



*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования*

«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

Проектирование элементов колесных машин из композиционных материалов

Лекция 5

«Прочность полимерных композиционных материалов»

Составил доцент кафедры «Колесные машины», к.т.н.

Карташов Александр Борисович



5.1 Характеристика дефектов структур. Качественная картина разрушения композита

Для реальных композиций характерны две группы дефектов:

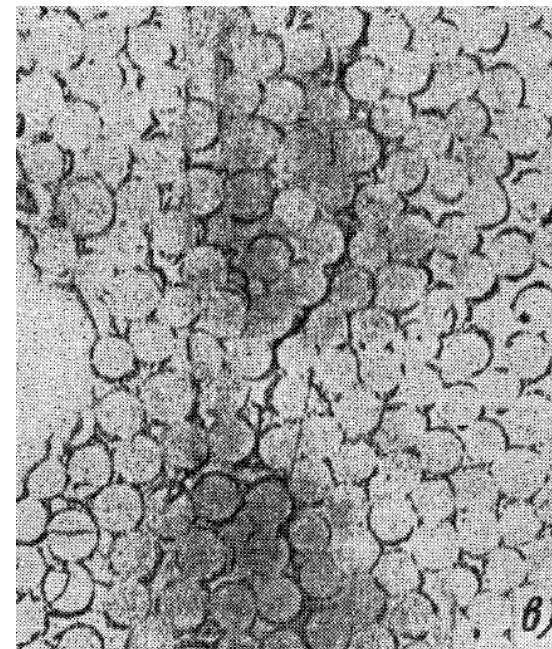
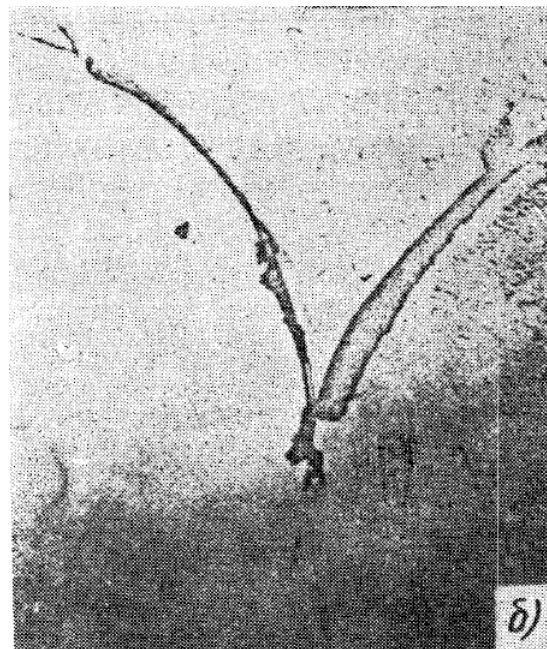
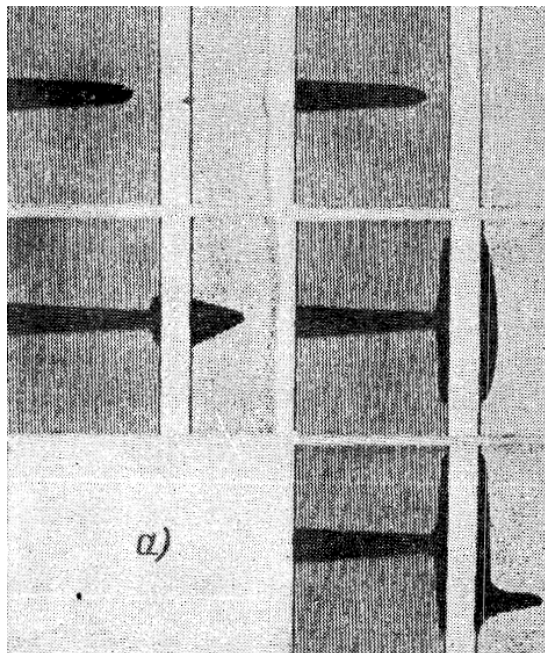
- дефекты возле концов волокон в материалах, армированных короткими волокнами, или в местах разрывов, возникших после нагружения;

- дефекты, связанные с нарушением монолитности полимерной матрицы

- риски на поверхности;
- газовые включения;
- начальная изогнутость волокон;
- местные трещины у концов армирующих волокон;
- участки с нарушением адгезионной связи;
- трещины в полимерной матрице в местах включений;
- трещины в связующем вследствие концентрации напряжений при плотной упаковке.



Виды трещин в композиционном материале

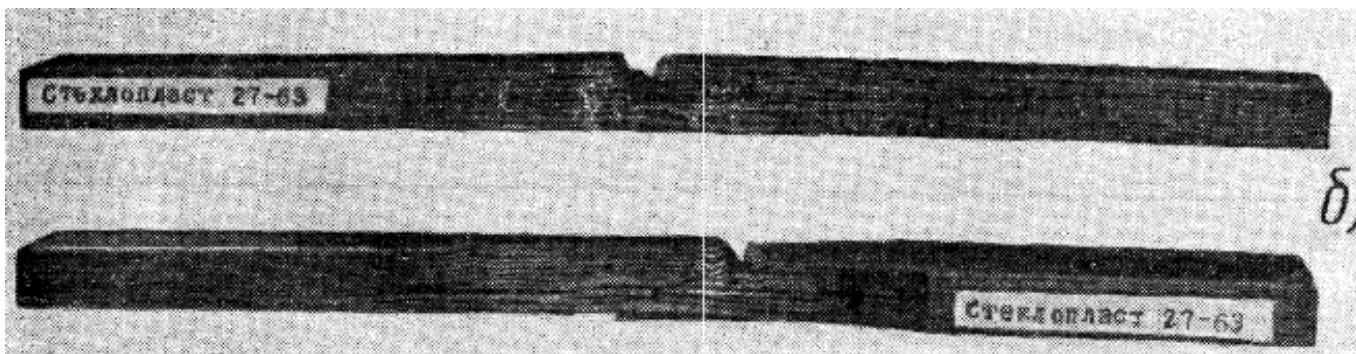
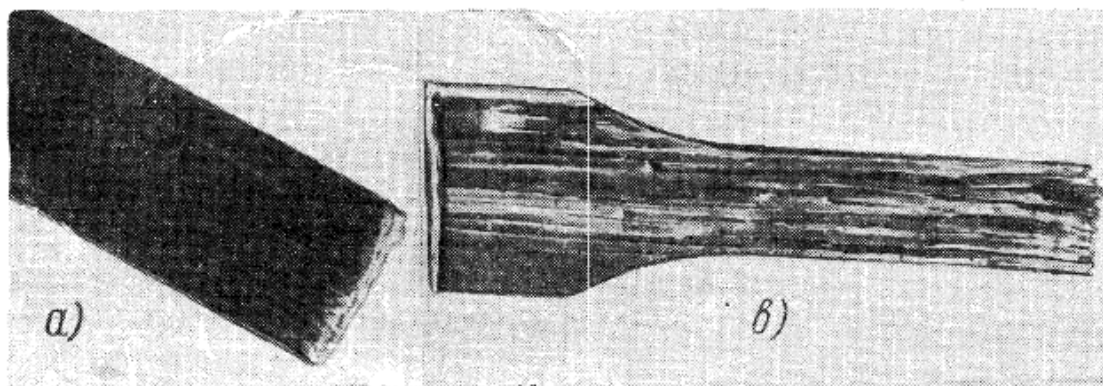


