

Типы задач для экзамена, ИБМ7-22, весенний семестр

1. Внесение под знак дифференциала: $\int \frac{x^2 dx}{x^6 - 7}$.

2. Интегрирование по частям: $\int \frac{\ln x}{x^4} dx$.

3. Разложение на простейшие: $\int \frac{3x - 15}{(x + 1)(x^2 - 4x + 4)} dx$.

4. Интегрирование рациональных функций, содержащих $\sin x, \cos x$: $\int \frac{dx}{3 \sin x + 2}$.

5. Найти площадь фигуры, расположенной внутри кривых $r = 1 + \cos \varphi$, $r = \sqrt{3} \sin \varphi$.

6. Интеграл, содержащий иррациональность, вида: $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{2 + \sqrt[3]{x^2}} dx$.

7. Интеграл, содержащий иррациональность, вида: $\int \frac{3x + 5}{\sqrt{7 - 4x - 4x^2}} dx$.

8. Интегрирование тригонометрических функций: $\int \frac{(\cos 2x)^3}{(\sin 2x)^7} dx$.

9. Найти дуги кривой $y = \frac{3}{\pi} \ln \cos \frac{\pi x}{3} + 3\pi$ на отрезке $[0; 1/2]$.

10. Площадь поверхности вращения. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX кривой $y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi/2$.

11. Объем поверхности вращения. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OY участка кривой $y = \operatorname{arctg}(x)$, ограниченного прямыми $y = 0$ и $y = \pi/4$.

12. Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

$$x\sqrt{5 + y^2} dx + y\sqrt{4 + x^2} dy = 0.$$

13. Однородное дифференциальное уравнение:

$$2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8.$$

14. Уравнение Бернулли (линейное). Найти частное решение:

$$y' - \frac{y}{x} = x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

15. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y''' - 13y'' + 12y' = x.$$

16. Вычислить значение производной сложной функции $u = u(x, y)$, где $x = x(t)$, $y = y(t)$, а также найти значение при $t = t_0$ с точностью до двух знаков после запятой.

$$u = \sqrt{x + y + 3}, \quad x = \ln t, \quad y = t^2, \quad t_0 = 1.$$

17. Найти вторые частные производные указанных функций. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

$$z = \cos(x^2 y^2 - 5)$$

18. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u .

$$x^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} = 0, \quad u = x e^{y/x}$$

19. Найти частные производные первого порядка, если $u = \ln(\sin(x^2 y^2 - z^2))$.

20. Найти полный дифференциал, если $u = \frac{xy}{x^2 + y^2}$.

21. Найти u''_{xx} , если $u = \sqrt{xyz}$.

22. Исследовать на экстремум функцию $z = (x-1)^2 + 2y^2$.