Задачи к семинарам по линейной алгебре для групп ИБМ4–21, 4–22

весенний семестр

Олег Кравченко, ассистент каф. ФН–1, 12 февраля 2012 г.

Занятие 2

В задачах 1—6 выяснить, образуют ли подпространство следующие множества элементов S в указанных пространствах.
В задачах 7—9 определить размерность и найти какой–нибудь базис для подпространства S.

Задача 1. В V, где S состоит из всех единичных геометрических векторов.

Задача 2. В $\mathbf{R}^4$, где S состоит из всех $\boldsymbol{a} = (a_1, \ldots, a_4) \in \mathbf{R}^4$ таких, что $a_1 = 0$.

Задача 3. В $\mathbf{R}^5$, где $S = \{\boldsymbol{a}(a_1, \ldots, a_5) | a_1 + \ldots + a_5 = 1\}$.

Задача 4. В пространстве $C_{\mathbf{R}}$, где S состоит из всех непрерывных функций, для которых $f(x_0) > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Задача 5. В пространстве $C^1_{[a,b]}$, где S состоит из всех дифференцируемых функций $y(x)$ таких, что $y(x_0) = y'(x_0) = 0$, $\forall x \in (a, b)$.

Задача 6. В пространстве последовательностей $\mathbf{R}^\infty$, где S состоит из всех сходящихся последовательностей.

Задача 7. S есть линейная оболочка арифметических векторов $a_1 = (2, 1, -1, 3, -2)$, $a_2 = (1, 3, 0, 2, 1)$, $a_3 = (1, -2, -2, 1, -3)$.

Задача 8. S есть линейная оболочка многочленов $p_1(x) = x^2 + x + 1$, $p_2(x) = 2x - 1$, $p_3(x) = 2x^2 - 3$.

Задача 9. S задано системой однородных уравнений в $\mathbb{R}^n$, $\quad n = 4$:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 &= 0, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 &= 0. \end{cases}$$

Домашнее задание к занятию 2

В задачах 10—15 выяснить, образуют ли подпространство следующие множества элементов S в указанных пространствах.
В задачах 16—18 определить размерность и найти какой–нибудь базис для подпространства S.

Задача 10. В V, где S состоит из всех векторов, ортогональных данному вектору $\boldsymbol{a}_0$.

Задача 11. В $\mathbf{R}^4$, где S состоит из всех $\boldsymbol{a} = (a_1, \ldots, a_4) \in \mathbf{R}^4$ таких, что $a_1 > 0$.

Задача 12. В $\mathbf{R}^3$, где $S = \{\boldsymbol{a}(a_1, a_2, a_3) | a_1 - 2a_2 + 5a_3 = 0\}$.

Задача 13. В пространстве $C_{[a,b]}$, где S состоит из всех функций, удовлетворяющих условиям теоремы Ролля на отрезке $[a, b]$.

Задача 14. В пространстве $C^1_{[a,b]}$, где S состоит из всех дифференцируемых функций $y(x) \in C^1_{[a,b]}$, таких, что $py(a) + qy'(b) = 0$, где p и q — заданные числа.

Задача 15. В пространстве последовательностей $\mathbf{R}^\infty$, где S состоит из всех неограниченных последовательностей.

Задача 16. S есть линейная оболочка арифметических векторов $a_1 = (1, 2, 1, 3)$, $a_2 = (3, -1, 1, 2)$, $a_3 = (2, -3, 0, 1)$, $a_4 = (4, 1, 0, 3)$.

Задача 17. S есть линейная оболочка многочленов $p_1(x) = (x-1)^3$, $p_2(x) = (x+1)^3$, $p_3(x) = 3x^2+1$, $p_4(x) = x^3+3x$.

Задача 18. S задано системой однородных уравнений в $\mathbb{R}^n$, $\quad n = 5$:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 & = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 & = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + 3x_5 & = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 & = 0. \end{cases}$$