

И. В. Тищенко

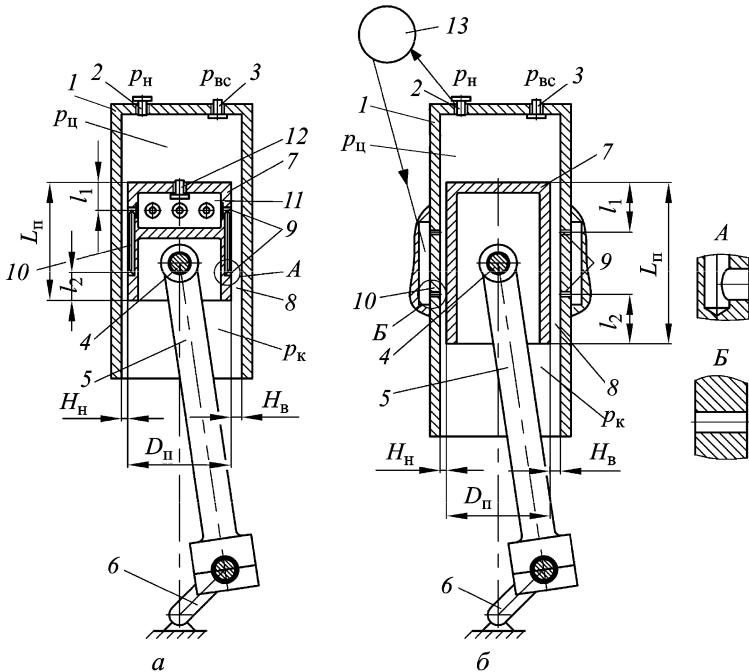
## ДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГАЗОВОГО ПОДВЕСА ПОРШНЯ БЕСКРЕЙЦКОПФНОГО ХОЛОДИЛЬНОГО КОМПРЕССОРА

*Разработана методика прогнозирования динамической неустойчивости газового подвеса поршня бескрейцкопфного холодильного компрессора.*

**E-mail: tishchenko@npo-nauka.ru**

**Ключевые слова:** холодильный поршневой компрессор, газовый подвес, динамическая неустойчивость.

Динамическая неустойчивость положения поршня в цилиндре при его газовом подвесе (рис. 1) (явление пневмомолота) проявляется в виде самовозбуждающихся колебаний поршня. Обычно неустойчивость такого типа наблюдается чаще всего в подшипниках с дросселями, выполненными в виде карманов и микроканалов, и крайне редко —



**Рис. 1. Конструктивная схема поршневой группы бескрейцкопфного компрессора с газовым подвесом поршня с тронковым поршнем и газовым подвесом с внутренним (а) и наружным (б) наддувом:**

1 — цилиндр; 2 — нагнетательный клапан; 3 — всасывающий клапан; 4 — поршневой палец; 5 — шатун; 6 — кривошип коленчатого вала; 7 — поршень; 8 — рабочий зазор; 9 — дроссели; 10 — каналы, сообщающие дроссели с источником газа для наддува (а — камерой, б — ресивером); 11 — камера в поршне; 12 — клапан в поршне; 13 — ресивер

в подшипниках без карманов. При случайном сближении поверхности поршня и цилиндра давление газа в кармане или микроканавке не успевает измениться в соответствии с изменением зазора, поэтому со стороны кармана или микроканавки будет действовать неуравновешенная внешней нагрузкой сила, которая вызовет движение поршня в направлении, противоположном первоначальному. После прохождения поршнем исходного положения и увеличения высоты зазора по сравнению с его высотой в равновесном положении давление в кармане станет меньше давления, необходимого для приведения поршня в равновесное состояние. Под действием внешней нагрузки поршень начнет приближаться к поверхности цилиндра, после чего весь колебательный процесс повторится. Роль внешней нагрузки помимо силы  $P_N$  играют карманы, расположенные диаметрально противоположно смещению, и самовозбуждающийся процесс усиливается.

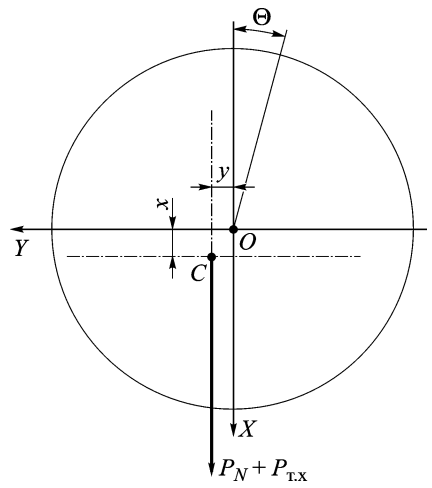
Явление пневмомолота может быть устранено ограничением глубины карманов, увеличением диаметров дросселей или давления подаваемого газа.