Виды трещин в композитном материале:

- а — развитие трещины в композитном материале в зависимости от соотношения когезионной и адгезионной прочности смолы;
- б — возникновение трещины в стеклопластике в месте касания двух волокон;
- в — трещина в образце из стеклопластика, проходящая через все сечение



Типы разрушений композитов



Типы разрушений стеклопластика:

а — хрупкий излом;

б — расслоение в структуре композиции вследствие случайной изогнутости волокон;

в — волокнистый излом



Диаграммы деформирования ориентированных композитов

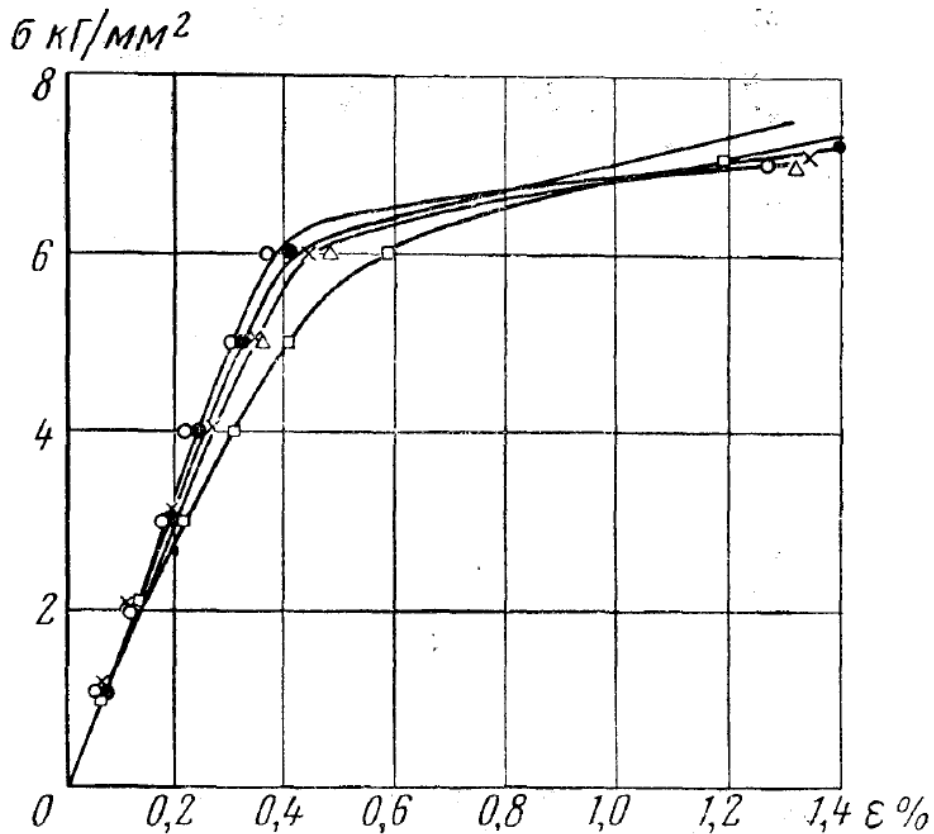


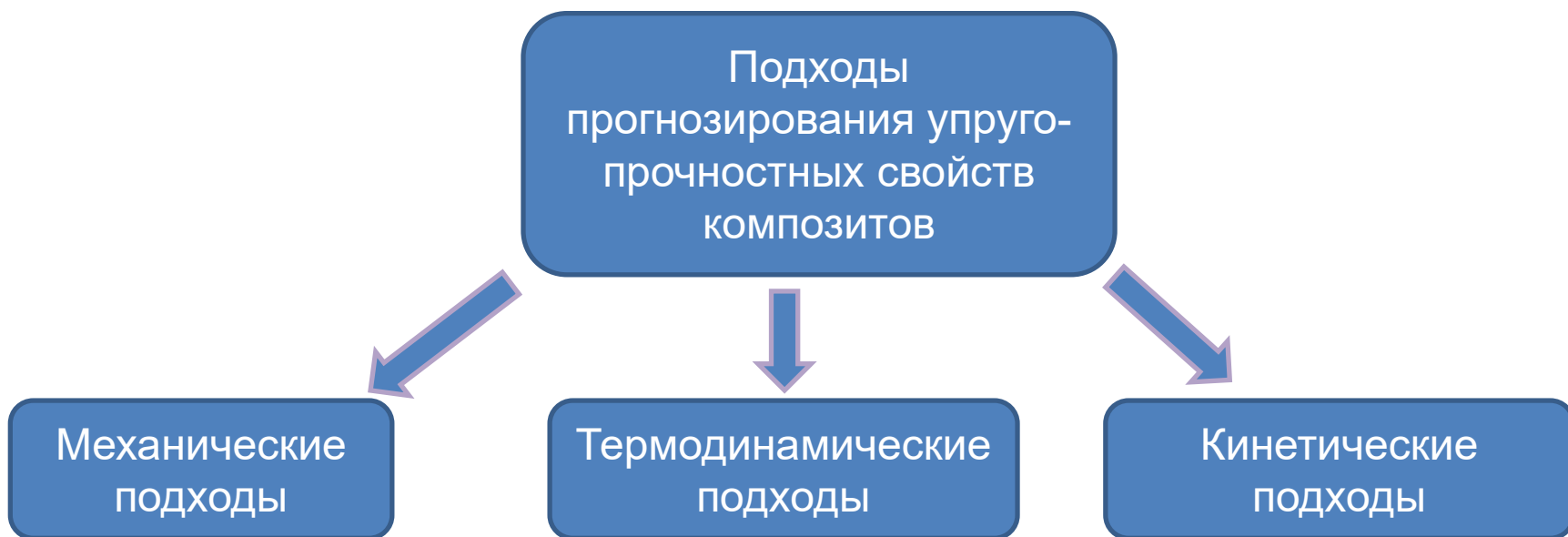
Диаграмма деформирования для материала с волокнистым разрушением

Материалы с регулярными искривлениями волокон, как правило, дают волокнистые разрушения, что объясняется сдвиговым разрушением в местах искривлений волокон.

Матрица растрескивается и на диаграмме растяжения наблюдается значительный участок «псевдопластичности» вследствие расползания материала, работающего на последней стадии как пучок несвязанных волокон.



