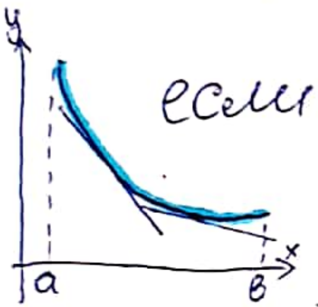
Занятие 20.

Интервалы выпуклости, точки перегиба.

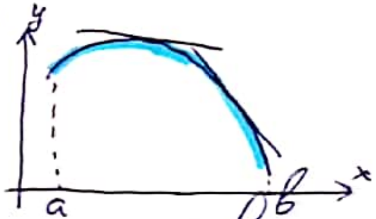
График дифференцируемой ф-ции $f(x)$ наз.

выпуклым вниз | выпуклым вверх

на интервале (a,b),



если дуга кривой на этом промежутке расположена



выше | ниже

любой касательной, проведённой к графику $f(x)$ в любой точке $x \in (a,b)$.

Достаточное условие выпуклости $f(x)$ на (a,b)

Пусть $f(x)$ дважды дифф. на (a,b)

Если

$f''(x)>0$ | $f''(x)<0$

$\forall x\in(a,b)$, то график $f(x)$ на (a,b) явл.

выпуклым вниз | выпуклым вверх.

Сканировано с CamScanner

Точка $(x_0, f(x_0))$, в которой направление выпуклости графика функции меняется на противоположное, наз. точкой перегиба графика функции (и $\exists$ касательная); при этом т. x_0 наз. точкой перегиба функции.

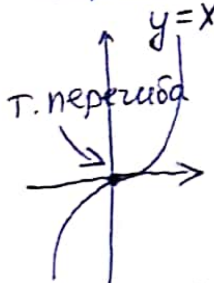
Необходимое условие т. перегиба

Если x_0 – т. перегиба ф-ции $f(x)$, то $f''(x_0)=0$ или равна ∞ или $\nexists$.

Зам. Обратно неверно.

Примеры.

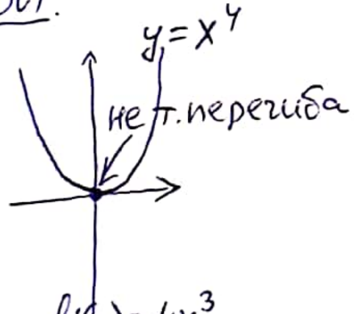
1



$f'(x)=3x^2$

$f''(x)=6x$

$f''(0)=0$

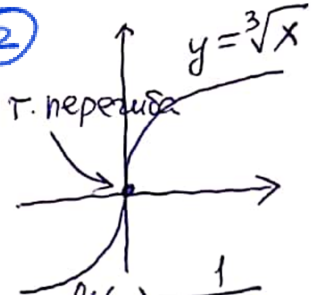


$f'(x)=4x^3$

$f''(x)=12x^2$

$f''(0)=0$

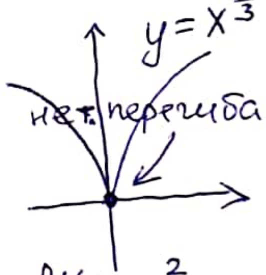
2



$f'(x)=\dfrac{1}{3x^{\frac{2}{3}}}$

$f''(x)=-\dfrac{2}{9x^{5/3}}$

$f''(0)=\infty$

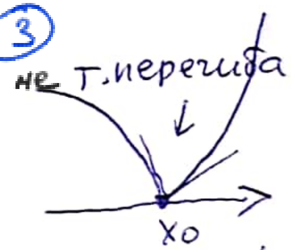


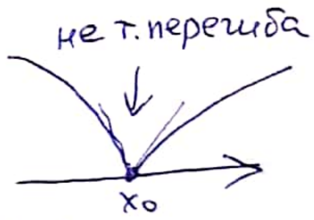
$f'(x)=\dfrac{2}{3x^{\frac{1}{3}}}$

$f''(x)=\dfrac{-2}{9x^{\frac{4}{3}}}$

$f''(0)=\infty$

3





$\nexists f'(x_0)$

$\Downarrow$

$\nexists f''(x_0)$

(и $\nexists$ касательной; это точки излома, в них производная $f'(x)$ имеет разрыв)

Сканировано с CamScanner

Достаточные условия т. перегиба

Пусть $f(x)$ непрерывна в $U(x_0)$ и дважды дифф. в $\dot{U}(x_0)$

Если в $\dot{U}(x_0)$ вторая производная $f''(x)$ меняет знак при переходе через т. x_0,

то x_0 – т. перегиба функции.

№ 5.444.

Найти интервалы выпуклости графика ф-ции $f(x)$, точки перегиба и угловые коэф-ты касательных в точках перегиба: $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}$

Опр. Крит. т. ф-ции по 2-й производной (иначе: крит. т. 2-го порядка) – это такие внутр. точки $D(f)$, в которых $f''(x)=0$ или $f''(x)=\infty$ или $\nexists f''(x)$.

