Занятие 21.

Исследование функций и построение графиков (продолжение)

№5.493.

$$y=\sqrt[3]{|x^2-1|}$$

Решение.

1. $D(y)=\mathbb{R}$
2. Ф-я непр. на $\mathbb{R}$, точек разрыва нет.
3. Чётная, т.к. $y(-x)=\sqrt[3]{|(-x)^2-1|}=\sqrt[3]{|x^2-1|}=y(x)$; непериодич.
4. Т.П с осями к-т:

   1) с Ox: $y=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$ 2) с Oy: $x=0 \Rightarrow y=1$

5. Промежутки знакопостоянства ф-ции $y(x)$: y: $+$ (-1) $+$ (1) $+$ $\to x$
6. Критич. точки $y(x)$ 1-го порядка (по 1-й производной)

$$y=\begin{cases}\sqrt[3]{x^2-1}, & \text{если } |x|\geq 1\\ \sqrt[3]{1-x^2}, & \text{если } |x|<1\end{cases}$$

1) $$y'=\begin{cases}\dfrac{2x}{3(x^2-1)^{2/3}}, & \text{если } |x|\geq 1\\ \dfrac{-2x}{3(1-x^2)^{2/3}}, & \text{если } |x|<1\end{cases} = \begin{cases}\dfrac{2x}{3\sqrt[3]{|x^2-1|}^{\,2}}, & \text{если } |x|\geqslant 1\\ \dfrac{-2x}{3\sqrt[3]{|x^2-1|}^{\,2}}, & \text{если } |x|<1\end{cases}$$

2) $D(y')$: $x\neq\pm 1$, т.е. $x\in(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty)$

$\Rightarrow$ $\boxed{x=\pm 1}$ – крит. точки ф-ции, т.к. $y'(\pm 1)=\infty$. В т. $x=\pm 1$ касательные вертикальные

3) $y'=0$ $\Rightarrow$ $\boxed{x=0}$ – крит. т. ф-ции. В т. $x=0$ касательная горизонтальная.

7.

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;0)$	0	$(0;1)$	1	$(1;+\infty)$
y'	$-$		$+$		$-$		$+$
y	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

8. Интервалы монотонности:

$y(x)\nearrow$ на $(-1;0)$; $(1;+\infty)$

$y(x)\searrow$ на $(-\infty;-1)$; $(0;1)$

9.

Точки экстремума	Экстремумы
$x_{min}=-1$	$y_{min}(-1)=0$
$x_{max}=0$	$y_{max}(0)=1$
$x_{min}=1$	$y_{min}(1)=0$

10. Крит. точки $y'(x)$ 2 порядка (по 2 производной)

$$y'=\begin{cases}\frac{2}{3}x(x^2-1)^{-\frac{2}{3}}, & |x|\geq 1\\ -\frac{2}{3}x(x^2-1)^{-\frac{2}{3}}, & |x|<1\end{cases}$$

1) $$y''=\begin{cases}\frac{2}{3}\left((x^2-1)^{-\frac{2}{3}}+x\left(-\frac{2}{3}\right)(x^2-1)^{-\frac{5}{3}}2x\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{\overset{3(x^2-1)}{1}}{(x^2-1)^{2/3}}-\frac{4x^2}{3(x^2-1)^{5/3}}\right)=\frac{-2(3+x^2)}{3(x^2-1)^{5/3}}=\\ \frac{2}{3}\frac{(3+x^2)}{(x^2-1)^{5/3}}\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\frac{-2(x^2+3)}{3(x-1)^{5/3}(x+1)^{5/3}}, & |x|\geq 1\\ \frac{2(x^2+3)}{3(x-1)^{5/3}(x+1)^{5/3}}, & |x|<1\end{cases}$$

2) $D(y'')=D(y')$

3) $y''=0$ нет решений

} След., нет крит. точек 2 пор.

11.