5.2 Основные подходы оценки прочности ПКМ





5.2.1 Механический подход прогнозирования прочности КМ

При применении механического подхода прочность КМ определяется условиями разрушения или появлением пластических деформаций при различных напряжённых состояниях, по значениям характеристик соответствующих напряженным состояниям КМ, полученных для простых видов нагружения.

Разрушение может происходить при различных комбинациях компонентов тензора напряжения. Каждая из этих комбинаций характеризует предельное состояние материала. Критерием прочности в рамках данного подхода является функция, определяющая все предельные состояния при различных видах нагружения.

Геометрическим критерием прочности является поверхность предельных состояний в пространстве напряжения.



Механический подход прогнозирования прочности КМ (2)

Особенность механического разрушения полимерных тел заключается в ярко выраженной зависимости положения и формы предельных поверхностей от температуры и скорости деформирования. Количественный учёт зависимостей отражает основную задачу механического подхода.

Вследствие того, что для стеклообразных и кристаллических полимеров влияние температуры и скорости деформаций обусловлено вкладом высокоэластичности (основа – гибкость макромолекул), необходимо разрабатывать такие модели, которые будут учитывать обобщённые критерии прочности, совмещающие в одном аналитическом выражении условия хрупкого разрушения и условия высокоэластичного состояния.



5.2.2 Термодинамический подход прогнозирования прочности КМ

Согласно данному подходу разрушение материала наступает при достижении запасенной в образце энергии предельных значений.

Из первого начала термодинамики следует, что изменение запасённой упругой энергии напряжённого образца в процессе роста трещины частично расходуется:

- 1) на увеличение свободной поверхностной энергии;
- 2) на необратимое рассеивание, которое учитывается в итоге теплотой.



Термодинамический подход прогнозирования прочности КМ (3)

Для полимеров характерны деформационные потери.

При термодинамическом подходе количественно определяются механические потери на основе релаксационных процессов, протекающих в полимере.



Термодинамический подход прогнозирования прочности КМ (2)

При разрушении твёрдых тел возможны следующие виды механических потерь:

1) деформационные потери, обусловленные внутренним трением при пластических и обратимых деформациях, которые предшествуют разрушению; эти потери возникают в вершинах микротрещин, а также на границах дефектов и в местах перенапряжения;

2) динамические потери, обусловленные переходом части упругой энергии деформации в кинетическую энергию движения стенок растущей трещины;

3) потери вследствие рассеяния упругой энергии при разрыве межатомных связей, при этом вначале происходит растяжение связи, затем значение силы взаимодействия достигает максимума и при разрыве атомы, вышедшие на свободную поверхность, рассеивают избыточную энергию в виде неравновесных тепловых колебаний (фононов). Этот вид потерь локализован у вершины микротрещины.



5.2.3. Кинетический подход прогнозирования прочности КМ

При кинетическом подходе рассматривается разрушение материала как постепенное накопление микроразрушений при тепловом движении микротрещин.

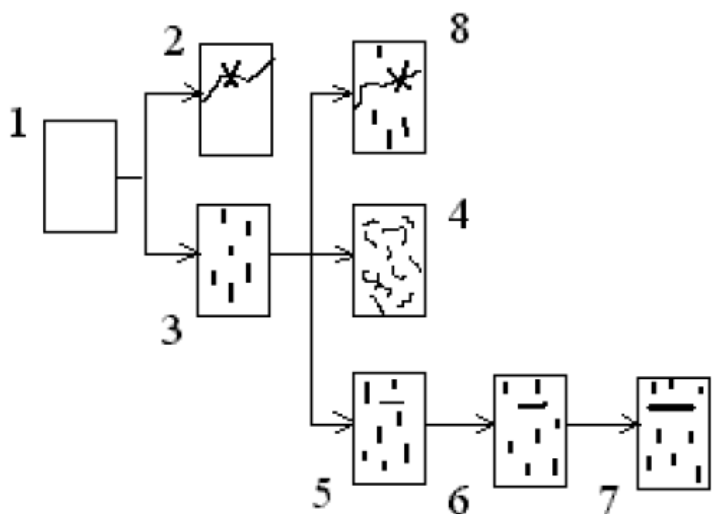
Основной подход кинетической концепции заключается в создании молекулярных моделей микротрещин, в выяснении физической природы микротрещины и её развития, а также зависимости этих процессов от температуры окружающей среды и напряжённого состояния.

Возможны 2 типичные ситуации роста трещин:

- 1) трещина растёт непрерывно;
- 2) трещина распространяется скачкообразно.



Этапы разрушения КМ



На рисунке представлена схема разрушения КМ, учитывающая взаимодействие между процессом накопления микрповреждений и финальным разрушением.

В начальном состоянии (1) изначально имеются дефекты. После приложения нагрузки происходит либо хрупкое разрушение (2), либо продолжается процесс накопления микрповреждений (3). В случае (3) возможно три варианта развития повреждений:

1 – процесс накопления завершается тогда, когда плотность микрповреждений достигает некоторого критического значения. Разрушение происходит путём потери целостности образца (4);

2 – в окрестности одного или нескольких разрушенных элементов происходит слияние дефектов и зарождается макроскопическая трещина (5). В дальнейшем происходит её рост (6) и по достижении критического размера материал разрушается (7);

3 – хрупкое разрушение как завершение процесса накопления микрповреждений (8).



Механизмы повреждения КМ

В реальных КМ возможно сочетание двух и большего числа механизмов повреждений.

Например, в КМ с непрерывными волокнами возможно:

- 1) разрушение отдельных волокон;
- 2) нарушение границы раздела матрица – волокно;
- 3) разрушение матрицы;
- 4) взаимодействие всех трёх механизмов.

Кроме того, растрескивание КМ также весьма разнообразно по форме. Например, если плоскость начальной трещины ортогональна направлению армирования, то трещина, как правило, развивается не так как в изотропных материалах. Если же трещина лежит в плоскости армирования, то она прорастает в этой же области.



Механизмы повреждения КМ (2)

При рассмотрении волокнистых материалов выделяют 4 основных типа разрушения:

- разрушение волокон,
- разрушение матрицы параллельно волокну,
- разрушение матрицы перпендикулярно волокну,
- расслоение по границе раздела.

Различным типам разрушения соответствуют различные значения прочности.

Если предположить, что связь между матрицей и волокном идеальна, то в однонаправлено–армированном слое прочность и механизм разрушения будут определяться характером приложенной нагрузки.