Решение.

1. $D(y)=\mathbb{R}$. Ф-я непр. на $D(y)$.

2. $y'(x) = \frac{2}{3}(x+1)^{-\frac{1}{3}} + \frac{2}{3}(x-1)^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}\right)$

Крит. точки $y''(x)$ (по 2-й производной)

1) $y''(x) = \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{3}(x+1)^{-\frac{4}{3}} - \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{4}{3}}\right) = -\frac{2}{9}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x+1}^4} + \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}^4}\right)$

2) $D(y'')$: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty) \Rightarrow \boxed{x = \pm 1}$ крит. т. по 2-й производной; т.к. $f''(\pm 1) = \infty$.

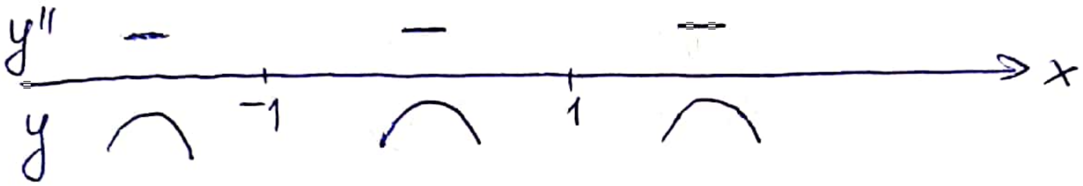
3) $y'' = 0$

Сканировано с CamScanner

$$\frac{\sqrt[3]{x-1}^{\,4}+\sqrt[3]{x+1}^{\,4}}{\sqrt[3]{x+1}^{\,4}\,\sqrt[3]{x-1}^{\,4}}=0$$ нет решений (⇒ Нет крит. точек: $y''(x)=0$)

В этом пункте надо отметить на числовой прямой 1) $D(f)$, 2) крит. точки 2 порядка и знаки $y''(x)$ в полученных интервалах. Сделать вывод про $y(x)$.

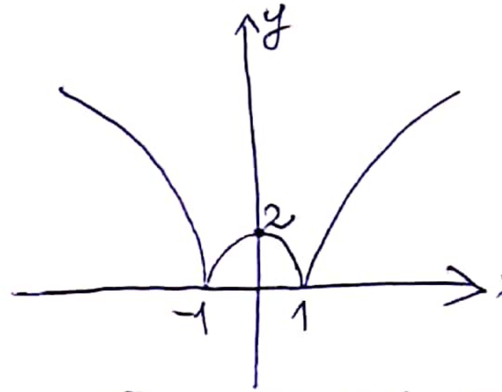
3.



4. Интервалы выпуклости:

$y(x)$ выпукла вверх на $(-\infty;-1)$; $(-1;1)$; $(1;+\infty)$

5. Точки перегиба – нет



Подробно:

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;1)$	1	$(1;+\infty)$
y''	−	∞	−	∞	−
y	∩	$\sqrt[3]{4}$	∩	$\sqrt[3]{4}$	∩

Ф-я чётная, т.к.

$$y(-x)=\sqrt[3]{(-x+1)^2}+\sqrt[3]{(-x-1)^2}=$$
$$=\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{(x+1)^2}=y(x)$$

Сканировано с CamScanner

№ 5.446.

$y = x\ln|x|$ Задание то же.

Решение.

1. $D(y)$: $x \neq 0$, т.е. $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ Ф-я непр. на $D(y)$.

2. $y' = x'\ln|x| + x \cdot (\ln|x|)' = \ln|x| + x \cdot \frac{1}{x} = \ln|x| + 1$

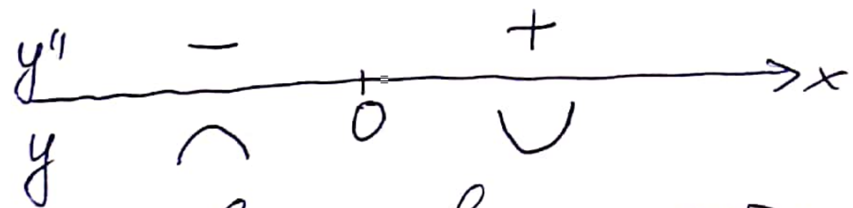
Критич. точки $y(x)$ 2 порядка:

1) $y'' = \frac{1}{x}$

2) $D(y'') = D(y)$

3) $y'' = 0$ нет решений

$\Rightarrow$ Нет крит. точек $y(x)$ 2 порядка

3. 

4. Интервалы выпуклости:
y выпукла вверх на $(-\infty; 0)$
вниз на $(0; +\infty)$

5. Т. перегиба нет (т.к. $0 \notin D(y)$).