При проектировании поршневого компрессора с газовым подвесом необходимо провести проверку возможности возникновения явления пневмомолота, и если такое явление наблюдается, то скорректировать параметры газового подвеса. Общая нестационарная постановка задачи исследования пневматической неустойчивости газовых подвесов и пути ее решения подробно изложены в работах [1, 2], где в основу анализа динамики опоры положено распределение давления в газовом слое, описываемое нестационарным уравнением Рейнольдса. Это уравнение совместно с граничными условиями, условиями срачивания на поясах дросселей, уравнением динамики подвижного элемента образуют систему нелинейных дифференциальных уравнений. Линеаризуя полученную систему методом малых возмущений и численно ее решая, определяют границы пневматической неустойчивости газового подвеса в пространстве его основных параметров. Задача устойчивости для газового подвеса поршневого компрессора является несколько более сложной по сравнению с задачей устойчивости газовых подшипников турбомашин ввиду ее несимметричности.

Для решения этой задачи необходимо найти решение системы, состоящей из уравнения Рейнольдса и уравнений движения по осям  $X$  и  $Y$  (рис. 2).

Введем следующие обозначения:  $D_{\text{п}}$  — диаметр поршня, м;  $d_{\text{др}}$  — диаметр дросселя, м;  $H$  — радиальный зазор, м;  $H_0$  — радиальный зазор при концентрическом положении поршня в цилиндре, м;  $k$  — показатель изоэнтропы газа;  $L_{\text{п}}$  — высота поршня, м;  $l_1, l_2$  — расстояния от дросселей до торцев поршня, м;  $m_{\text{п}}$  — масса поршня, кг;  $N_{\text{др}}$  — число дросселей в ряду наддува;  $p$  — давление газа, Па;  $p_s$  — давление газа, наддуваемого в зазор между поршнем и цилиндром, Па;  $p_k$  — давление

газа в камере компрессора, Па;  $P_N$  — нормальная сила, действующая на поршень со стороны механизма движения, Н;  $P_{TX}$  — проекция силы тяжести на ось  $X$ , Н;  $R_T$  — газовая постоянная, Дж/(кг·К);  $R_{п}$  — радиус поршня, м;  $T_s$  — температура наддуваемого газа, К;  $T_{з,ср}$  — средняя температура газа в зазоре, К;  $t$  — время, с;  $x, y, z$  — линейные координаты, м;  $Z_s$  — коэффициент сжимаемости газа при параметрах наддува;  $Z_T$  — коэффициент сжимаемости газа при средней температуре газа в зазоре;  $\varepsilon$  — относительный эксцентриситет положения поршня в цилиндре;  $\xi_{др}$  — коэффициент расхода дросселя;  $\mu$  — динамическая (абсолютная) вязкость газа, Па·с;  $\theta$  — угловая координата в опоре, отсчитываемая от минимального зазора по часовой стрелке, градус;  $\zeta$  — относительная линейная координата, отсчитываемая от верхнего торца поршня;  $\rho$  — плотность газа, кг/м<sup>3</sup>;  $\sigma$  — число сжимаемости опоры;  $\Omega$  — относительная циклическая частота при пневмомолоте;  $\omega$  — угловая скорость вращения коленчатого вала, рад/с;  $\omega_{пм}$  — циклическая частота колебаний при пневмомолоте, рад/с;  $\omega_{с.к}$  — циклическая частота собственных колебаний поршня на газовом смазочном слое, рад/с.



**Рис. 2.** Система координат уравнения движения при нестационарном процессе

Уравнение Рейнольдса для нестационарного процесса имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( p H^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( p H^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12 \mu \frac{\partial (p H)}{\partial t}. \quad (1)$$

Заменим в уравнении (1)  $x = R_{п} \theta$  и приведем это уравнение к безразмерному виду

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{p} \bar{H}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{R_{п}}{L_{п}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \bar{p} \bar{H}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \zeta} \right) = \sigma \frac{\partial (\bar{p} \bar{H})}{\partial \tau}, \quad (2)$$

где  $\bar{p} = p/p_s$ ,  $\bar{H} = H/H_0$ ,  $\zeta = z/L_{п}$ ,  $\tau = t/t_x$ ;  $\lambda_{пор} = (R_{п}/L_{п})^2$ ,  $\sigma = \frac{12 \mu R_{п}^2}{p_s H_0^2 t_x}$ ,  $t_x = 2\pi/\omega_{с.к}$ .