12. Интервалы выпуклости:

$y(x)$ выпукла вверх на $(-\infty; -1); (-1; 1); (1; +\infty)$

13. Точек перегиба нет

14. Асимптоты:

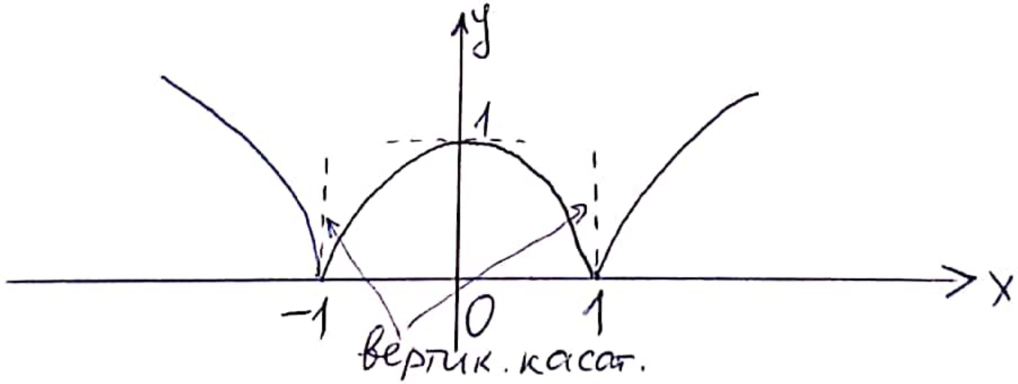
1) вертикальные — нет, т.к. нет точек $x=a$: $\lim\limits_{x\to a} y(x)=\infty$

2) наклонные: $y = kx+b$

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{y(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{|x^2-1|}}{x}=0$$

$$b=\lim_{x\to\infty}(y(x)-kx)=\lim_{x\to\infty}y(x)=\lim_{x\to\infty}\sqrt[3]{|x^2-1|}=\infty$$ $\Rightarrow$ нет накл. (и гориз.) асимптот

15. График:



16. $E(y)=[0; +\infty)$

Подробно в одной таблице:

x	$(-\infty;-1)$	-1	$(-1;0)$	0	$(0;1)$	1	$(1;\infty)$
y'	$-$	$\nexists$ $(=\infty)$	$+$	0	$-$	$\exists$ $(=\infty)$	$+$
y''	$-$	$\nexists$ $(=\infty)$		$-$		$\nexists$ $(=\infty)$	$-$
y	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$
	$\frown$			$\frown$			$\frown$

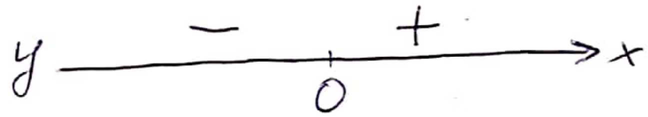
ДЗ № 5.494.

№5.500

$$y = x e^{-x^2/2}$$

Решение.

1. $D(y) = \mathbb{R}$
2. Ф-я $y(x)$ непр. на $\mathbb{R}$, точек разрыва нет
3. Нечётная, т.к. $y(-x) = -x e^{-(-x)^2/2} = -x e^{-x^2/2} = -y(x)$; непериодич.
4. Точки пересечения с осями к-т:
   1) с Ox: $y=0 \Rightarrow x=0$ 2) с Oy: $x=0 \Rightarrow y=0$
5. Промежутки знакопостоянства ф-ции $y(x)$:



6. Критич. точки ф-ции $y(x)$:
   1) $y' = e^{-x^2/2} + x e^{-x^2/2} \cdot \left(\frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}}\right) = e^{-x^2/2}(1-x^2) = -e^{-x^2/2}(x-1)(x+1)$
   2) $D(y') = D(y)$
   3) $y' = 0$ $\boxed{x = \pm 1}$ В т. $x = \pm 1$ касательные горизонтальные

7.

y'	$-$		$+$		$-$
		-1		1	x
y	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$

8. Интервалы монотонности:

$y(x) \nearrow$ на $(-1; 1)$ $\qquad$ $y(x) \searrow$ на $(-\infty; -1); (1; +\infty)$

9.

Точки экстремума	Экстремумы
$x_{min} = -1$	$y_{min}(-1) = -e^{-\frac{1}{2}} = \frac{-1}{\sqrt{e}}$
$x_{max} = 1$	$y_{max}(1) = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}} \approx 0{,}6$

10. Критич. точки $y'(x)$ 2 порядка (по 2 производной)

1) $y'' = -\left(e^{-\frac{x^2}{2}}(x^2-1)\right)' = -\left(e^{-\frac{x^2}{2}}\left(-\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}\right)(x^2-1) + e^{-\frac{x^2}{2}}2x\right) = xe^{-\frac{x^2}{2}}(x^2-3) =$

$= e^{-\frac{x^2}{2}}x(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$

2) $D(y'') = D(y)$

3) $y'' = 0$ $\quad \boxed{x = 0,\ x = \pm\sqrt{3}}$ крит. точки.