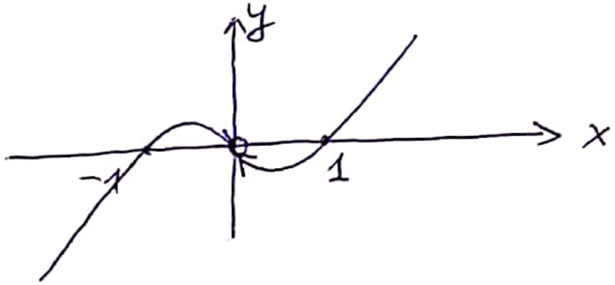
Сканировано с CamScanner

Подробно:

$$\lim_{x\to 0} y = \lim_{x\to 0} x\ln|x| \overset{(0\cdot\infty)}{=} \lim_{x\to 0}\frac{\ln|x|}{\frac{1}{x}} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = -\lim_{x\to 0} x = 0 \Rightarrow$$

$0 \notin D(y)$

$\Rightarrow x=0$ – т. разрыва I рода (устранимая).



Ф-я нечётная,

т.к. $y(-x) = -x\ln|-x| =$
$= -x\ln|x| = -y(x)$

x	$(-\infty;0)$	$(0;+\infty)$
y''	$-$	$+$
y	⌒	⌣

$\boxed{\text{Д/З I. №5.442, 5.445}}$

Сканировано с CamScanner

7

№ 5.466.

Построить график функции $y=\dfrac{x^3-3x}{x^2-1}$

Решение. $y=\dfrac{x(x^2-3)}{x^2-1}=\dfrac{x(x-\sqrt3)(x+\sqrt3)}{(x-1)(x+1)}$

1. $D(y): x\neq\pm1$, т.е. $x\in(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

2. $y(x)$ непрерывна на $D(y)$; $x=\pm1$ – т. разрыва II рода.

3. Чётность нечётность периодичность:
$y(-x)=\dfrac{(-x)^3-3(-x)}{(-x)^2-1}=-\dfrac{x^3-3x}{x^2-1}=-y(x)\Rightarrow$ нечётная, непериодич.

4. Точки пересеч. с осями к-т:
1) с Ox: $y=0\Rightarrow x=0,\ x=\pm\sqrt3$
2) с Oy: $x=0\Rightarrow y=0$.

5. Промежутки знакопостоянства функции: y: $-$ на $(-\infty;-\sqrt3)$, $+$ на $(-\sqrt3;-1)$, $-$ на $(-1;0)$, $+$ на $(0;1)$, $-$ на $(1;\sqrt3)$, $+$ на $(\sqrt3;+\infty)$ (точки $-\sqrt3$, -1, 0, 1, $\sqrt3$ на оси x)

6. Крит. точки $y(x)$ по 1$^{\underline{й}}$ производной:
1) $y'=\left(\dfrac{x^3-3x}{x^2-1}\right)'=\dfrac{(3x^2-3)(x^2-1)-(x^3-3x)2x}{(x^2-1)^2}=\dfrac{3(x^2-1)^2-2x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}=$

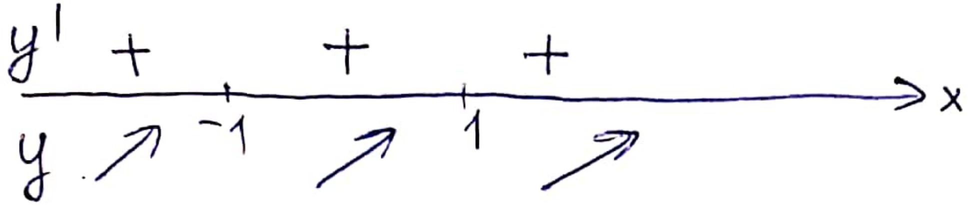
$=\dfrac{3(x^4-\cancel{2x^2}+1)-2x^4+\cancel{6x^2}}{(x^2-1)^2}=\dfrac{x^4+3}{(x^2-1)^2}=\dfrac{x^4+3}{(x-1)^2(x+1)^2}$

2) $D(y')=D(y)$ 3) $y'=0$ $\begin{cases}x^4+3=0\\ x^2-1\neq0\end{cases}$ нет реш.

$\Rightarrow$ нет крит. точек ф-ции (по 1$^{\underline{й}}$ произв)

Сканировано с CamScanner

7.



8. Интервалы монотонности:

$y(x) \nearrow$ на $(-\infty; -1); (-1; 1); (1; +\infty)$

9. Точки экстремума и экстремумы — нет.