Уравнения движения имеют следующий вид:

$$m_{п} \frac{d^2 x}{dt^2} = 2 R_{п} \left( \int_0^{2\pi} \int_0^{l_1} p \cos \theta d\theta dz + \right.$$

$$+ \int_0^{2\pi} \int_0^{l_2} p \cos \theta d\theta dz + \int_0^{2\pi} \int_0^{L_n - l_1 - l_2} p \cos \theta d\theta dz \Big) + P_N + P_{r,X}; \quad (3)$$

$$m_n \frac{d^2 y}{dt^2} = 2R_n \left( \int_0^{2\pi} \int_0^{l_1} p \sin \theta d\theta dz + \int_0^{2\pi} \int_0^{l_2} p \sin \theta d\theta dz + \int_0^{2\pi} \int_0^{L_n - l_1 - l_2} p \sin \theta d\theta dz \right). \quad (4)$$

Приведем уравнения (3), (4) к безразмерному виду

$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} = \frac{2R_n p_s L_n t_x^2}{m_n H_0} \left( \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{l_1}{L_n}} p \cos \theta d\theta d\zeta + \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{l_2}{L_n}} p \cos \theta d\theta d\zeta + \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{L_n - l_1 - l_2}{L_n}} p \cos \theta d\theta d\zeta \right) + \frac{(P_N + P_{r,X}) t_x^2}{m_n H_0}; \quad (5)$$

$$\frac{d^2 Y}{d\tau^2} = \frac{2R_n p_s L_n t_x^2}{m_n H_0} \left( \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{l_1}{L_n}} p \sin \theta d\theta d\zeta + \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{l_2}{L_n}} p \sin \theta d\theta d\zeta + \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{L_n - l_1 - l_2}{L_n}} p \sin \theta d\theta d\zeta \right), \quad (6)$$

где  $X = x/H_0$ ;  $Y = y/H_0$ .

Совокупность уравнений (1)–(6) – полное математическое описание процесса движения поршня в цилиндре на газовом слое.

Задачу о движении поршня решают в два этапа.

1. Определяют стационарные решения (положения равновесия).
2. Исследуют устойчивость стационарных решений (устойчивость положений равновесия).

Первый этап решения описан в работе [3].

Будем решать вторую задачу с помощью метода малых возмущений [2] с последующим применением численных методов для определения области устойчивости.

Рассмотрим идеализированную задачу об устойчивости равновесного положения поршня, в цилиндре которого отсутствуют погреш-

ности формы. При заданной геометрии подвеса и заданных значениях нагрузки находят равновесное решение. Этому решению отвечают вполне определенные равновесные положения поршня в цилиндре в течение оборота коленчатого вала и закон распределения давления в смазочном слое. Соответствующие численные значения безразмерных параметров имеют индекс “ $p$ ”:

$$X = X_p; \quad Y = Y_p; \quad \bar{p} = \bar{p}_p(\theta, \zeta). \quad (7)$$

Придадим поршню малое отклонение от положения равновесия. Поскольку при этом нарушается равновесие между силой  $P_N$  и реакцией газового слоя, то поршень начнет двигаться по некоторой траектории, которая может быть определена численным интегрированием системы уравнений.

Рассмотрим движение поршня, выведенного из положения равновесия (см. рис. 2). Переменные координаты точки  $C$  выразим через малые возмущения равновесных координат:

$$X(\tau) = X_0 + \delta X(\tau); \quad (8)$$

$$Y(\tau) = Y_0 + \delta Y(\tau). \quad (9)$$

Функция давления в смазочном слое и относительный зазор имеют вид

$$\bar{p}(\theta, \zeta, \tau) = \bar{p}_p(\theta, \zeta) + \delta \bar{p}(\theta, \zeta, \tau); \quad (10)$$

$$\bar{H}(\theta, \tau) = \bar{H}_p(\theta) + \delta \bar{H}(\theta, \tau), \quad (11)$$

где

$$\delta \bar{H}(\theta, \tau) = -\delta X(\tau) \cos \theta - \delta Y(\tau) \sin \theta; \quad (12)$$

$$\delta X(\tau) = X_1 e^{b\tau}; \quad \delta Y(\tau) = Y_1 e^{b\tau}; \quad (13)$$

$$\delta \bar{H} = -(X_1 \cos \theta + Y_1 \sin \theta) e^{b\tau}; \quad (14)$$

$$\delta \bar{p} = (p_1 X_1 + p_2 Y_1) e^{b\tau}; \quad (15)$$

$b = a + i\Omega$ , так как  $e^{i\Omega\tau} = \cos \Omega\tau + i \sin \Omega\tau$  – периодическая функция.

