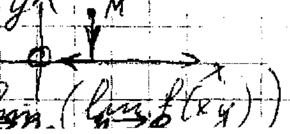
Решение:

$$\lim_{x\to 0}\left\{\lim_{y\to 0}\frac{x-y}{x+y}\right\}=1 \qquad \lim_{y\to 0}\left\{\lim_{x\to 0}\frac{x-y}{x+y}\right\}=-1$$

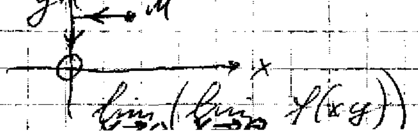
$$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{x-y}{x+y}\underset{y=kx}{=}\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{x-kx}{x+kx}=\lim_{x,y\to 0}\frac{x(1-k)}{x(1+k)}=\frac{1-k}{1+k}\ \nexists$$

Этот предел не сущ-ет, вернее он существует в зависимости от траектории приближения к $\cdot\,(x=0\ y=0)$ } !

Смысл повторных пределов: к $\cdot$ приближаемся по ломаной



$\lim\limits_{x\to 0}(\lim\limits_{y\to 0} f(x\,y))$



$\lim\limits_{y\to 0}(\lim\limits_{x\to 0} f(x\,y))$

Линия уровня $z=f(x,y)$

Это г.м.т., в которых $z=\text{const}$

№ 7.10.

$z=\ln(-x-y)$ Найти л.у., проходящую через $M(-e;0)$

Л.у. – это $z=\text{const}$, т.е. $\ln(-x-y)=c$

$-x-y=e^c$, $e^c=c_1=\text{const}$

$-x-y=c_1 \to y=-x-c_1$

Проведем л.у. через $M(-e;0)$

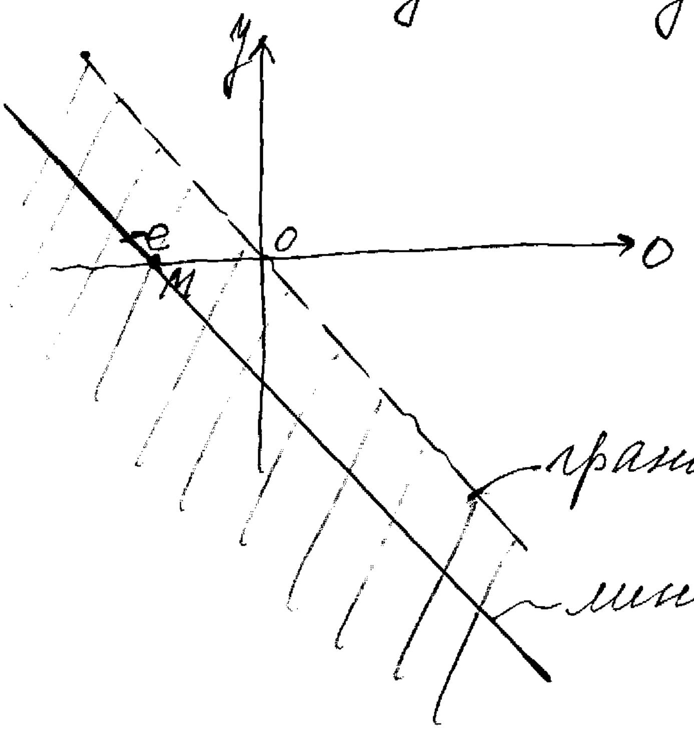
$z_M=\ln(-(-e)-0)=\ln e=1$

$\ln(-x-y)=z_M$ $\ln(-x-y)=1$

$-x-y=e^1$ $\boxed{y=-x-e}$

ООФ: $-x-y>0 \to y<-x$

! Задача № 1 КР по ФНП



граница не входит в ООФ

линия уровня, проходящая через $M(-e;0)$