Крит. точки $y(x)$ по 2й производной:

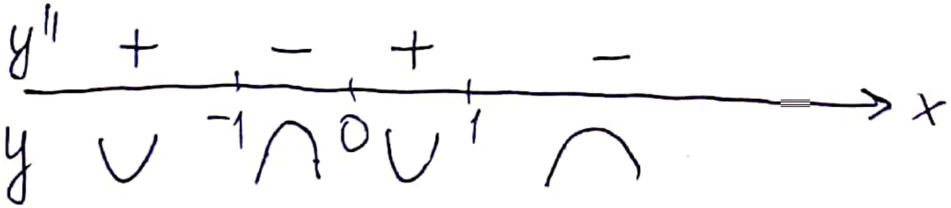
10. 1) $y'' = \dfrac{4x^3(x^2-1)^2-(x^4+3)2\cdot(x^2-1)2x}{(x^2-1)^4} =$

$$= \frac{\cancel{(x^2-1)}\left(4x^3(x^2-1)-4x(x^4+3)\right)}{(x^2-1)^{\cancel{4}\,3}} = \frac{-4x(x^2+3)}{(x-1)^3(x+1)^3}$$

2) $D(y'') = D(y')$

3) $y''=0 \Leftrightarrow \boxed{x=0}$ - крит. точка $y'(x)$.

11.



12. Интервалы выпуклости:

Сканировано с CamScanner

$y(x)$ выпукла вниз на $(-\infty;-1);(0;1)$
вверх на $(-1;0);(1;+\infty)$

13. Т. перегиба ф-ции | Т. перегиба графика ф-ции

$x_{перегиба}=0$ | $y_{перегиба}(0)=0 \Rightarrow \boxed{(0;0)}$.

($x=\pm 1$ не т. перегиба, т.к. они $\notin D(y)$).

14. Асимптоты:

1) Вертикальные: $x=\pm 1$, т.к. $\lim\limits_{x\to\pm 1} y(x)=\lim\limits_{x\to\pm 1}\frac{x^3-3x}{x^2-1}=\infty$

2) Наклонные: $y=kx+b$

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-3x}{x(x^2-1)}=1$$

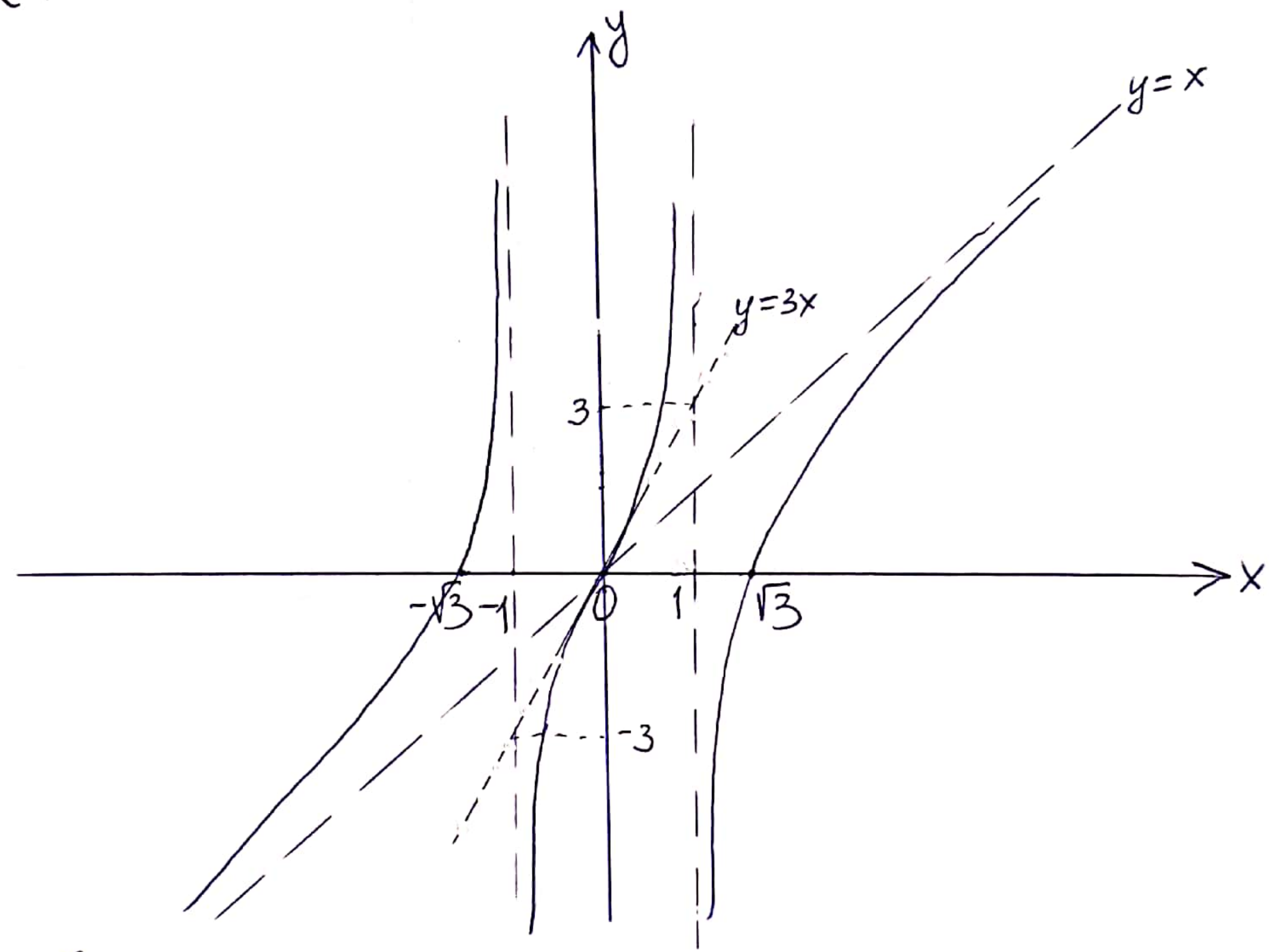
$$b=\lim_{x\to\infty}(f(x)-kx)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-3x}{x^2-1}-x\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x^3}-3x-\cancel{x^3}+x}{x^2-1}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-2x}{x^2-1}=0 \quad\Rightarrow\quad y=x \text{ наклонная асимптота.}$$