Механизмы повреждения КМ (3)

В зависимости от приложения нагрузки можно выделить следующие механизмы разрушения :

1 – при растяжении вдоль волокон механизмом разрушения будет накопление разрывов волокон, и прочность КМ будет определяться их прочностными свойствами;

2 – при растяжении поперёк волокон идёт образование продольных матричных трещин, и прочность определяется свойствами матрицы на растяжение;

3 – при сжатии вдоль волокон механизмом разрушения является потеря устойчивости волокон. Прочность КМ зависит от прочности волокон на сжатие и упругих свойств матрицы;

4 - при сжатии поперёк волокон прочность определяется прочностью матрицы на сжатие;

5 - при сдвиге прочность КМ определяется прочностью матрицы на сдвиг.



Анализ прочности КМ

Анализ прочности всего пакета слоёв КМ проводится при последовательном рассмотрении разрушения в отдельных слоях, для которых находят все составляющие напряжений и относят их к соответствующим прочностям монослоя.

Возможны 2 подхода к определению критерия разрушения:
структурный и феноменологический.

Структурный подход основан на вычислении микронапряжений в компонентах материала и осреднённых характеристик КМ в целом.

При феноменологическом подходе КМ рассматривается как однородная анизотропная среда, математическая модель разрушения которой строится на основе экспериментально полученных данных без объяснения механизмов, определяющих поведение КМ.



5.3 Феноменологические критерии разрушения

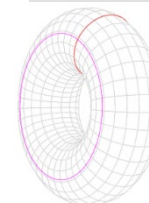
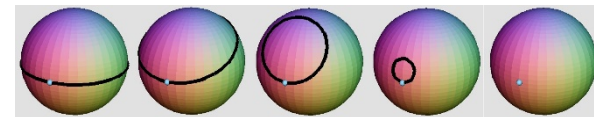
Как уже отмечалось ранее, феноменологические критерии разрушения композита не выводятся аналитически, они постулируются на основе некоторых общих соображений или предлагаются на основе обобщения экспериментальных данных.

Геометрической интерпретацией критерия прочности является поверхность прочности.

В общем случае это шестимерная поверхность в пространстве напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{23}, \tau_{13}, \tau_{12}$.

Поверхность прочности должна быть односвязной, причем начало координат, должно находиться внутри этой поверхности.

Односвязное пространство — линейно связное топологическое пространство, в котором любой замкнутый путь можно непрерывно стянуть в точку. Пример: сфера односвязна, а поверхность тора не односвязна, потому что круги на ней, показанные красным на рисунке, нельзя стянуть в точку.





Феноменологические критерии разрушения (2)

Контуры прочности, то есть линии пересечения поверхности прочности с координатными плоскостями, должны быть замкнутыми.

Пересечения поверхности с осями координат должны соответствовать легко определяемым экспериментально пределам прочности композитной структуры при одноосных напряженных состояниях и чистых сдвигах:

$$\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = \sigma_3 = \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0,$$

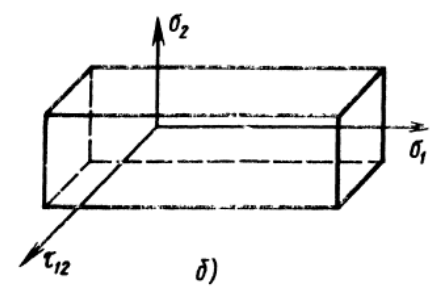
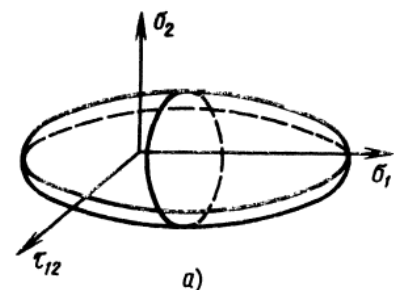
$$\sigma_2 \neq 0, \sigma_1 = \sigma_3 = \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0,$$

$$\sigma_3 \neq 0, \sigma_1 = \sigma_2 = \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0,$$

$$\tau_{12} \neq 0, \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0,$$

$$\tau_{13} \neq 0, \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \tau_{12} = \tau_{23} = 0,$$

$$\tau_{23} \neq 0, \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \tau_{12} = \tau_{13} = 0.$$

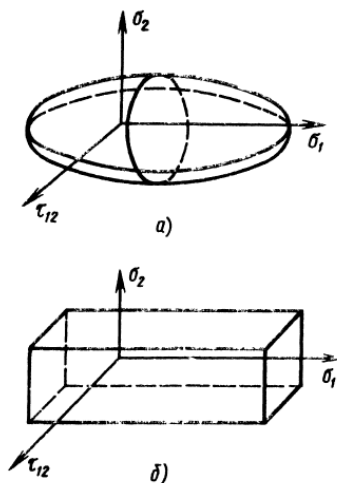


Предельные поверхности однонаправленного композита



Феноменологические критерии разрушения (3)

Таким образом, минимально необходимое для построения критерия прочности число экспериментально определяемых констант материала составляет шесть в случае, если не учитывается разница прочности при растяжении и сжатии, и девять – в случае, если эта разница учитывается.



Предельные поверхности
однонаправленного композита



Описание прочностных свойств монослоя (феноменологические критерии)

Разрушение материала обычно связывают с его напряженным состоянием; при этом критерий прочности (разрушения) имеет вид:

$$f(\sigma_{ij}, F) = 0, \quad (1)$$

где F — некоторые характеристики прочности материала.

Феноменологические критерии прочности типа (1) призваны обеспечить интерполяцию данных некоторых базовых экспериментов по определению прочностных характеристик материала на случай напряженного состояния произвольного вида.

Следствием имеющейся относительной свободы в формулировке критериев прочности является неоднозначность в выборе конкретной формы критерия (1).



Описание прочностных свойств монослоя (феноменологические критерии) [2]

Широкое распространение получили тензорно-полиномиальные формы записи критериев прочности:

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j + F_{ijk} \sigma_i \sigma_j \sigma_k + \dots = 1, \quad (2)$$
$$i, j, k = 1, 2, \dots, 6,$$

где $F_i, F_{ij}, F_{ijk}, \dots$ — матричные обозначения тензоров поверхности прочности второго, четвертого, шестого и последующих четных рангов.



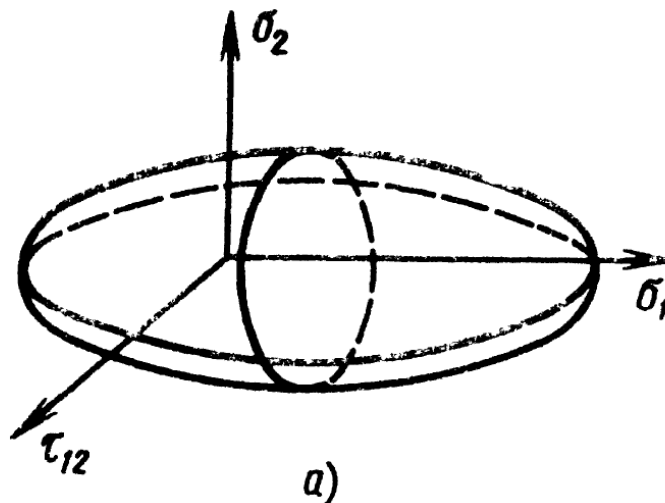
Описание прочностных свойств монослоя (феноменологические критерии) [2]

Если в формуле (2) ограничиться линейными и квадратичными слагаемыми (такие ограничения обычны при практическом использовании критерия), то для ортотропного тела, рассматриваемого в главных осях симметрии, при плоском напряженном состоянии формула (2) имеет вид:

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{66}\tau_{12}^2 = 1.$$

(3)

Соотношение (3) определяет в пространстве $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$ предельной поверхностью, которая изображена на рисунке.