11.

y''	$-$		$+$		$-$		$+$
x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
y	$\frown$		$\smile$		$\frown$		$\smile$

12. Интервалы выпуклости:
$y(x)$ выпукла вверх на $(-\infty; -\sqrt{3}); (0; \sqrt{3})$
вниз на $(-\sqrt{3}; 0); (\sqrt{3}; +\infty)$

13. Точки перегиба:

$x_{\text{перегиба}} = 0$ $\quad y_{\text{перегиба}}(0) = 0$ $\Rightarrow (0; 0)$

$x_{\text{перегиба}} = -\sqrt{3}$ $\quad y_{\text{перегиба}}(-\sqrt{3}) = -\sqrt{3}e^{-\frac{3}{2}} = \frac{-\sqrt{3}}{e\sqrt{e}} \Rightarrow \left(-\sqrt{3}; \frac{-\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}\right)$

$x_{\text{перегиба}} = \sqrt{3}$ $\quad y_{\text{перегиба}}(\sqrt{3}) = \sqrt{3}e^{-\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}} \Rightarrow \left(\underbrace{\sqrt{3}}_{1,7}; \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}}_{\approx 0,38}\right)$

14. Асимптоты: 1) вертикальных нет

2) Наклонные: $y = kx + b$.

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} = 0; \quad b = \lim_{x\to\infty} y(x) = \lim_{x\to\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}} = (\infty \cdot 0) =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x}{e^{\frac{x^2}{2}}} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{e^{\frac{x^2}{2}} \cdot x} = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0 \text{ — гориз. ас-та}}$$

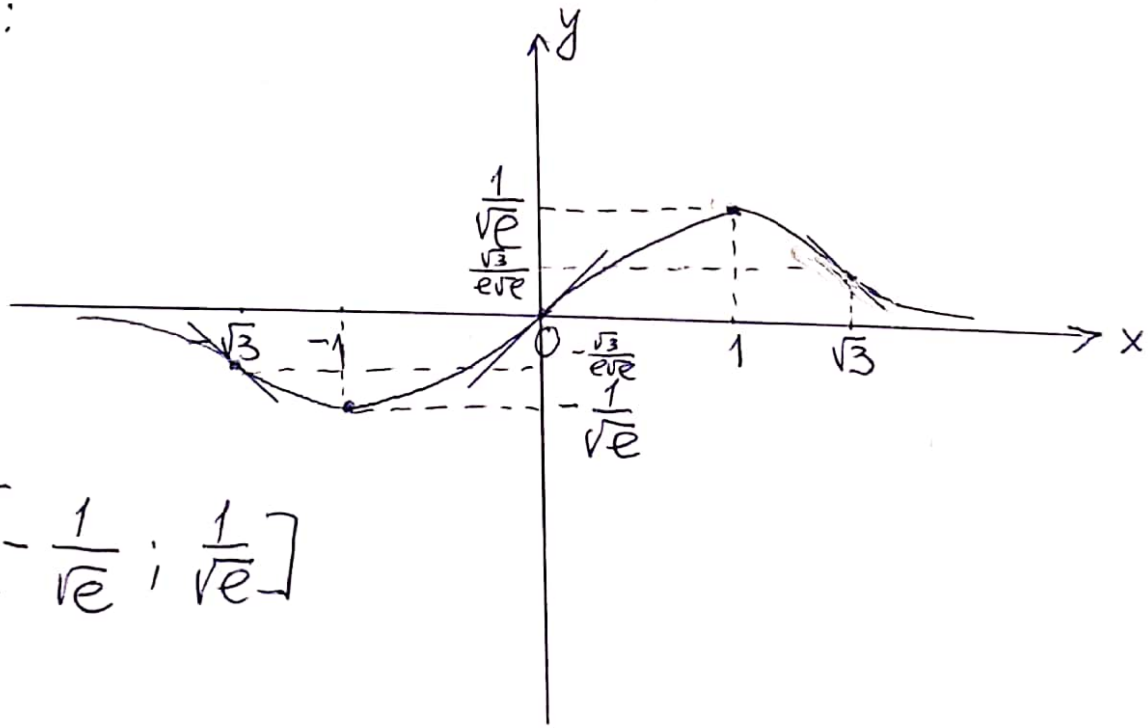
15. Касательные в точках перегиба: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$