15. Касат. в точке перегиба: $y=y'(0)(x-0)+0$
$y=3x$

Сканировано с CamScanner

16. График:



17. $E(y)=\mathbb{R}$.

$\boxed{\text{ДЗ II. №5.472.}}$

Сканировано с CamScanner

Подробно:

x	$(-\infty; -1)$	$(-1; 1)$	$(1; +\infty)$
y'	$+$	$+$	$+$
y	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$

x	$(-\infty; -1)$	$(-1; 0)$	0	$(0; 1)$	$(1; +\infty)$
y''	$+$	$-$	0	$+$	$-$
y	$\cup$	$\cap$	0	$\cup$	$\cap$

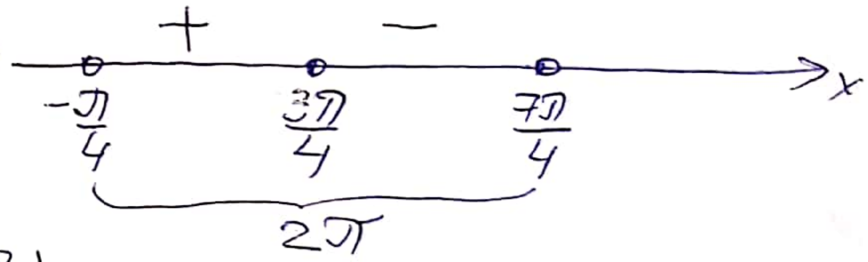
Сканировано с CamScanner

№ 5.496.

$$y=\frac{1}{\sin x+\cos x}$$ Задание то же.

Решение. $y=\dfrac{1}{\sin x+\cos x}=\dfrac{1\cdot\frac{\sqrt2}{2}}{\sin x\cdot\frac{\sqrt2}{2}+\cos x\cdot\frac{\sqrt2}{2}}=\dfrac{\frac{\sqrt2}{2}}{\sin(x+\frac{\pi}{4})}=\dfrac{1}{\sqrt2\sin(x+\frac{\pi}{4})}$

1. $D(y)$: $\sin(x+\frac{\pi}{4})\neq0$, $x+\frac{\pi}{4}\neq\pi n$, $x\neq-\frac{\pi}{4}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$
2. Ф-я непр. на $D(y)$; $x=-\frac{\pi}{4}+\pi n$ – точки разрыва II рода.
3. Периодич. $T=2\pi$; общего вида
4. Т. пересеч. с осями к-т:
   1) с Ox; $y=0$ нет реш.
   2) с Oy: $x=0\Rightarrow y=1\Rightarrow(0;1)$
5. Промежутки знакопостоянства ф-ции



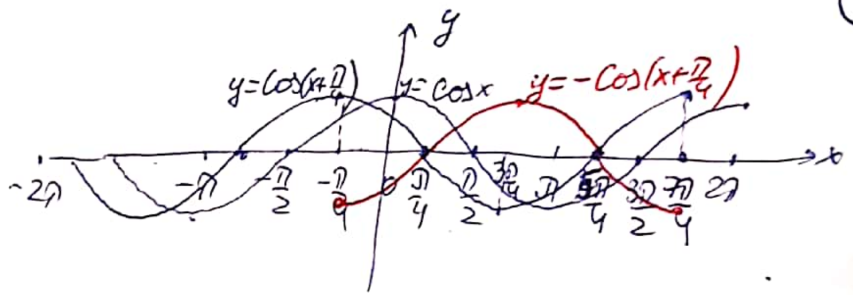
6. Крит. точки $y(x)$ по 1-й произв:
   1) $y'=\frac{1}{\sqrt2}\cdot\frac{-1}{\sin^2(x+\frac{\pi}{4})}\cdot\cos(x+\frac{\pi}{4})=-\frac{1}{\sqrt2}\frac{\cos(x+\frac{\pi}{4})}{\sin^2(x+\frac{\pi}{4})}$
   2) $D(y')=D(y)$
   3) $y'=0$ $\cos(x+\frac{\pi}{4})=0$, $x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+\pi n$, $\boxed{x=\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}\ \text{крит. т. } y(x)}$

в них график имеет горизонт. касат.

