

## Программа по теории рубежного контроля

по модулю №2 «дифференциальные уравнения», ИБМ, 2013 г.

**Знать:** определения, свойства, формулировки теорем,

описания методов решения, примеры. Вопросы с доказательством помечены буквой Д

1. Дифференциальное уравнение (ДУ) первого порядка, его решения (частные и общее). Частный и общий интегралы дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши и ее геометрическая интерпретация. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка. Геометрический смысл дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$ .
2. Подробно описать следующие классы ДУ первого порядка и методы их решения: (а) с разделяющимися переменными; (б) с однородной правой частью; (в) линейные; (г) типа Бернулли. Описать по два способа решения ДУ последних двух типов.
3. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, частные и общие решения. Задача Коши, ее геометрическая интерпретация. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для ДУ 2-го порядка.
4. Подробно описать методы решения ДУ второго порядка, а именно, вида: (а)  $y'' = f(x)$ ; (б)  $F(x, y', y'') = 0$ ; (в)  $F(y, y', y'') = 0$ ; и (г) с использованием формул для  $(y^n \cdot y')'$ ,  $\left(\frac{y'}{y}\right)'$  и т.п. Привести примеры.
5. Линейное дифференциальное уравнение (ЛДУ) второго порядка, однородное и неоднородное, задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для ЛДУ 2-го порядка. Свойства решений ЛДУ 2-го порядка: (а) однородного (Д) (б) неоднородного (Д) Пространство решений однородного ЛДУ 2-го порядка, теорема о его размерности (Д). Структура общего решения однородного ЛДУ 2-го порядка (Д), фундаментальная система решений (ФСР). Структура общего решения неоднородного ЛДУ (Д). Принцип наложения частных решений неоднородного линейного ДУ (Д).
6. Определение (а) линейно зависимых и (б) линейно независимых систем функций на промежутке. Примеры. Определитель Вронского. Теоремы: (а) о вронскиане линейно зависимых функций и её следствие (Д); (б) о вронскиане частных решениях однородного линейного ДУ, вронскиан которых равен нулю в некоторой точке и её следствие (Д).
7. Формула Остроградского – Лиувилля (дифференциальное уравнение для вронскиана частных решений однородного ЛДУ 2-го порядка) и ее следствия: (а) явная формула для этого вронскиана); (б) условие тождественного равенства нулю вронскиана частных решений; (в) нахождение второго частного решения однородного ЛДУ второго порядка, независимого от первого известного частного решения этого ДУ (все -Д).
8. Однородное линейное ДУ с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Условие, при котором функция  $y = e^{\lambda x}$  является частным решением этого ДУ (Д). Корень многочлена и его кратность. Построение ФСР и общего решения однородного ЛДУ с постоянными коэффициентами второго порядка (Д).
9. Подробно описать метод Лагранжа вариации произвольных постоянных для неоднородного ЛДУ второго порядка. Метод вариации постоянной для линейного ДУ первого порядка (Д)
10. Подробно описать метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения неоднородного ЛДУ второго порядка (с какими коэффициентами в левой части?) для правой части специального вида: (а) первого типа; (б) второго типа. Описать: (1°) как составлять вид этого частного решения с неопределенными коэффициентами; (2°) как находить неопределенные коэффициенты.