$x = 0 \quad y'(0) = 1 \Rightarrow \boxed{y = x}$

$x = \pm\sqrt{3} \quad y'(\pm\sqrt{3}) = e^{-\frac{3}{2}}(1-3) = -2e^{-\frac{3}{2}} = \frac{-2}{e\sqrt{e}} \approx -0{,}4 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{ll} \text{при } x = \sqrt{3}: & y = -\frac{2}{e\sqrt{e}}(x - \sqrt{3}) + \frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}} \\ \text{при } x = -\sqrt{3}: & y = -\frac{2}{e\sqrt{e}}(x + \sqrt{3}) - \frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}} \end{array}}$$

16 График:



17. $E(y) = \left[-\frac{1}{\sqrt{e}}; \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$

В одной таблице:

<table>
<tr><td>x</td><td>$(-\infty;-\sqrt{3})$</td><td>$-\sqrt{3}$</td><td>$(-\sqrt{3};-1)$</td><td>-1</td><td>$(-1;0)$</td><td>0</td><td>$(0;1)$</td><td>1</td><td>$(1;\sqrt{3})$</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>$(\sqrt{3};+\infty)$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td colspan="3">$-$</td><td>0</td><td colspan="3">$+$</td><td>0</td><td colspan="3">$-$</td></tr>
<tr><td>y''</td><td>$-$</td><td>0</td><td colspan="3">$+$</td><td>0</td><td colspan="3">$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">y</td><td colspan="3">↘</td><td>$\frac{-1}{\sqrt{e}}$</td><td colspan="3">↗</td><td>$\frac{1}{\sqrt{e}}$</td><td colspan="3">↘</td></tr>
<tr><td>∩</td><td>$\frac{-\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}$</td><td colspan="2">∪</td><td>0</td><td colspan="2">∩</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}$</td><td>∪</td></tr>
</table>

$\boxed{\text{Д/З II: № 5.502}}$

Наибольшее и наименьшее значение непр. ф-ции $y(x)$

на отрезке $[a,b]$:

1) найти крит. точки ф-ции $y(x)$,
2) отобрать те крит. точки, которые $\in [a,b]$,
3) найти значение ф-ции в выбранных крит. точках и на концах $[a,b]$,
4) выбрать наибольшее и наименьшее значение.

на интервале (a,b):

(рас. частный случай)

если ф-я имеет на (a,b) одну точку экстремума:

x_{min}, | x_{max},

то в ней достигается

наименьшее | наибольшее

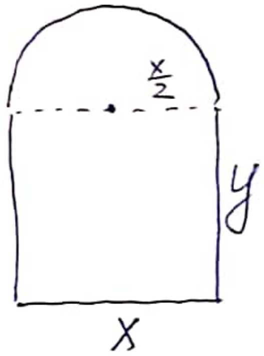
значение функции.

№ 5.427.

Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Задан периметр p этой фигуры.

При каких размерах x и y окно будет пропускать наибольшее кол-во света?

Д/З III: № 5.428



Решение.

1) Составим функцию для исслед.

$$S = xy + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 = xy + \frac{\pi}{8}x^2$$

Выразим S через одну неизвестную.

По усл. $p = x + 2y + \frac{2\pi \cdot \frac{x}{2}}{\cancel{2}} = x + 2y + \frac{\pi}{2}x = \frac{2+\pi}{2}x + 2y$

$$2y = p - \frac{2+\pi}{2}x$$

$$y = \frac{p}{2} - \frac{2+\pi}{4}x$$

Тогда $\boxed{S =} x\left(\frac{p}{2} - \frac{2+\pi}{4}x\right) + \frac{\pi}{8}x^2 = \frac{p}{2}x - \frac{2+\pi}{4}x^2 + \frac{\pi}{8}x^2 =$

$$= \frac{p}{2}x + \frac{x^2}{8}(\pi - 4 - 2\pi) = \boxed{\frac{p}{2}x - \frac{\pi+4}{8}x^2}$$