Подставим выражения (8)–(11) в систему (1), (5)–(6), полагая  $\delta X$ ,  $\delta Y$ ,  $\delta \bar{H}$  и  $\delta \bar{p}$ , а также их производные малыми по сравнению с равновесными значениями этих параметров; отбросим члены с произведениями малых величин или их степенями как величины высшего порядка малости. Тогда после преобразований получаем (безразмерное время при преобразованиях исключается) уравнение (1), имеющее следующий вид:

$$\begin{aligned} & (p''_{1\theta} + f_{0\zeta} p''_{1\zeta} + f_{1\theta} p'_{1\theta} + f_{1\zeta} p'_{1\zeta} + f_{3\theta} p_1 + f_{3\zeta} p_1 + f_{5\theta} + f_{5\zeta} + f_{7\theta} + f_{7\zeta} + \\ & + f_9) X_1 + (p''_{2\theta} + f_{0x\zeta} p''_{2\zeta} + f_{2\theta} p'_{2\theta} + f_{2\zeta} p'_{2\zeta} + f_{4\theta} p_2 + f_{4\zeta} p_2 + f_{6\theta} + f_{6\zeta} + \\ & + f_{8\theta} + f_{8\zeta} + f_{10}) Y_1 = (bf_{11} p_1 + bf_{13}) X_1 + (bf_{12} p_2 + bf_{14}) Y_1, \quad (16) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 f_{0\zeta} &= \lambda_{\text{пор}}; & f_{1\theta} &= f_{2\theta} = \frac{2\bar{p}'_{p\theta}}{\bar{p}_p}; & f_{1\zeta} &= f_{2\zeta} = \frac{2\bar{p}'_{p\zeta}}{\bar{p}_p} \lambda_{\text{пор}}; \\
 f_{3\theta} &= f_{4\theta} = \frac{\bar{p}''_{p\theta}}{\bar{p}_p}; & f_{3\zeta} &= f_{4\zeta} = \frac{\bar{p}''_{p\zeta}}{\bar{p}_p} \lambda_{\text{пор}}; & f_{5\theta} &= -3(\bar{p}_p^2)''_{\theta} \cos \theta; \\
 f_{5\zeta} &= -3(\bar{p}_p^2)''_{\zeta} \lambda_{\text{пор}} \cos \theta; & f_{6\theta} &= -3(\bar{p}_p^2)''_{\theta} \sin \theta; & f_{6\zeta} &= -3(\bar{p}_p^2)''_{\zeta} \lambda_{\text{пор}} \sin \theta; \\
 f_{7\theta} &= -\frac{3(\bar{p}'_{p\theta})^2}{\bar{p}_p} \cos \theta; & f_{7\zeta} &= -\frac{3(\bar{p}'_{p\zeta})^2}{\bar{p}_p} \lambda_{\text{пор}} \cos \theta; \\
 f_{8\theta} &= -\frac{3(\bar{p}'_{p\theta})^2}{\bar{p}_p} \sin \theta; & f_{8\zeta} &= -\frac{3(\bar{p}'_{p\zeta})^2}{\bar{p}_p} \lambda_{\text{пор}} \sin \theta; \\
 f_9 &= -3\bar{p}'_{p\theta} \sin \theta; & f_{10} &= -3\bar{p}'_{p\theta} \cos \theta; & f_{11} &= f_{12} = \frac{\Lambda}{\bar{p}_p}; & f_{13} &= -\Lambda \cos \theta; \\
 f_{14} &= -\Lambda \sin \theta; & \Lambda &= \frac{3\mu R_n^2 \omega}{\pi p_s H_0^2}; & f_5 &= f_{5\theta} + f_{5\zeta} + f_{7\theta} + f_{7\zeta} + f_9; \\
 & & & & f_6 &= f_{6\theta} + f_{6\zeta} + f_{8\theta} + f_{8\zeta} + f_{10}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Поскольку уравнение (16) должно обращаться в тождество при любых не равных нулю значениях постоянных  $X_1$  и  $Y_1$ , которые определяются начальными условиями, то должны обращаться в нуль и коэффициенты при этих постоянных. Поэтому уравнение (16) распадается на два выражения, служащие для определения неизвестных функций  $p_1$  и  $p_2$ :

$$\begin{aligned}
 p''_{1\theta} + f_{0\zeta} p''_{1\zeta} + f_{1\theta} p'_{1\theta} + f_{1\zeta} p'_{1\zeta} + f_{3\theta} p_1 + f_{3\zeta} p_1 + f_5 &= \\
 &= b f_{11} p_1 + b f_{13}; \tag{18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p''_{2\theta} + f_{0x\zeta} p''_{2\zeta} + f_{2\theta} p'_{2\theta} + f_{2\zeta} p'_{2\zeta} + f_{4\theta} p_2 + f_{4\zeta} p_2 + f_{6\theta} \zeta &= \\
 &= b f_{12} p_2 + b f_{14}. \tag{19}
 \end{aligned}$$