Описание прочностных свойств монослоя (феноменологические критерии) [3]

Эксперименты, проведенные с типичными однонаправленными композитами, позволили установить, что в зависимости от вида напряженного состояния реализуются принципиально различные механизмы разрушения материала:

- разрыв волокон,
- расслоение материала,
- разрушение связующего,
- потеря устойчивости волокон и т. д.

Поэтому аппроксимация поверхности прочности гладкой поверхностью (3) не представляется бесспорной.



Описание прочностных свойств монослоя (феноменологические критерии) [4]

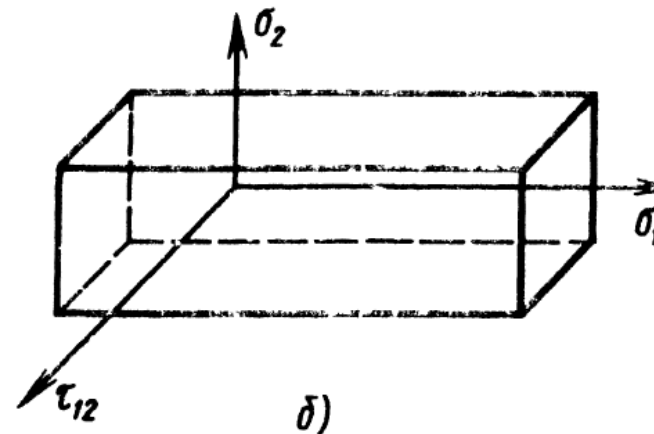
Простейшая гипотеза, учитывающая возможность реализации нескольких механизмов разрушения материала, состоит в том, что эти виды разрушения взаимно независимы и разрушение наступает тогда, когда предельных значений достигают в отдельности напряжения σ_1 , σ_2 , τ_{12} . Предельная поверхность в пространстве σ_1 , σ_2 , τ_{12} в этом случае представляет собой прямоугольный параллелепипед (см. рис.), а условие (критерий) прочности имеет вид:

$$- F_{-1} \leq \sigma_1 \leq F_{+1};$$

$$- F_{-2} \leq \sigma_2 \leq F_{+2};$$

$$|\tau_{12}| \leq F_{12},$$

где F — соответствующие пределы прочности; знаки «+» и «—» в индексах означают соответственно растяжение и сжатие.





5.3.1 Функция критерия разрушения

Как уже отмечалось ранее, феноменологические критерии разрушения представлены в виде математического выражения, которое будем называть функцией критерия разрушения (f):

$$f = \text{function}(\text{stresses (or strains)}, \text{material strength})$$

Если $f > 1$, то произошло разрушение композита.

Значение функции критерия разрушения равно обратному коэффициенту запаса прочности, т.е. значения меньше единицы – допустимые, а значения больше единицы – недопустимые.



5.3.2 Критерий максимальных деформаций

При использовании критерия максимальных деформаций функция разрушения записывается в следующем виде:

$$f = \max \left(\left| \frac{\varepsilon_1}{X_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\varepsilon_2}{Y_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\gamma_{12}}{S_\varepsilon} \right| \right)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 \geq 0 &\Rightarrow X_\varepsilon = X_{\varepsilon t} & ; \varepsilon_1 < 0 &\Rightarrow X_\varepsilon = X_{\varepsilon c} \\ \varepsilon_2 \geq 0 &\Rightarrow Y_\varepsilon = Y_{\varepsilon t} & ; \varepsilon_2 < 0 &\Rightarrow Y_\varepsilon = Y_{\varepsilon c} \end{aligned}$$

Здесь ε_1 , ε_2 – линейные деформации; γ_{12} – угловая (сдвиговая) деформация, X_ε , Y_ε – деформации при которых начинается разрушение композита, причем индекс t – для деформаций растяжения, индекс c – для деформаций сжатия.



5.3.3 Критерий максимальных напряжений

При использовании критерия максимальных напряжений функцию разрушения записывается в следующем виде:

$$f = \max \left(\left| \frac{\sigma_1}{X} \right|, \left| \frac{\sigma_2}{Y} \right|, \left| \frac{\sigma_3}{Z} \right|, \left| \frac{\tau_{12}}{S} \right|, \left| \frac{\tau_{13}}{R} \right|, \left| \frac{\tau_{23}}{Q} \right| \right)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_1 \geq 0 &\Rightarrow X = X_t \quad ; \sigma_1 < 0 \Rightarrow X = X_c \\ \sigma_2 \geq 0 &\Rightarrow Y = Y_t \quad ; \sigma_2 < 0 \Rightarrow Y = Y_c \\ \sigma_3 \geq 0 &\Rightarrow Z = Z_t \quad ; \sigma_3 < 0 \Rightarrow Z = Z_c \end{aligned}$$

Здесь $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23}$ – нормальные и касательные напряжения соответственно, X, Y, Z – нормальные напряжения при котором начинается процесс разрушения композита в заданном направлении; S, R, Q – касательные напряжения при которых происходит разрушение материала в заданной плоскости.



5.3.4 Квадратичный критерий разрушения

В квадратичном критерии все компоненты напряжений или деформаций объединены в одно выражение. Многие из часто используемых критериев разрушения волокно-армированных композитов принадлежат к подмножеству квадратичных критериев. В общем виде функция квадратичного критерия разрушения может быть выражена в виде полинома второй степени:

$$f = F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{33}\sigma_3^2 + F_{44}\tau_{23}^2 + F_{55}\tau_{13}^2 + F_{66}\tau_{12}^2 \\ + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{23}\sigma_2\sigma_3 + 2F_{13}\sigma_1\sigma_3 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_3\sigma_3$$



Квадратичный критерий разрушения

При плоском напряженном состоянии ($\sigma_3=0$) полином сводится к виду:

$$f = F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{44}\tau_{23}^2 + F_{55}\tau_{13}^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2.$$

$$f = \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\sigma_3^2}{Z_t Z_c} + \frac{\tau_{12}^2}{S_x y^2} + \frac{\tau_{13}^2}{S_x z^2} + \frac{\tau_{23}^2}{S_y^2} \\ - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}} - \frac{\sigma_2 \sigma_3}{\sqrt{Y_t Y_c Z_t Z_c}} - \frac{\sigma_1 \sigma_3}{\sqrt{X_t X_c Z_t Z_c}} \\ + \sigma_1 \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) + \sigma_2 \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) + \sigma_3 \left(\frac{1}{Z_t} - \frac{1}{Z_c} \right)$$

Коэффициенты F_{ii} и F_i определяются таким образом, чтобы функция критерия разрушения принимала значение равное единице при соответствующем (вдоль оси i или в плоскости ii) одноосном напряженном состоянии.