② 1) $D(S)$: 1. при $x=0 \Rightarrow p=2y$
2. при $y=0 \Rightarrow p=\frac{2+\pi}{2}x \Rightarrow x=\frac{2p}{2+\pi}$ $\Rightarrow x\in\left(0;\frac{2p}{2+\pi}\right)$

2) $S'(x)=\frac{p}{2}-\frac{\pi+4}{4}x=$

$D(S')=D(S)$

$S'(x)=0 \Leftrightarrow x\cdot\frac{\pi+4}{4}=\frac{p}{2}$ $\quad \boxed{x=\frac{2p}{\pi+4}}$

3) S': $+$ на $\left(0;\frac{2p}{\pi+4}\right)$, $-$ на $\left(\frac{2p}{\pi+4};\frac{2p}{2+\pi}\right)$ $\to x$

S: $0 \nearrow \frac{2p}{\pi+4} \searrow \frac{2p}{2+\pi}$

4) $x_{max}=\frac{2p}{\pi+4} \Rightarrow y_{max}=\frac{p}{2}-\frac{2+\pi}{\cancel{4}_{\,2}}\cdot\frac{\cancel{2}p}{\pi+4}=\frac{\cancel{\pi p}+4p-2p-\cancel{\pi p}}{2(\pi+4)}=\frac{p}{\pi+4}$

5) $x_{наиб.}=x_{max}$, $y_{наиб.}=y_{max}$

Ответ: $x=\frac{2p}{\pi+4}$; $y=\frac{p}{\pi+4}$.

Обсуждение (без производной) $S=-\frac{\pi+4}{8}x^2+\frac{p}{2}x$. График $S=S(x)$ парабола, ветви вниз, т.к. $-\frac{\pi+4}{8}<0$.

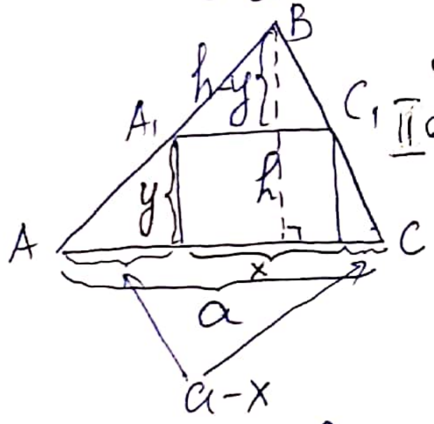
$\Rightarrow$ Наиб. значение $S(x)$ достигается в т.

$x_в=\frac{-b}{2a}=\frac{-\frac{p}{2}}{2\cdot\left(-\frac{\pi+4}{8}\right)}=\frac{p\cdot 8}{4(\pi+4)}=\frac{2p}{\pi+4}\in D(S)$. Тот же ответ.

№5.429.

В Δ-к с основанием a и высотой h вписан прямоугольник, основание которого лежит на основании Δ-ка, а две вершины – на боковых сторонах. Найти наибольшую площадь впис. прямоугольника.

Решение. 1 Составим функцию для исслед.



$S_{\square} = xy$. Выразим S через одну неизвестную.

II сп. $S_{\Delta} = \frac{ah}{2}$

$$S_{\Delta} = xy + \frac{x(h-y)}{2} + \frac{(a-x)y}{2} = xy + \frac{xh - xy + ay - xy}{2} =$$

$$= xy + \frac{xh + ay - 2xy}{2} = \cancel{xy} + \frac{xh+ay}{2} - \cancel{xy} = \frac{xh+ay}{2}$$

След., $ah = xh + ay$

$ay = ah - xh$

$y = \frac{ah - xh}{a} = \frac{(a-x)h}{a}$

I сп. $\Delta ABC \sim \Delta A_1BC_1 \Rightarrow \frac{h-y}{h} = \frac{x}{a} \Rightarrow$

$\Rightarrow h - y = \frac{hx}{a} \Rightarrow y = h - \frac{hx}{a} = \frac{h(a-x)}{a}$

Тогда $\boxed{S_{\square} =} \frac{x(a-x)h}{a} \boxed{= \frac{h}{a}(ax - x^2)}$

2 1) $D(S) = (0; a)$

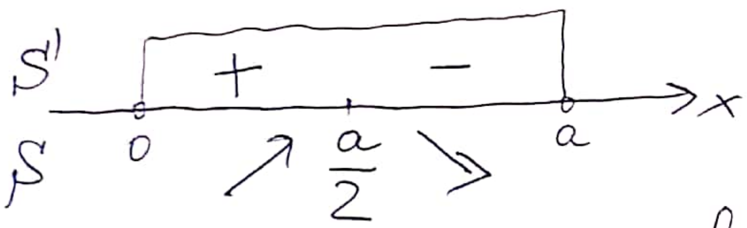
2) $S' = \frac{h}{a}(a-2x) = -\frac{2h}{a}\left(x-\frac{a}{2}\right)$

$D(S') = D(S)$

$S' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$

$\boxed{\text{Д/З IV № 5.431}}$.