Третьим неизвестным является комплексное число  $b$ . Оно определяется из уравнений (5), (6), принимающих вид системы алгебраических уравнений после подстановки всех малых отклонений:

$$X_1(A_{11} - b^2) + A_{12}Y_1 = 0; \tag{20}$$

$$X_1A_{21} + (A_{22} - b^2)Y_1 = 0. \tag{21}$$

Чтобы данная система имела решение, ее определитель должен быть равен нулю:

$$\begin{vmatrix} A_{11} - b^2 & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} - b^2 \end{vmatrix} = (A_{11} - b^2)(A_{22} - b^2) - A_{21}A_{12} = 0, \tag{22}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= B \int_0^{2\pi} \int_0^1 p_1 \cos \theta d\theta d\zeta; & A_{12} &= B \int_0^{2\pi} \int_0^1 p_2 \cos \theta d\theta d\zeta; \\
 A_{21} &= B \int_0^{2\pi} \int_0^1 p_1 \sin \theta d\theta d\zeta; & A_{22} &= B \int_0^{2\pi} \int_0^1 p_2 \sin \theta d\theta d\zeta; \quad (23)
 \end{aligned}$$

$B$  — критерий устойчивости.

Уравнение (22) может быть решено после определения из уравнений (18) и (19) функции  $p_1$  и  $p_2$ . Систему уравнений (18)–(19), (22) невозможно решить аналитически и ее решают численно, подбирая  $b$  методом проб. Задача упрощается тем, что ее конечной целью является определение порога устойчивости, т.е. значения критерия устойчивости  $B$ , который при данных  $\Lambda$  и  $\varepsilon$  обеспечивает движение точки  $C$  в линейном приближении по замкнутой орбите. Искомый корень уравнения (22) в общем случае представляет собой комплексное число  $b = a + i\Omega$ . Знак его действительной части  $a$  определяет вид траектории движения центра поршня. Если  $a > 0$ , то спираль разворачивается, т.е. движение неустойчиво, при  $a < 0$  спираль свертывается и движение устойчиво. На пороге устойчивости  $a = 0$ , и поэтому остается только найти методом проб мнимую величину  $b_p = i\Omega$ . Подстановка пробного значения  $\Omega$  в уравнения (18) и (19) дает возможность вычислить неизвестные функции  $p_1$  и  $p_2$ . Поскольку эти уравнения имеют комплексные коэффициенты, то функции  $p_1$  и  $p_2$  будут тоже комплексными:

$$p_1 = p_{1R} + ip_{1N}; \quad p_2 = p_{2R} + ip_{2N}. \quad (24)$$

После подстановки формул (24) в уравнения (18) и (19) и разделения действительных и мнимых членов получаем

$$\begin{aligned}
 p''_{1R\theta} + f_{0\zeta} p''_{1R\zeta} + f_{1\theta} p'_{1R\theta} + f_{1\zeta} p'_{1R\zeta} + f_{3\theta} p_{1R} + f_{3\zeta} p_{1R} + f_5 = \\
 = -\Omega f_{11} p_{1N}; \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p''_{1N\theta} + f_{0\zeta} p''_{1N\zeta} + f_{1\theta} p'_{1N\theta} + f_{1\zeta} p'_{1N\zeta} + f_{3\theta} p_{1N} + f_{3\zeta} p_{1N} = \\
 = -\Omega f_{13} + \Omega f_{11} p_{1R}; \quad (26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p''_{2R\theta} + f_{0\zeta} p''_{2R\zeta} + f_{2\theta} p''_{2R\theta} + f_{2\zeta} p''_{2R\zeta} + f_{4\theta} p_{2R} + f_{4\zeta} p_{2R} + f_6 = \\
 = -\Omega f_{12} p_{2N}; \quad (27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p''_{2N\theta} + f_{0\zeta} p''_{2N\zeta} + f_{2\theta} p''_{2N\theta} + f_{2\zeta} p''_{2N\zeta} + f_{4\theta} p_{2N} + f_{4\zeta} p_{2N} = \\
 = \Omega f_{14} + \Omega f_{12} p_{2R}; \quad (28)
 \end{aligned}$$

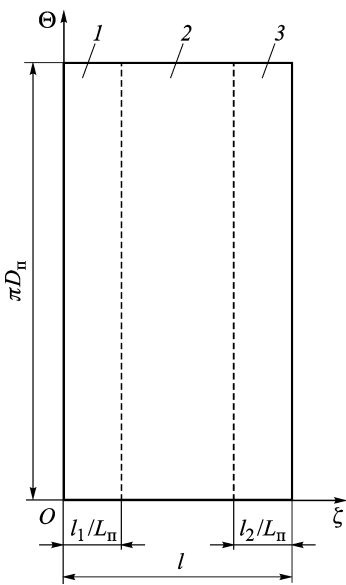


Рис. 3. Расчетная схема газового подвеса

$$A_{11} = B(J_R + iJ_N); \quad A_{12} = B(L_R + iL_N); \\ A_{21} = B(I_R + iI_N); \quad A_{22} = B(K_R + iK_N).$$

В итоге имеем две системы уравнений: (25)–(26) и (26)–(27) для определения  $p_{1R}$ ,  $p_{1N}$ ,  $p_{2R}$ ,  $p_{2N}$ .

