Модуль 2 для группы ИБМ7-22, весенний семестр

Домашнее задание 2 "Интегральное исчисление"

Задача 1. Вычислить значение производной сложной функции $u = u(x, y)$, где $x = x(t)$, $y = y(t)$, а также найти значение при $t = t_0$ с точностью до двух знаков после запятой.

1	$u = e^{x-2y}$, $x = \sin t$, $y = t^3$, $t_0 = 0$.
2	$u = \ln\left(e^x + e^{-y}\right)$, $x = t^2$, $y = t^3$, $t_0 = -1$.
3	$u = y^x$, $x = \ln(t-1)$, $y = e^{t/2}$, $t_0 = 2$.
4	$u = e^{y-2x+2}$, $x = \sin t$, $y = \cos t$, $t_0 = \pi/2$.
5	$u = x^2 e^y$, $x = \cos t$, $y = \sin t$, $t_0 = \pi$.
6	$u = \ln\left(e^x + e^y\right)$, $x = t^2$, $y = t^3$, $t_0 = 1$.
7	$u = x^y$, $x = e^t$, $y = \ln t$, $t_0 = 1$.
8	$u = e^{y-2x}$, $x = \sin t$, $y = t^3$, $t_0 = 0$.
9	$u = x^2 e^{-y}$, $x = \sin t$, $y = \sin^2 t$, $t_0 = \pi/2$.
10	$u = \ln\left(e^{-x} + e^y\right)$, $x = t^2$, $y = t^3$, $t_0 = -1$.
11	$u = e^{y-2x-1}$, $x = \cos t$, $y = \sin t$, $t_0 = \pi/2$.
12	$u = \arcsin(x/y)$, $x = \sin t$, $y = \cos t$, $t_0 = \pi$.
13	$u = \arccos(2x/y)$, $x = \sin t$, $y = \cos t$, $t_0 = \pi$.
14	$u = x^2/(y+1)$, $x = 1-2t$, $y = \operatorname{arctg} t$, $t_0 = 0$.
15	$u = x/y$, $x = e^t$, $y = 2 - e^{2t}$, $t_0 = 0$.
16	$u = \ln\left(e^{-x} + e^{-2y}\right)$, $x = t^2$, $y = t^3/3$, $t_0 = 1$.
17	$u = \sqrt{x + y^2 + 3}$, $x = \ln t$, $y = t^2$, $t_0 = 1$.
18	$u = \arcsin\left(x^2/y\right)$, $x = \sin t$, $y = \cos t$, $t_0 = \pi$.
19	$u = y^2/x$, $x = 1-2t$, $y = 1 + \operatorname{arctg} t$, $t_0 = 0$.
20	$u = y/x - x/y$, $x = \sin t$, $y = \cos t$, $t_0 = \pi/4$.
21	$u = \sqrt{x^2 + y + 3}$, $x = \ln t$, $y = t^2$, $t_0 = 1$.
22	$u = \arcsin(x/2y)$, $x = \sin t$, $y = \cos t$, $t_0 = \pi$.
23	$u = x/y - y/x$, $x = \sin 2t$, $y = \operatorname{tg}^2 t$, $t_0 = \pi/4$.
24	$u = \sqrt{x + y + 3}$, $x = \ln t$, $y = t^2$, $t_0 = 1$.

Задача 2. Найти вторые частные производные указанных функций. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