5.3.5 Критерий разрушения Цая-Ву (Tsai-Wu)

Согласно критерию Цая-Ву для плоского напряженного состояния коэффициенты F имеют значения:

$$\begin{aligned}F_{11} &= \frac{1}{X_t X_c} & F_1 &= \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \\F_{22} &= \frac{1}{Y_t Y_c} & F_2 &= \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \\F_{44} &= \frac{1}{Q^2} & F_{55} &= \frac{1}{R^2} \\F_{66} &= \frac{1}{S^2}\end{aligned}$$

Таким образом, функция критерия разрушения Цая-Ву может быть записана в следующем виде:

$$f = \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\tau_{23}^2}{Q^2} + \frac{\tau_{13}^2}{R^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} + \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2$$



Критерий разрушения Цая-Ву (Tsai-Wu) (2)

Коэффициент F_{12} не может быть получен непосредственно из квадратичного критерия разрушения при одноосном напряженном состоянии, для получения его значения необходимо проведение испытаний при двухосном напряженном состоянии. На практике приближенное значение можно получить, используя безразмерный коэффициент F_{12}^* :

$$F_{12} = \frac{F_{12}^*}{\sqrt{F_{11}F_{22}}}$$

Для того чтобы критерий представлял замкнутую коническую поверхность разрушения значение коэффициента F_{12}^* должно быть в диапазоне $-1 < F_{12}^* < 1$, часто используется значение $-1/2$, соответствующее «обобщенному условию пластичности Мизеса», в итоге выражение $2 F_{12}^*$ принимает значение -1 .



Критерий разрушения Цая-Ву (Tsai-Wu) (3)

Аналогично, $2F_{13}$ и $2F_{23}$ могут быть найдены с помощью соответствующих коэффициентов $2F_{13}^*$ и $2F_{23}^*$. Тогда для общего случая нагружения функция критерия разрушения примет вид:

$$f = \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\sigma_3^2}{Z_t Z_c} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{xy}^2} + \frac{\tau_{13}^2}{S_{xz}^2} + \frac{\tau_{23}^2}{S_{yz}^2} \\ - 1.0 \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}} - 1.0 \frac{\sigma_2 \sigma_3}{\sqrt{Y_t Y_c Z_t Z_c}} - 1.0 \frac{\sigma_1 \sigma_3}{\sqrt{X_t X_c Z_t Z_c}} \\ + \sigma_1 \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) + \sigma_2 \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) + \sigma_3 \left(\frac{1}{Z_t} - \frac{1}{Z_c} \right).$$

необходимо отметить, что при $F_{12} = F_{13} = F_{23}$ критерий Цая-Ву трансформируется в квадратичный критерий.



5.3.6 Критерий разрушения Цая-Хилла (Tsai-Hill)

В критерии Цая-Хилла для растяжения или сжатия также используются коэффициенты F квадратичного критерия разрушения в зависимости от схемы нагружения:

$$\begin{aligned} F_{11} &= \frac{1}{X^2} & F_1 &= 0 & F_{12} &= -\frac{1}{2X^2} \\ F_{22} &= \frac{1}{Y^2} & F_2 &= 0 & & \\ F_{44} &= \frac{1}{Q^2} & F_{55} &= \frac{1}{R^2} & F_{66} &= \frac{1}{S^2} \end{aligned}$$

где значения X и Y принимаются в зависимости от следующих условий:

$$\begin{aligned} \sigma_1 \geq 0 &\Rightarrow X = X_t & ; \sigma_1 < 0 &\Rightarrow X = X_c \\ \sigma_2 \geq 0 &\Rightarrow Y = Y_t & ; \sigma_2 < 0 &\Rightarrow Y = Y_c \end{aligned}$$



Критерий разрушения Цая-Хилла (Tsai-Hill) (2)

Для объемного напряженного состояния функция критерия разрушения Цая-Хилла может быть записана в виде [Jones 1999]:

$$(G + H)\sigma_1^2 + (F + H)\sigma_2^2 + (F + G)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 \dots \\ + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1$$

где:

$$F = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} \right)$$

$$G = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} \right)$$

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \right)$$



5.3.7 Критерий разрушения Хашина (Hashin)

В критерии Хашина критические растягивающие нагрузки в направлении волокон оцениваются выражениями:

$$2D: f_f = \left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2, \quad \sigma_1 \geq 0$$

$$3D: f_f = \left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R}\right)^2, \quad \sigma_1 \geq 0$$

Под воздействием сжимающей нагрузки в направлении волокон, разрушение определяют независимо от напряженного состояния:

$$f_f = -\frac{\sigma_1}{X_c}, \quad \sigma_1 < 0$$



Критерий разрушения Хашина (Hashin) (2)

В случае растяжения и действии поперечных напряжений, выражение для прогнозирования разрушения матрицы композита:

$$2D: f_m = \left(\frac{\sigma_2}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2, \quad \sigma_2 \geq 0$$

$$3D: f_m = \left(\frac{\sigma_2}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R}\right)^2, \quad \sigma_2 \geq 0$$

Более сложное выражение используется в случае сжатия и действии поперечных напряжений:

$$2D: f_m = \left(\frac{\sigma_2}{2S}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_2}{Y_c}, \quad \sigma_2 < 0$$

$$3D: f_m = \left(\frac{\sigma_2}{2Q}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{Q}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} + \left[\left(\frac{Y_c}{2Q}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_2}{Y_c}, \quad \sigma_2 < 0$$



Критерий разрушения Хашина (Hashin) (3)

Расслоение (при растяжении и сжатии) можно оценить следующим выражением:

$$3D: f_d = \left(\frac{\sigma_3}{Z}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{Q}\right)^2$$

В результате оценки прочности композита по критерию Хашина выбирается наибольшее значение функции отказа из вычисленных:

$$f = \max(f_f, f_m, f_d)$$



5.3.8 Простой и модифицированный критерии разрушения Пака (Риск)

Существует две формулировки критерия разрушения Пака: простой и модифицированный. Обе формулировки позволяют спрогнозировать разрушение композита в результате напряжений сдвига и разрушения матрицы под действием касательных и нормальных нагрузок отдельно.