Рассмотрим условия срачивания областей 1 и 2, 2 и 3 (рис. 3).

Заменим каждый из двух рядов наддува эквивалентной по расходу линией наддува. Рассмотрим баланс расхода газа над элементарным отрезком линии наддува. При установившемся режиме смазки приток массы газа  $\Delta G$  из элементарного отрезка линии  $\frac{D_\pi}{2} \Delta \theta$  должен равняться сумме расходов смазки  $\Delta G_I$  и  $\Delta G_{II}$  в обе стороны от линии наддува, расположенной на координате  $\frac{l_1}{L_\pi}$ . Сумма  $\Delta G_I + \Delta G_{II}$  представляется как

$$\frac{D_\pi}{2} \Delta \theta \left[ \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=l_1-0} + \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=l_1+0} \right] \frac{H^3}{12\mu} \rho \Big|_{z=l_1} = \Delta G. \quad (29)$$

Расход  $\Delta G$  для докритического истечения газа

$$\Delta G = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p^{2/k} - p^{(k+1)/k}}{Z_s R_\Gamma T_s}} \pi d_{др} H N_{др} \xi_{др} \frac{\Delta \theta}{2\pi}. \quad (30)$$

Расход  $\Delta G$  для закритического истечения газа

$$\Delta G = \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{1}{Z_s R_\Gamma T_s}} \pi d_{др} H N_{др} \xi_{др} \frac{\Delta \theta}{2\pi}; \quad (31)$$

$$\rho \Big|_{\zeta=l_1/L_\pi} = \rho_{m1} = \frac{p_{m1}}{Z_\Gamma R_\Gamma T_{3,сп}}. \quad (32)$$

Приравниваем выражения (29) и (30), (29) и (31) и приведем их к безразмерному виду. В результате получим следующие выражения:

$$\bar{H}^2 \left[ \frac{\partial \bar{p}}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=l_1/L_\pi-0} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=l_1/L_\pi+0} \right] = \\ = \frac{12\mu_t d_{др} N_{др} \xi_{др} Z_\Gamma R_\Gamma T_{3,сп} L_\pi}{D_\pi H_0^2 p_s \sqrt{Z_s R_\Gamma T_s}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}} \sqrt{p^{(2-2k)/k} - p^{(1-k)/k}}; \quad (33)$$

$$\overline{H}^2 \left[ \frac{\partial \overline{p}}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=l_1/L_n-0} - \frac{\partial \overline{p}}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=l_1/L_n+0} \right] = \frac{12\mu_t d_{др} N_{др} \xi_{др} Z_r R_r T_{3,ср} L_{\Pi}}{D_{\Pi} H_0^2 p_s \sqrt{Z_s R_r T_s}} \times \\ \times \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{1}{\overline{p}}} \quad (34)$$

Введем новые обозначения:

$$m_{дкр} = \frac{12\mu_t d_{др} N_{др} \xi_{др} Z_r R_r T_{3,ср} L_{\Pi}}{D_{\Pi} H_0^2 p_s \sqrt{Z_s R_r T_s}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}}; \quad (35)$$

$$m_{зкр} = \frac{12\mu_t d_{др} N_{др} \xi_{др} Z_r R_r T_{3,ср} L_{\Pi}}{D_{\Pi} H_0^2 p_s \sqrt{Z_s R_r T_s}} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}; \quad (36)$$

$$\varphi_{д.кр} = \sqrt{\overline{p}^{(2-2k)/k} - \overline{p}^{(1-k)/k}}; \quad (37)$$

$$\varphi_{зкр} = \frac{1}{\overline{p}}. \quad (38)$$

Дадим малые возмущения  $\delta \overline{p}$ ,  $\delta \overline{H}$ . Тогда

$$\varphi_{дкр}(\overline{p}_p + \delta \overline{p}) = \varphi_{дкр.p} + \left( \frac{\partial \varphi_{д.кр}}{\partial \overline{p}} \right)_p \delta \overline{p}; \\ \varphi_{зкр}(\overline{p}_p + \delta \overline{p}) = \varphi_{зкр.p} + \left( \frac{\partial \varphi_{з.кр}}{\partial \overline{p}} \right)_p \delta \overline{p}.$$

