

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 0.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 5; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -1; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-5; -3; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-9; 6; 6)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(3; -1; 1)$ ,  $\mathbf{b}(1; 6; 5)$ ,  $\mathbf{c}(-6; 6; 1)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , построенного на векторах  $\overline{AB}(-2; -2; -3)$  и  $\overline{AC}(1; 3; 4)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .

7. Лежат ли точки  $A(1; 5; 9)$ ,  $B(4; 1; 10)$ ,  $C(8; -4; 11)$ ,  $D(-6; 13; 8)$  в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , его высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(6; 4; -1)$ ,  $B(7; 0; -1)$ ,  $D(4; 3; -4)$ ,  $A_1(11; -3; 4)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -3x + 4y + 8z = 3$  и  $\beta : -y - z - 7 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(2; -5; 4)$ ,  $B(3; -7; 3)$ ,  $C(1; -8; 6)$ ,  $S(4; -1; -7)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-8; 6; 3)$  перпендикулярно плоскостям  $x + 2y - 3z = -6$  и  $-x - y + 4z = 5$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(8; 0; 7)$ ,  $B(7; 3; 11)$ ,  $C(6; 5; 14)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - y + 13 = 0 \\ x - 3y - z + 25 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-4; -15; -14)$  относительно плоскости  $2x + 5y + 7z = 14$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{5}$  и плоскостью  $\pi : 2x - y + z + 9 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 1.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BC$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(4; 0; 1)$ ,  $\mathbf{b}(6; -1; 2)$ ,  $\mathbf{c}(-5; 2; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(5; -1; 1)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-5; 3; -4)$ ,  $\mathbf{b}(-7; 4; -7)$ ,  $\mathbf{c}(4; -2; 3)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 8; 7)$ ,  $B(1; 10; 8)$ ,  $C(3; 9; 8)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-3; -2; 6)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -2; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -1; 1)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , его высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(-8; -8; 3)$ ,  $B(-8; -11; 5)$ ,  $D(-5; -14; 10)$ ,  $A_1(-6; -10; 6)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha: -8x + y - z = -3$  и  $\beta: -x - y + 6 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(4; 9; -6)$ ,  $B(6; 6; -7)$ ,  $C(7; 5; -9)$ ,  $S(3; 6; 4)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-8; 10; -1)$  перпендикулярно плоскостям  $-x + 2y + 3z + 4 = 0$  и  $2x + y + 2z - 6 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(8; 0; 9)$ ,  $B(7; -5; 5)$ ,  $C(9; 4; 12)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 2y - 3z - 16 = 0 \\ -x + 3y - 4z - 18 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(26; -9; -4)$  на плоскость  $-10x + 5y - z = 77$ .

15. Найти угол между прямой  $l: \frac{x+6}{5} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+4}{-1}$  и плоскостью  $\pi: x + 2y + z - 10 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 2.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DC$ , а  $M$  делит ребро  $AA_1$  в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; -3; -2)$ ,  $\mathbf{b}(1; 1; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -3; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(2; 2; 3)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -7\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; -2; -2)$ ,  $\mathbf{b}(4; -4; -3)$ ,  $\mathbf{c}(3; 8; 5)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(7; 4; 8)$ ,  $B(4; 6; 9)$ ,  $C(11; 1; 4)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-1; -3; -4)$ ,  $\mathbf{b}(4; 5; 9)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -1; -2)$ ?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , ее высоту, опущенную из вершины  $A_4$  на грань  $A_1 A_2 A_3$  и площадь грани  $A_1 A_2 A_3$ .  $A_1(0; -9; -9)$ ,  $A_2(3; -16; -16)$ ,  $A_3(1; -11; -12)$ ,  $A_4(4; -13; -14)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha: -6x + 6y - z = 3$  и  $\beta: x - z + 6 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(2; 5; -3)$ ,  $B(4; 6; -4)$ ,  $C(-5; 4; -1)$ ,  $S(1; -5; 3)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-3; 6; 5)$  перпендикулярно плоскостям  $2x + y - 3z = 4$  и  $3x + 2y - 2z = -2$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(8; 5; 8)$ ,  $B(9; 7; 11)$ ,  $C(7; 4; 7)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 7y + 29 = 0 \\ x + 5y - z - 17 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-3; -6; 1)$  относительно плоскости  $3y - z = 6$ .