3)



4) $x_{max} = \frac{a}{2} \Rightarrow S_{max} = \frac{h}{a}\left(a\cdot\frac{a}{2} - \frac{a^2}{4}\right) = \frac{ha^{\cancel{2}}}{\cancel{a}}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{ha}{4}$

5) $x_{наиб} = \frac{a}{2}$, $S_{наиб} = \frac{ha}{4}$. Ответ: $\frac{ha}{4}$.

Обсуждение. $S = -\frac{h}{a}x^2 + hx$. График — парабола, ветви вниз.

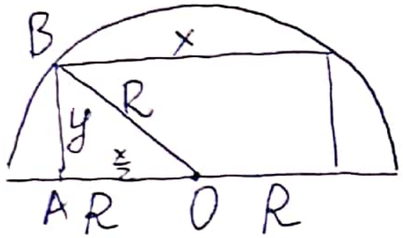
(без производной) Наиб. знач. S достиг. в т. $x_в = \frac{-b}{2a} = \frac{-h}{-2\cdot\frac{h}{a}} = \frac{a}{2} \in D(S)$.

Тот же ответ.

№ 5.436

В полукруг радиуса R вписан прямоугольник с наибольшей площадью. Определить его основание x и высоту y.

Решение.



① Составим функцию: $S_{\square} = xy$

Выразим S через одну неизвестную:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow y^2 = R^2 - \frac{x^2}{4} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = \pm\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}} \\ \text{но } y > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

(по т-ме Пифагора для △ OAB)

$$\Rightarrow y = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}}$$

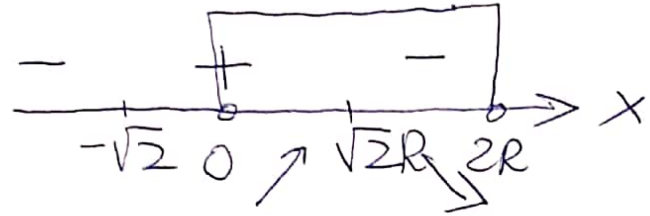
Тогда $S_{\square} = x\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}}$

② 1) $D(S) = (0; 2R)$

2) $$S'(x) = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}} + x \cdot \frac{-\frac{\cancel{2}x}{4}}{\cancel{2}\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}}} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}} - \frac{x^2}{4\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}}} = \frac{4\left(R^2 - \frac{x^2}{4}\right) - x^2}{4\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}}} =$$

$$= \frac{4R^2 - 2x^2}{4\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}}} = \frac{-2(x^2 - 2R^2)}{4\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}}} = \frac{-(x - \sqrt{2}R)(x + \sqrt{2}R)}{2\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4}}}$$

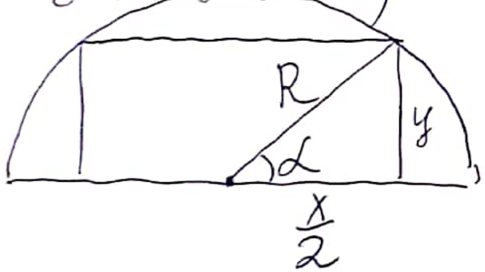
$D(S') = D(S)$ $\qquad S' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \boxed{x = \sqrt{2}R} \\ x = -\sqrt{2}R \notin D(S) \end{array}\right.$

3) 

4) $x_{max} = \sqrt{2}R \Rightarrow y_{max} = \sqrt{R^2 - \frac{(\sqrt{2}R)^2}{4}} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{2}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$

Ответ: $x = \sqrt{2}R,\ y = \frac{R}{\sqrt{2}}$

Обсуждение
(без производной)



$$\left.\begin{array}{l} y = R\sin\alpha \\ \frac{x}{2} = R\cos\alpha \Rightarrow x = 2R\cos\alpha \end{array}\right\} \Rightarrow S_{\square} = R^2 2\sin\alpha\cos\alpha = R^2\sin 2\alpha$$

$S_{\square}$ достигает наиб. значения при $\sin 2\alpha = 1$, т.е. $2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$.