Сканировано с CamScanner

7.

y'		$-$		$+$		$+$		$-$	
y	$-\frac{\pi}{4}$	$\searrow$	$\frac{\pi}{4}$	$\nearrow$	$\frac{3\pi}{4}$	$\nearrow$	$\frac{5\pi}{4}$	$\searrow$	$\frac{7\pi}{4}$



8. Интервалы монотонности:

$y(x)\nearrow\left(\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi n\right);\ \left(\frac{3\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{4}+2\pi n\right)$

$y(x)\searrow\left(-\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{\pi}{4}+2\pi n\right);\ \left(\frac{5\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{7\pi}{4}+2\pi n\right)$

9.

Точки экстремума	экстремумы
$x_{min}=\frac{\pi}{4}+2\pi n$	$y_{min}\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
$x_{max}=\frac{5\pi}{4}+2\pi n$	$y_{max}\left(\frac{5\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}\sin\frac{3\pi}{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

Крит. точки $y_f(x)$ по 2й произв.:

10. 1) $y''=-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{-\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cdot 2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin^4\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}=$

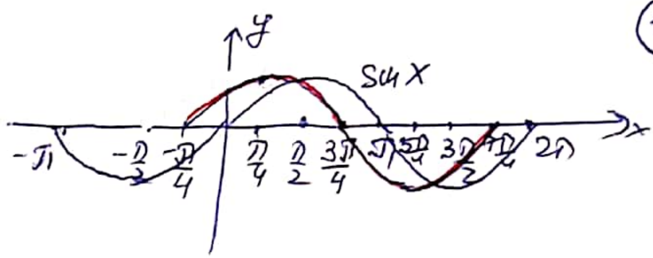
$=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+2\cos^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin^3\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1+\cos^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}{\sin^3\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$

2) $D(y'')=D(y')=D(y)$ 3) $y''=0$ нет реш. Нет крит. точек $y(x)$ по 2й производной.

Сканировано с CamScanner

11. y'': $\quad -\frac{\pi}{4} \quad + \quad \frac{3\pi}{4} \quad - \quad \frac{7\pi}{4} \quad x$

y: $\quad -\frac{\pi}{4} \quad \cup \quad \frac{3\pi}{4} \quad \cap \quad \frac{7\pi}{4}$

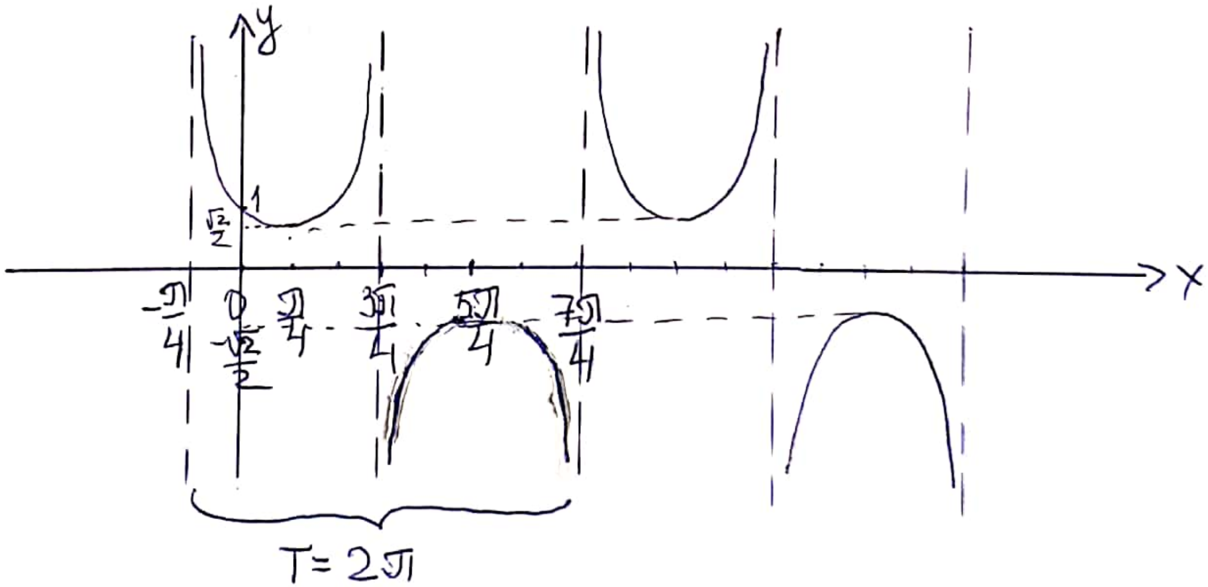


12. Интервалы выпуклости:
$y(x)$ выпукла вниз на $\left(-\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi n\right)$
$y(x)$ выпукла вверх на $\left(\frac{3\pi}{4}+2\pi n;\ \frac{7\pi}{4}+2\pi n\right)$ $\quad n \in \mathbb{Z}$.