После преобразований получаем следующее выражение:

$$\left[ \overline{H}_p^2 \left[ \frac{\partial p_1}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_n}-0} - \frac{\partial p_1}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_n}+0} \right] + 2\overline{H}_p \left[ \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_n}-0} - \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_n}+0} \right] \right] \times \\ \times (-\cos \theta) - m_{дкр} \left( \frac{\partial \varphi_{дкр}}{\partial \overline{p}} \right)_p p_1 X_1 + \left[ \overline{H}_p^2 \left[ \frac{\partial p_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_n}-0} - \frac{\partial p_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_n}+0} \right] + \right. \\ \left. + 2\overline{H}_p \left[ \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_n}-0} - \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_n}+0} \right] (-\sin \theta) - m_{дкр} \left( \frac{\partial \varphi_{дкр}}{\partial \overline{p}} \right)_p p_2 \right] Y_1 = 0. \quad (39)$$

Поскольку это уравнение должно обращаться в тождество при любых не равных нулю значениях постоянных  $X_1$  и  $Y_1$ , которые определяются начальными условиями, то должны обращаться в нуль и коэффициенты при этих постоянных. Поэтому уравнение (39) распадается

на два выражения, служащие для определения неизвестных функций  $p_1$  и  $p_2$ . Для  $\zeta = l_1/L_{II}$  получаем

$$\begin{aligned} \overline{H}_p^2 \left[ \frac{\partial p_1}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_{II}}-0} - \frac{\partial p_1}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_{II}}+0} \right] + 2\overline{H}_p \left[ \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_{II}}-0} - \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_{II}}+0} \right] \times \\ \times (-\cos \theta) - m_{\text{дкр}} \left( \frac{\partial \varphi_{\text{дкр}}}{\partial \overline{p}} \right)_p p_1 = 0; \quad (40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{H}_p^2 \left[ \frac{\partial p_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_{II}}-0} - \frac{\partial p_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_{II}}+0} \right] + 2\overline{H}_p \left[ \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_{II}}-0} - \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\frac{l_1}{L_{II}}+0} \right] \times \\ \times (-\sin \theta) - m_{\text{дкр}} \left( \frac{\partial \varphi_{\text{дкр}}}{\partial \overline{p}} \right)_p p_2 = 0. \quad (41) \end{aligned}$$

Для  $\zeta = 1 - l_2/L_{II} -$

$$\begin{aligned} \overline{H}_p^2 \left[ \frac{\partial p_1}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1-\frac{l_2}{L_{II}}-0} - \frac{\partial p_1}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1-\frac{l_2}{L_{II}}+0} \right] + \\ + 2\overline{H}_p \left[ \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1-\frac{l_2}{L_{II}}-0} - \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1-\frac{l_2}{L_{II}}+0} \right] \times \\ \times (-\cos \theta) - m_{\text{дкр}} \left( \frac{\partial \varphi_{\text{дкр}}}{\partial \overline{p}} \right)_p p_1 = 0; \quad (42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{H}_p^2 \left[ \frac{\partial p_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1-\frac{l_2}{L_{II}}-0} - \frac{\partial p_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1-\frac{l_2}{L_{II}}+0} \right] + \\ + 2\overline{H}_p \left[ \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1-\frac{l_2}{L_{II}}-0} - \frac{\partial \overline{p}_p}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1-\frac{l_2}{L_{II}}+0} \right] \times \\ \times (-\sin \theta) - m_{\text{дкр}} \left( \frac{\partial \varphi_{\text{дкр}}}{\partial \overline{p}} \right)_p p_2 = 0. \quad (43) \end{aligned}$$

В случае закритического истечения в уравнения подставляются  $m_{\text{зкр}}$  и  $\varphi_{\text{зкр}}$ .

Уравнения (40)–(43) и будут условиями сращивания на границах областей 1, 2 и 2, 3. Эти уравнения имеют только действительную часть.

Граничные условия для систем уравнений (25)–(26), (27)–(28) следующие:

$$p_{1R} \Big|_{\zeta=0} = 0;$$

$$p_{1N} \Big|_{\zeta=0} = 0;$$

$$p_{1R} \Big|_{\zeta=1} = 0;$$

$$\begin{aligned}
p_{1N} |_{\zeta=1} &= 0; \\
p_{1R} |_{\theta=0} &= p_{1R} |_{\theta=2\pi}; \\
p_{1N} |_{\theta=0} &= p_{1N} |_{\theta=2\pi}; \\
p'_{1R\theta} |_{\theta=0} &= p'_{1R\theta} |_{\theta=2\pi}; \\
p'_{1N\theta} |_{\theta=0} &= p'_{1N\theta} |_{\theta=2\pi}. \tag{44} \\
p_{2R} |_{\zeta=0} &= 0; \\
p_{2N} |_{\zeta=0} &= 0; \\
p_{2R} |_{\zeta=1} &= 0; \\
p_{2N} |_{\zeta=1} &= 0; \\
p_{2R} |_{\theta=0} &= p_{2R} |_{\theta=2\pi}; \\
p_{2N} |_{\theta=0} &= p_{2N} |_{\theta=2\pi}; \\
p'_{2R\theta} |_{\theta=0} &= p'_{2R\theta} |_{\theta=2\pi}; \\
p'_{2N\theta} |_{\theta=0} &= p'_{2N\theta} |_{\theta=2\pi}. \tag{45}
\end{aligned}$$