$x = 2R\cos\frac{\pi}{4} = 2R\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}R$

$y = R\sin\frac{\pi}{4} = \frac{R}{\sqrt{2}}$.

$\boxed{\text{Д/З VI №5.437.}}$

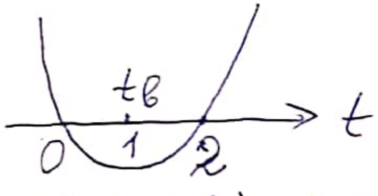
№ 5.525

Построить кривую, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = t^2 + 2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Решение.

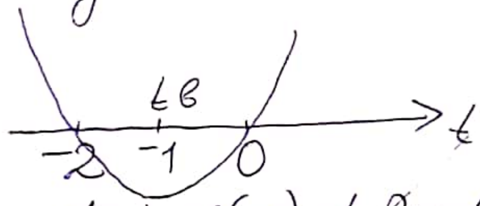
① $x = t^2 - 2t$



$x(t_в) = x(1) = 1 - 2 = -1$

$\Rightarrow x \in [-1; +\infty)$

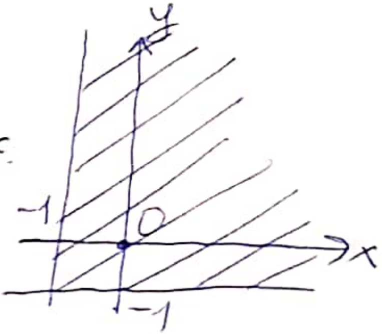
$y = t^2 + 2t$



$y(t_в) = y(-1) = 1 - 2 = -1$

$\Rightarrow y \in [-1; +\infty)$

$\Rightarrow$ Кривая располож. в угле:



Точка $O(0,0) \in$ кривой

Т. П с Ox: $t = -2 \Rightarrow x = 8, y = 0$

$t = 0 \Rightarrow x = 0, y = 0$

Т. П с Oy: $t = 2 \Rightarrow y = 8, x = 0$

$t = 0 \Rightarrow x = 0, y = 0$

② $$\left.\begin{aligned} x(-t) &= (-t)^2 - 2(-t) = t^2 + 2t = y(t) \\ y(-t) &= (-t)^2 + 2(-t) = t^2 - 2t = x(t) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$ $\boxed{\text{кривая симметр. отн. прямой } y = x}$

③ $x'(t) = 2t - 2 = 2(t-1)$

$x'(t)$: $-$ до $t=1$, $+$ после

$x(t)$: $\searrow$ 1 $\nearrow$

$x_{min}(t=1) = -1$

$\Downarrow$

$y(t=1) = 3$

$y'(t) = 2t + 2 = 2(t+1)$

$y'(t)$: $-$ до $t=-1$, $+$ после

$y(t)$: $\searrow$ -1 $\nearrow$

$y_{min}(t=-1) = -1$

$\Downarrow$

$x(t=-1) = 3$

④ $x''(t)=2$ $\qquad\qquad$ $y''(t)=2$

⑤ Из ③, ④ $\Rightarrow$ 1) $y'(x)=\dfrac{y'(t)}{x'(t)}=\dfrac{t+1}{t-1}$

$y'(x)$	+		−		+	$\to t$
$y(x)$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	1	$\nearrow$	

$D(y')$: $t\neq 1 \Rightarrow x\neq -1,\ y\neq 3$

В точке $(x,y)=(-1;3)$ график имеет вертик. касат.

$y'(x)=0 \iff t=-1 \Rightarrow x=3,\ y=-1.$

В точке $(x,y)=(3,-1)$ график имеет горизонт. касат.