13. Т. перегиба нет

14. Асимптоты:
вертикальные: $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$

15. График:



16. $E(y) =$
$= \left(-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right)$

Сканировано с CamScanner

Подробно: $\boxed{T=2\pi}$

x	$\left(-\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{4}\right)$	$\frac{\pi}{4}$	$\left(\frac{\pi}{4};\ \frac{3\pi}{4}\right)$	$\left(\frac{3\pi}{4};\ \frac{5\pi}{4}\right)$	$\frac{5\pi}{4}$	$\left(\frac{5\pi}{4};\ \frac{7\pi}{4}\right)$
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\nearrow$	$\nearrow$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$

x	$\left(-\frac{\pi}{4};\ \frac{3\pi}{4}\right)$	$\left(\frac{3\pi}{4};\ \frac{7\pi}{4}\right)$
y''	$+$	$-$
y	$\cup$	$\cap$

ДЗ III № 5.497.

Сканировано с CamScanner

№ 5.516.

$$y=\frac{x^2}{\ln|x|}$$

Решение.

1. $D(y): \begin{cases}|x|\neq 1\\ |x|\neq 0\end{cases}$ $\begin{cases}x\neq\pm1\\ x\neq 0\end{cases}$ $x\in(-\infty;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(1;+\infty)$

2. Ф-я непр. на $D(y)$; $x=\pm1$ – т. разрыва II рода ($\lim\limits_{x\to\pm1} y(x)=\infty$ т.к.)
$x=0$ – т. разрыва I рода (устранимая)
(т.к. $\exists \lim\limits_{x\to 0} y(x)=0$, но $0\notin D(y)$)

3. Чётная, т.к. $y(-x)=\dfrac{(-x)^2}{\ln|x|}=\dfrac{x^2}{\ln|x|}=y(x)$; непериодическая.

4. Т. ∩ с осями к-т:
1) с Ox: $y=0\Rightarrow x=0\notin D(y)$; 2) с Oy: $x=0\notin D(y)$

5. Промежутки знакопостоянства ф-ции

y	$+$	-1	$-$	0	$-$	1	$+$	x

6. Критич. точки $y(x)$ по 1-й произв.:

1) $y'=\dfrac{2x\ln|x|-x^2\cdot\frac{1}{x}}{(\ln|x|)^2}=\dfrac{2x\ln|x|-x}{(\ln|x|)^2}=\dfrac{x(\ln x^2-1)}{(\ln|x|)^2}=\dfrac{x(\ln x^2-\ln e)}{(\ln|x|)^2}$

2) $D(y')=D(y)$

3) $y'=0$ $\left[\begin{array}{l}x=0\notin D(y)\\ x^2=e\end{array}\right.$ $\boxed{x=\pm\sqrt{e}}$ В них график имеет горизонт. касат.

Сканировано с CamScanner

7.

x	$(-\infty;-\sqrt{e})$	$-\sqrt{e}$	$(-\sqrt{e};-1)$	-1	$(-1;0)$	0	$(0;1)$	1	$(1;\sqrt{e})$	$\sqrt{e}$	$(\sqrt{e};+\infty)$
y'	$-$		$+$		$+$		$-$		$-$		$+$
y	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$

$y' = \dfrac{x(\ln x^2 - \ln e)}{\ln^2|x|}$. числитель по знакам ведёт себя как $x(x^2-e) = x(x-\sqrt{e})(x+\sqrt{e})$. знам. >0.

8. Интервалы монотонности:

$y(x)\nearrow$ на $(-\sqrt{e};-1)$; $(-1;0)$; $(\sqrt{e};+\infty)$

$y(x)\searrow$ на $(-\infty;-\sqrt{e})$; $(0;1)$; $(1;\sqrt{e})$

9.

Точки экстремума	Экстремумы
$x_{min} = \pm\sqrt{e}$	$y_{min}(\pm\sqrt{e}) = \dfrac{(\pm\sqrt{e})^2}{\ln\lvert\pm\sqrt{e}\rvert} = \dfrac{e}{\frac{1}{2}\ln e} = 2e$

Сканировано с CamScanner

Крит. точки $y(x)$ по 2-й произв.