После нахождения решений систем уравнений (25)–(26), (27)–(28) необходимо решить уравнение (22), которое также распадается на два уравнения относительно действительной и мнимой частей:

$$\Omega^4 + B(J_R + K_R)\Omega^2 + B^2(J_R K_R - J_N K_N - I_R L_R + I_N L_N) = 0; \tag{46}$$

$$\Omega^2 B(J_N + K_N) + B^2(J_R K_N + J_N K_R - I_R L_N - I_N L_R) = 0. \tag{47}$$

Интегралы (23) рассчитываются по методу Симпсона [4]:

$$I = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy;$$

$$\begin{aligned}
I &= \frac{\zeta v}{9} (f(x_0, y_0) + f(x_2, y_0) + f(x_0, y_2) + f(x_2, y_2) + \\
&+ 4(f(x_1, y_0) + f(x_0, y_1) + f(x_2, y_1) + f(x_1, y_2)) + 16f(x_1, y_1)), \tag{48}
\end{aligned}$$

где  $f(x, y)$  – подынтегральная функция;  $\zeta, v$  – шаги интегрирования;  $a, b, c, d$  – границы интегрирования.

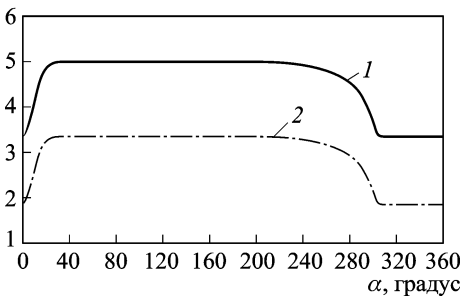
Из системы уравнений (46)–(47) находят значение

$$\Omega = \frac{\omega_{\text{пм}}}{\omega_{\text{с.к}}}. \tag{49}$$

Тогда циклическая частота колебаний, при которой наступает явление пневмомолота,

$$\omega_{\text{пм}} = \Omega \omega_{\text{с.к}}. \tag{50}$$

$\omega_{\text{пм}} \cdot 10^{-4}; \omega_{\text{ск}} \cdot 10^{-4}, \text{с}^{-1}$



**Рис. 4.** Зависимость собственной частоты колебаний поршня на газовом смазочном слое и частоты возникновения явления пневмомолота от угла п.к.в (хладагент R22;  $p_k = 0,3$  МПа;  $d_{\text{др}} = 0,4$  мм;  $N_{\text{др}} = 8$ ;  $D_{\text{п}} = 50$  мм;  $L_{\text{п}} = 100$  мм;  $L_{\text{п}}/l_i = 3$ ;  $\varepsilon = 0,5$ ;  $p_s = 1,2$  МПа;  $H_0 = 20$  мкм): 1 – частота возникновения явления пневмомолота; 2 – частота собственных колебаний поршня

Программа расчета была выполнена на языке программирования Borland Delphi.

На рис. 4 приведены результаты расчета циклической частоты колебаний поршня при возникновении явления пневмомолота.

Расчетная зависимость показывает, что запас по частоте возникновения явления пневмомолота достаточно невелик и составляет примерно 1,5...1,7 по отношению к собственной частоте колебаний поршня на газовом слое.

Были рассмотрены и другие соотношения параметров подвеса, которые тоже дали запас 1,4...2 по циклической частоте возникновения явления пневмомолота. В связи с этим можно сделать вывод, чем выше жесткость подвеса, тем больше вероятность достижения явления пневмомолота. Большая вероятность возникновения явления пневмомолота существует для подвеса с дросселями с карманами. Поэтому следует проводить расчет данной величины, чтобы убедиться в устойчивости подвеса, иначе возрастет амплитуда колебаний поршня и произойдет касание цилиндра.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г р у д с к а я Е. Г. Исследование устойчивости газовых подвесов // Машиноведение. – 1981. – № 2. – С. 93–99.
2. Ш е й н б е р г С. А., Ж е д ь В. П., Ш и ш е е в М. Д. Опоры скольжения с газовой смазкой. – М.: Машиностроение, 1979. – 336 с.
3. Т и щ е н к о И. В., П е ш т и Ю. В. Анализ характеристик газового подвеса поршня в цилиндре холодильного компрессора // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Машиностроение. – 2005. – Спец. выпуск. “Холодильная и криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения” – С. 166–179.
4. С а м а р с к и й А. А., Г у л и н А. В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

Статья поступила в редакцию 1.07.2010