2) $y''(x)=\dfrac{y''(t)x'(t)-y'(t)x''(t)}{(x'(t))^3}=\dfrac{2(2t-2)-(2t+2)2}{(2t-2)^3}=\dfrac{-1}{(t-1)^3}$

$y''(x)$	+		−	$\to t$
	$\smile$	1	$\frown$	

⑥ Асимптоты: $\underset{\text{только при таком стремлении } t}{\lim\limits_{t\to\infty}} \overbrace{(x^2(t)+y^2(t))}^{\rho^2(M,O)}=\infty \Rightarrow$ ас-ты возможны при $t\to\infty$.

1) вертик. $\quad y(t)\to+\infty$ при $t\to\pm\infty$,
но при $t\to\pm\infty$ $x(t)\to+\infty$ $\quad\Rightarrow$ нет

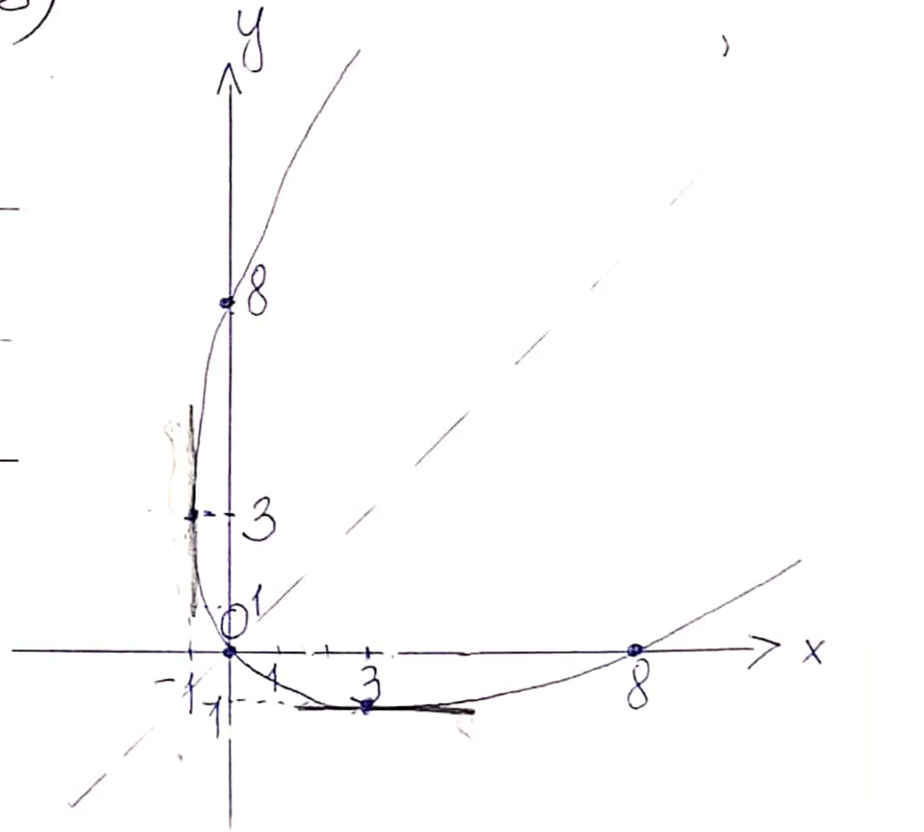
2) накл.

$k=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{y}{x}=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{t^2+2t}{t^2-2t}=1\ ;\ b=\lim\limits_{t\to\infty}(y-kx)=\lim\limits_{t\to\infty}((t^2+2t)-(t^2-2t))=\infty$

$\Rightarrow$ нет

7

t	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
x	$(3; +\infty)$	3	$(-1; 3)$	-1	$(-1; +\infty)$
y	$(-1; +\infty)$	-1	$(-1; 3)$	3	$(3; +\infty)$
$y'(x)$	$+$	0	$-$	∞	$+$
$y''(x)$	$+$	$\frac{1}{8}$	$+$	∞	$-$
$y(x)$	$\nearrow$	-1 т. мин	$\searrow$	3 т. возврата	$\nearrow$
	$\cup$		$\cup$	перегиба	$\cap$



Обсуждение
$$\begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = t^2 + 2t \end{cases}$$

$x + y = 2t^2$; $y - x = 4t \Rightarrow t = \frac{y-x}{4}$ подставим t в ур-е

Получим $\underbrace{x+y}_{y'} = \frac{1}{8}(\underbrace{y-x}_{x'})^2 \Rightarrow y' = \frac{1}{8}x'^2$ парабола в сист. к-т $O'x'y'$, где $O' = O$.