10. 1) $$y'' = \frac{[x(\ln x^2-1)]'\ln^2|x| - x(\ln x^2-1)(\ln^2|x|)'}{\ln^4|x|} =$$

$$= \frac{[(\ln x^2-1)+\cancel{x}(\frac{2\cancel{x}}{x^{\cancel{2}}})]\ln^{\cancel{2}}|x| - \cancel{x}(\ln x^2-1)\,2\cancel{\ln|x|}\cdot\frac{1}{\cancel{x}}}{\ln^{\cancel{4}\,3}|x|} =$$

$$= \frac{[\ln x^2+1]\ln|x| - 2(\ln x^2-1)}{\ln^3|x|} = \frac{(2\ln|x|+1)\ln|x| - 2(2\ln|x|-1)}{\ln^3|x|} =$$

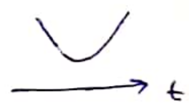
$$= \frac{2\ln^2|x|+\ln|x|-4\ln|x|+2}{\ln^3|x|} = \frac{2\ln^2|x|-3\ln|x|+2}{\ln^3|x|}$$

2) $D(y'')=D(y')$

3) $y''=0$ $\quad \begin{cases} 2\ln^2|x|-3\ln|x|+2=0 \quad (1) \\ \ln^3|x| \neq 0 \end{cases}$

Нет решений

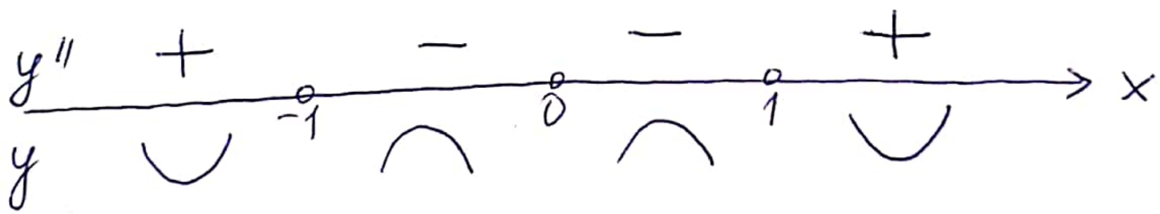
Рас. (1): $t=\ln|x| \Rightarrow$



$\Rightarrow 2t^2-3t+2>0$

т.к. $D = 9-4\cdot2\cdot2<0$ и ветви вверх

11.



Знаки y'' такие же как у $\ln|x|$

12. Интервалы выпуклости:

$y(x)$ выпукла вниз на $(-\infty; -1); (1; +\infty)$

выпукла вверх на $(-1; 0); (0; 1)$

13. Точки перегиба – нет ($x = \pm 1$ не точки перегиба, т.к. они $\notin D(y)$)

14. Асимптоты:

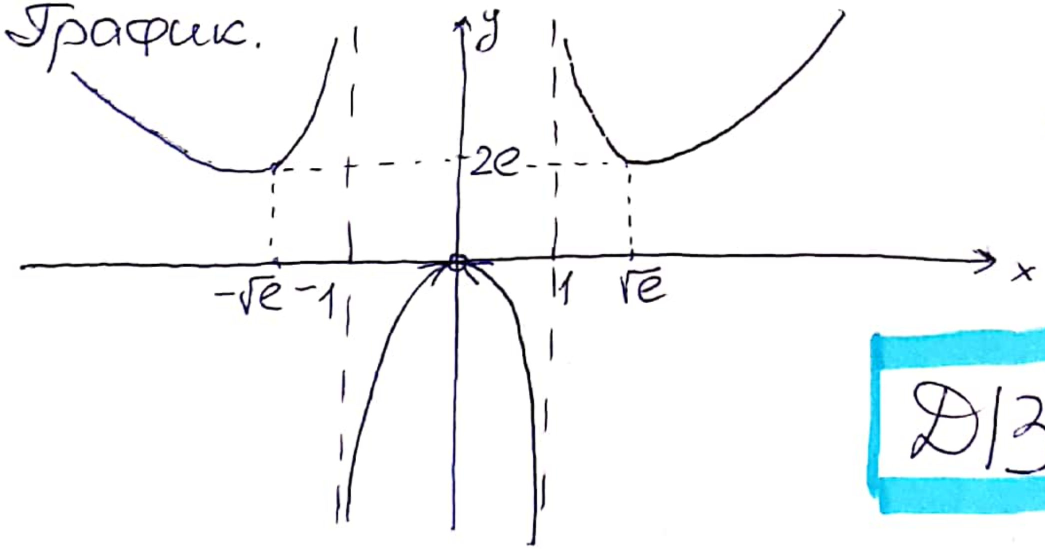
1) вертикальные: $x = \pm 1$, т.к. $\lim\limits_{x \to \pm 1} y(x) = \infty$

2) наклонные: $y = kx + b$

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x \ln|x|} = \lim_{x\to\infty} \frac{x}{\ln|x|} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{\frac{1}{x}} = \infty$$

$\Rightarrow$ нет накл. асимптот.

15. График.



$$\lim_{x\to 0} y(x) = \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\ln|x|} = 0$$

16. $E(y) = (-\infty; 0) \cup [2e; +\infty)$

Д|3|IV №5.517

Сканировано с CamScanner