Для обоих критериев Пака разрушение в направлении волокон определяется таким же образом, как и в случае критерия максимальных напряжений:

$$f_f = \left| \frac{\sigma_1}{X} \right|$$



Простой и модифицированный критерии разрушения Пака (Риск) (2)

Разрушение матрицы определяется для каждой из формулировок по-разному. Для простого критерия Пака:

$$f_m = \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_1 \geq 0 &\Rightarrow X = X_t & ; & \sigma_1 < 0 &\Rightarrow X = X_c \\ \sigma_2 \geq 0 &\Rightarrow Y = Y_t & ; & \sigma_2 < 0 &\Rightarrow Y = Y_c \end{aligned}$$



Простой и модифицированный критерии разрушения Пака (Риск) (3)

Для модифицированного критерия Пака:

$$f_m = \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\tau_{12}}{S^2} + \left(\frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2$$

где

Так же как и в критерии разрушения Хашина выбирается максимальное значение функция критерия разрушения из f_f и f_m :

$$f = \max(f_f, f_m).$$



Простой и модифицированный критерии разрушения Пака (Puck) (4)

Разрушение композита в направлении перпендикулярном армированию возможно по нескольким механизмам (схемы А, В, С)

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp}}\right)^2 + \left(1 - p_{\perp}^{(+)} \frac{R_{\perp}^{(+)}}{R_{\perp}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(+)}}\right)^2} + p_{\perp}^{(+)} \frac{\sigma_2}{R_{\perp}} = 1 \text{ for mode A } (\sigma_2 \geq 0)$$

$$\frac{1}{R_{\perp}} \left(\sqrt{\tau_{21}^2 + (p_{\perp}^{(-)} \sigma_2)^2} + p_{\perp}^{(-)} \sigma_2 \right) = 1 \text{ for mode B } \left(\sigma_2 < 0 \text{ and } 0 \leq \left| \frac{\sigma_2}{\tau_{21}} \right| \leq \frac{R_{\perp}^A}{|\tau_{21d}|} \right)$$

$$\left[\left(\frac{\tau_{21}}{2(1+p_{\perp}^{(-)})R_{\perp}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{R_{\perp}^{(-)}} \right)^2 \right] \frac{R_{\perp}^{(-)}}{(-\sigma_2)} = 1 \text{ for mode C } \left(\sigma_2 < 0 \text{ and } 0 \leq \left| \frac{\tau_{21}}{\sigma_2} \right| \leq \frac{|\tau_{21c}|}{R_{\perp}^A} \right)$$

$$p_{\perp}^{(-)} = p_{\perp}^{(+)} \frac{R_{\perp}^A}{R_{\perp}}$$

$$\tau_{21c} = R_{\perp} \sqrt{1 + 2p_{\perp}^{(-)}}$$

Модифицированный критерий Пуска формируется с использованием 7 параметров:

$R_{\perp}^{(+)}, R_{\perp}, R_{\perp}^{(-)}, p_{\perp}^{(+)}, p_{\perp}^{(-)}, p_{\perp}^{(+)},$ and $p_{\perp}^{(-)}$

$$f_{E, \text{Mode A}} = \frac{1}{R_{\perp}} \sqrt{\left(\frac{R_{\perp}}{R_{\perp}^{(+)}} - p_{\perp}^{(+)} \right)^2 \sigma_2^2 + \tau_{21}^2 + p_{\perp}^{(+)} \sigma_2}$$

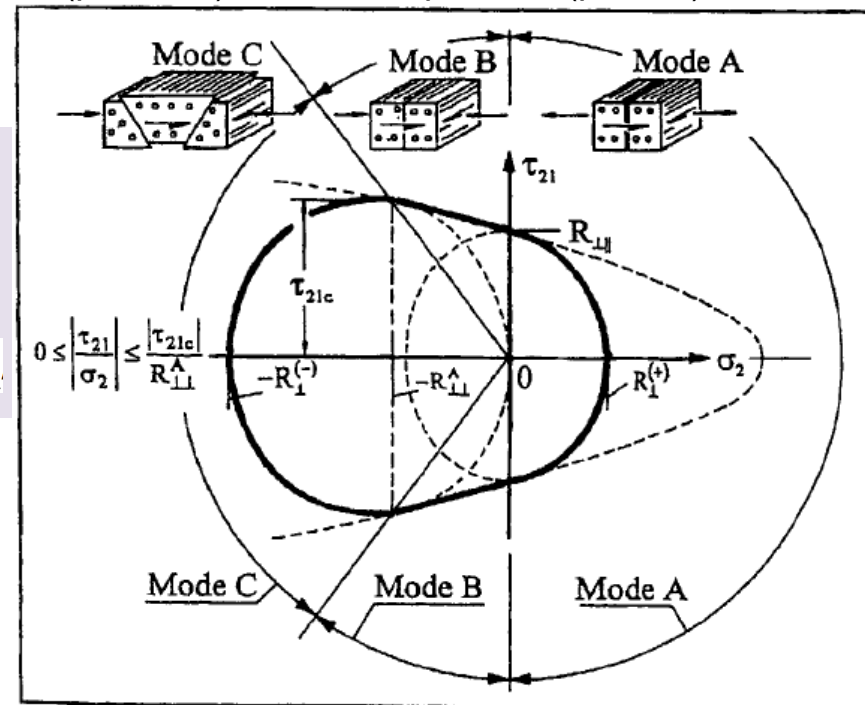
$$f_{E, \text{Mode B}} = \frac{1}{R_{\perp}} \left(\sqrt{\tau_{21}^2 + (p_{\perp}^{(-)} \sigma_2)^2} + p_{\perp}^{(-)} \sigma_2 \right)$$

$$f_{E, \text{Mode C}} = \frac{\tau_{21}^2}{4R_{\perp}^2(1+p_{\perp}^{(-)})^2} \frac{R_{\perp}^{(-)}}{(-\sigma_2)} + \frac{(-\sigma_2)}{R_{\perp}^{(-)}}$$

R – пределы по напряжениям до разрушения в заданном направлении

p – параметр наклона кривой разрушения.

Кривая разрушения состоит из двух эллипсов (режимы) и одной параболы (режим).