1	$z = e^{x^2 - y^2}$
2	$z = \mathrm{tg}\left(x/y\right)$
3	$z = \sin\left(x^2 - y\right)$
4	$z = \arcsin\left(x - y\right)$
5	$z = \mathrm{arcctg}\left(x - 3y\right)$
6	$z = e^{2x^2 + y^2}$
7	$z = \mathrm{tg}\left(\sqrt{xy}\right)$
8	$z = \sin\left(\sqrt{x^3 y}\right)$
9	$z = \arccos\left(4x - y\right)$
10	$z = \mathrm{arctg}\left(2x - y\right)$
11	$z = e^{\sqrt{x+y}}$
12	$z = \arccos\left(x - 5y\right)$
13	$z = \cos\left(3x^2 - y^3\right)$
14	$z = \ln\left(5x^2 - 3y^4\right)$
15	$z = \ln\left(3xy - 4\right)$
16	$z = \mathrm{ctg}\left(x + y\right)$
17	$z = \cos\left(xy^2\right)$
18	$z = \mathrm{arctg}\left(x + y\right)$
19	$z = \arccos\left(2x + y\right)$
20	$z = \ln\left(3x^2 - 2y^2\right)$
21	$z = \mathrm{ctg}\left(y/x\right)$
22	$z = \cos\left(x^2 y^2 - 5\right)$
23	$z = \arcsin\left(x - 2y\right)$
24	$z = \mathrm{arctg}\left(5x + 2y\right)$

Задача 3. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.

1	$x^2u_{xx}+2xy\,u_{xy}+y^2u_{yy}=0,\quad u=y/x$
2	$x\,u_x+y\,u_y=3\left(x^2-y^2\right),\quad u=\ln\left(x/y\right)+x^3-y^3$
3	$u_{xx}+u_{yy}=0,\quad u=\ln\left(x^2+\left(y+1\right)^2\right)$
4	$4u_{xy}=\left(1+y\ln x\right)u_x,\quad u=x^y$
5	$x\,u_x+y\,u_y=2u,\quad u=xy/\left(x+y\right)$
6	$x^2\,u_{xx}+y^2\,u_{yy}=0,\quad u=e^{xy}$
7	$a^2\,u_{xx}=u_{yy},\quad u=\sin^2\left(x-ay\right)$
8	$x^2\,u_{xx}-y^2\,u_{yy}=0,\quad u=y\sqrt{y/x}$
9	$u_{xx}+u_{yy}+u_{zz}=0,\quad u=1\Big/\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
10	$a^2u_{xx}=u_{yy},\quad u=e^{-\cos\left(x+ay\right)}$
11	$u_x+u_y+u_z=0,\quad u=\left(x-y\right)\left(y-z\right)\left(z-x\right)$
12	$x\,u_x+y\,u_y=u,\quad u=x\ln\left(y/x\right)$
13	$y\,u_x-x\,u_y=0,\quad u=\ln\left(x^2+y^2\right)$
14	$x^2\,u_x-xy\,u_y+y^2=0,\quad u=y^2/3x+\arcsin\left(xy\right)$
15	$x^2\,u_{xx}-2xy\,u_{xy}+y^2u_{yy}+2xy=0,\quad u=0,\quad u=e^{xy}$
16	$u_{xy}=0,\quad u=\mathrm{arctg}\left(\left(x+y\right)/\left(1-xy\right)\right)$
17	$u_{xx}+u_{yy}=0,\quad u=\ln\left(x^2+y^2+2x+1\right)$
18	$x\,u_x+y\,u_y+u=0,\quad u=\left(\left(2x+3y\right)/\left(x^2+y^2\right)\right)$
19	$\left(u_x\right)^2+\left(u_y\right)^2+\left(u_z\right)^2=1,\quad u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
20	$x\,u_x+y\,u_y=2u,\quad u=\left(x^2+y^2\right)\mathrm{tg}\left(x/y\right)$
21	$9u_{xx}+u_{yy}=0,\quad u=e^{-\left(x+3y\right)}\sin\left(x+3y\right)$
22	$x^2u_{xx}+2xy\,u_{xy}+y^2u_{yy}=0,\quad u=xe^{y/x}$
23	$u_{xx}+u_{yy}=0,\quad u=\mathrm{arctg}\left(y/x\right)$
24	$x\,u_x+y\,u_y=0,\quad u=\mathrm{arctg}\left(x/y\right)$