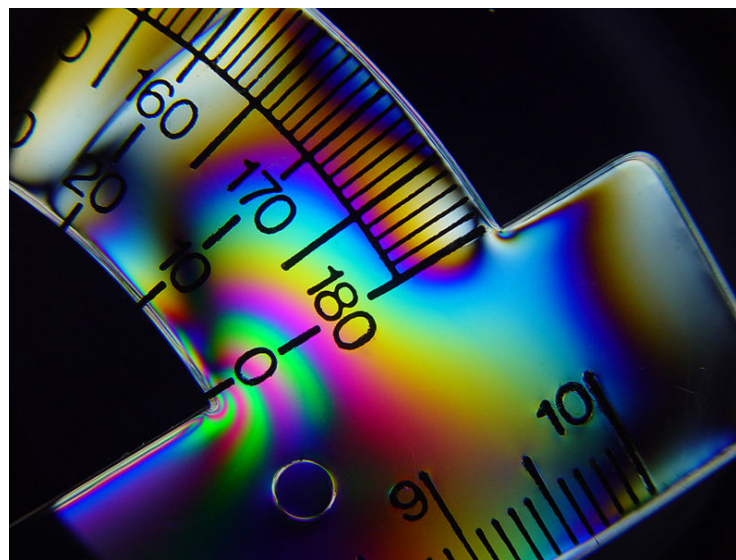
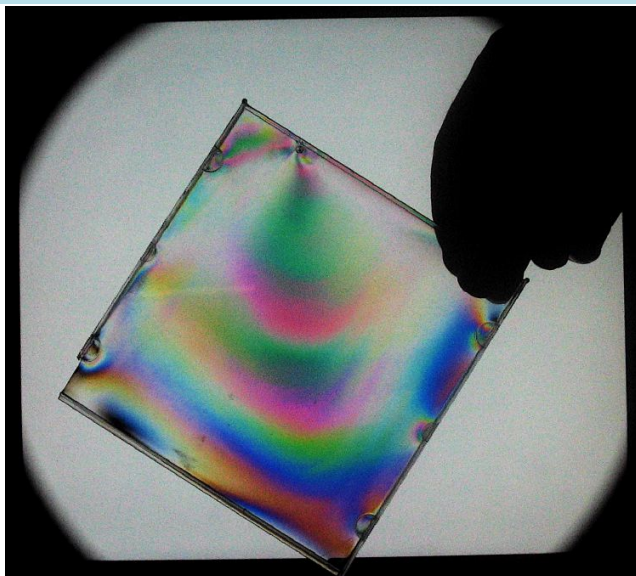
5.3.9 Выводы по критериям разрушения КМ

- 1) Перечисленные критерии, как правило, используются для того, чтобы определить совокупность напряжений, соответствующую так называемому первому разрушению композита. Это первое разрушение не всегда означает полное исчерпание несущей способности многослойного композита.
- 2) Модели разрушения исходят из различных представлений о перераспределении напряжений в слоях после первого разрушения, возможности полного или частичного сохранения несущей способности слоя, в котором началось разрушение, а также критериев окончательной потери несущей способности многослойного пакета.
- 3) Помимо рассмотренных существует значительное множество феноменологических критериев разрушения, наиболее распространённые из них: критерий LaRC, критерий Хоффмана, критерий Гольденблата-Копнова. В рамках данного курса они не рассматриваются.



Анализ напряжённо-деформированного состояния матрицы методами фотоупругости

Фотоупругость, фотоэластический эффект, пьезооптический эффект — возникновение оптической анизотропии в первоначально изотропных твёрдых телах (в том числе полимерах) под действием механических напряжений. Открыта Т. И. Зеебеком (1813) и Д. Брюстером (1816). Фотоупругость является следствием зависимости диэлектрической проницаемости вещества от деформации и проявляется в виде двойного лучепреломления и дихроизма, возникающих под действием механических нагрузок. При одноосном растяжении или сжатии изотропное тело приобретает свойства оптически одноосного кристалла с оптической осью, параллельной оси растяжения или сжатия. При более сложных деформациях, например при двустороннем растяжении, образец становится оптически двухосным.

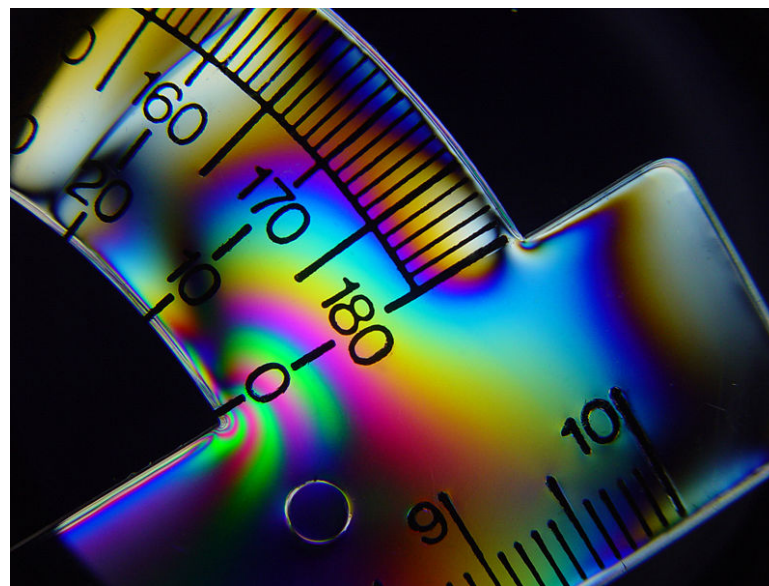
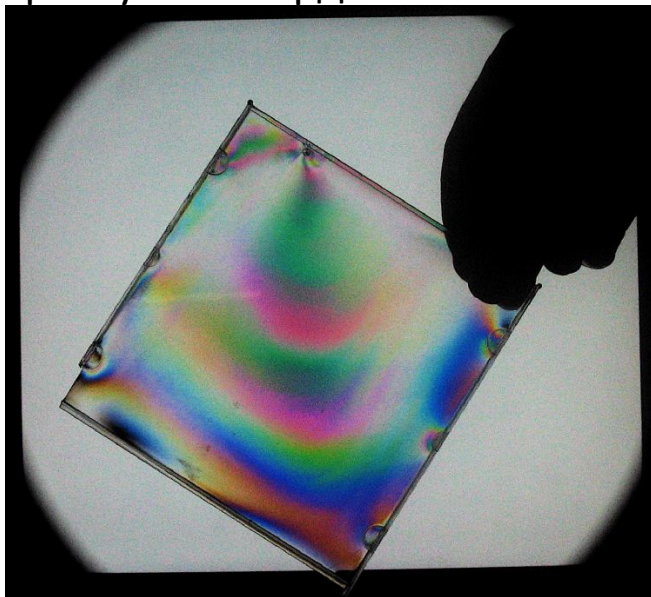


Фотоупругость. Линии напряжений в поляризованном свете у пластикового транспорта



Анализ напряжённо-деформированного состояния матрицы методами фотоупругости

Фотоупругость используется при исследовании напряжений в механических конструкциях, расчёт которых слишком сложен. Исследование двойного лучепреломления под действием нагрузок в выполненной из прозрачного материала модели (обычно уменьшенной) изучаемой конструкции позволяет установить характер и распределение в ней напряжений. Фотоупругость лежит в основе взаимодействия света и ультразвука в твёрдых телах.



Фотоупругость. Линии напряжений в поляризованном свете у пластикового транспорта



Контактная информация

e-mail: abkartashov@mail.ru;
рабочий телефон : 18-09;
мобильный телефон: +7(926)275-0886.

Спасибо за внимание!