15. Найти угол между прямой  $l: \frac{x-1}{3} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+5}{3}$  и плоскостью  $\pi: x + y + z = 1$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 3.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 3 к 1.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; -2; -3)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(3; -2; -5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(7; -5; -4)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(2; -1; -4)$ ,  $\mathbf{b}(7; -3; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 3; 7)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(8; 3; 0)$ ,  $B(10; 6; -3)$ ,  $C(11; 8; -8)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(8; 7; 4)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-9; -2; -1)$ ?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , ее высоту, опущенную из вершины  $A_4$  на грань  $A_1 A_2 A_3$  и площадь грани  $A_1 A_2 A_3$ .  $A_1(8; 9; -4)$ ,  $A_2(7; 13; 3)$ ,  $A_3(15; 11; -8)$ ,  $A_4(12; 10; -6)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 2x - y + z = 12$  и  $\beta : 4y + z - 15 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-3; -2; 0)$ ,  $B(6; -1; 0)$ ,  $C(-11; -3; 1)$ ,  $S(7; -4; -6)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-9; -10; -2)$  перпендикулярно плоскостям  $x - y - 4z = 7$  и  $-x + 2y + 3z - 5 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(8; 2; 1)$ ,  $B(3; 1; 5)$ ,  $C(-1; 0; 8)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x - 3y - 2 = 0 \\ x + y + z + 6 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(17; -18; 4)$  на плоскость  $2x - 5y + 2z = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$  и плоскостью  $\pi : -x + y - z + 5 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 4.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(2; 1; 2)$ ,  $\mathbf{b}(3; 0; 2)$ ,  $\mathbf{c}(-4; 3; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-6; -2; -7)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 3\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(-1; 6; -2)$ ,  $\mathbf{b}(21; -8; -6)$ ,  $\mathbf{c}(-6; 3; 2)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(4; 1; 0)$ ,  $B(3; 4; -2)$ ,  $C(6; -7; 3)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(2; 1; -2)$ ,  $\mathbf{b}(0; -4; -9)$ ,  $\mathbf{c}(7; 4; -7)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , его высоту, опущенную из вершины  $B_1$  на грань  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$ .  $A_1(1; -8; 5)$ ,  $A_2(-4; -11; -1)$ ,  $A_4(-2; -8; 4)$ ,  $B_1(-3; -12; -2)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -4x + 7y + 2z = -14$  и  $\beta : x - z + 14 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-4; 2; 8)$ ,  $B(-3; 9; 8)$ ,  $C(-2; 10; 9)$ ,  $S(0; -1; -4)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-10; 8; -5)$  перпендикулярно плоскостям  $-x + y = 4$  и  $2x + 3y + z = -4$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(0; 3; 9)$ ,  $B(3; 1; 1)$ ,  $C(-1; 4; 12)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 5y + 2z + 13 = 0 \\ x - 7y - 3z - 20 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(-1; -1; -27)$  на плоскость  $2x - y + 6z + 40 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+2}{-5} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+4}{3}$  и плоскостью  $\pi : -x + y + z = -4$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 5.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 D_1$ , а  $M$  делит ребро  $AB$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 2; 0)$ ,  $\mathbf{b}(3; -3; -1)$ ,  $\mathbf{c}(3; -2; -2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; 7; 3)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -6\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + 3\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(4; -3; -2)$ ,  $\mathbf{b}(3; -2; -2)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 2; 1)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(3; 5; 7)$ ,  $B(5; -2; 6)$ ,  $C(4; 3; 7)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-7; 2; 9)$ ,  $\mathbf{b}(5; -1; -6)$ ,  $\mathbf{c}(1; 0; -1)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , его высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(1; 8; 7)$ ,  $B(3; 5; 15)$ ,  $D(3; 4; 10)$ ,  $A_1(2; 6; 11)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x + 5y - 7z = 10$  и  $\beta : -x + y + 14 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-1; 9; 6)$ ,  $B(-7; 10; 3)$ ,  $C(-8; 11; 1)$ ,  $S(3; 8; -3)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(0; -9; -2)$  перпендикулярно плоскостям  $4x + y + 5 = 0$  и  $-5x - y - z = 7$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(9; 4; 8)$ ,  $B(6; 2; 15)$ ,  $C(11; 5; 4)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -4x + 2y + z - 13 = 0 \\ 3x + y + z + 22 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(0; -7; 4)$  относительно плоскости  $-7y + z = 28$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z-7}{-2}$  и плоскостью  $\pi : -2x + y + z + 5 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 6.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AA_1$ , а  $M$  делит ребро  $DC$  в отношении 2 к 1.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-6; -1; 6)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 3; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-5; 0; 4)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-9; 1; 8)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(1; -2; 2)$ ,  $\mathbf{b}(1; 1; -4)$ ,  $\mathbf{c}(1; -3; 3)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 0; 4)$ ,  $B(10; -3; 9)$ ,  $C(8; 4; 0)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(3; -1; 4)$ ,  $\mathbf{b}(4; -1; 5)$ ,  $\mathbf{c}(5; -2; 7)$ ?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , ее высоту, опущенную из вершины  $A_4$  на грань  $A_1 A_2 A_3$  и площадь грани  $A_1 A_2 A_3$ .  $A_1(-9; -7; 8)$ ,  $A_2(-11; -4; 8)$ ,  $A_3(-16; 3; 9)$ ,  $A_4(-10; -13; 5)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x - 6y + 4z = 8$  и  $\beta : y + z - 5 = 0$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-7; -6; 8)$ ,  $B(-6; -7; 8)$ ,  $C(-3; -8; 7)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(5; 4; 4)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(1; 1; -3)$  перпендикулярно плоскостям  $3x + y + z - 5 = 0$  и  $5x - y - 4 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(9; 0; 6)$ ,  $B(10; 1; 5)$ ,  $C(7; -1; 9)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + 2y + z - 6 = 0 \\ -2x + y + z - 9 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(9; -2; -14)$  на плоскость  $9x - 3y - 5z + 73 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-3}{-2} = \frac{y+7}{1} = \frac{z+2}{-3}$  и плоскостью  $\pi : -x + 2y + 3z = -12$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 7.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $B_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AB$  в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -1; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 2; -3)$ ,  $\mathbf{c}(1; -1; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(1; -5; 7)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; -3; 6)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-2; 2; -9)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(5; 3; 2)$ ,  $B(7; -3; 1)$ ,  $C(6; -4; 2)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(4; -1; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-9; 2; -4)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 2; 2)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , его высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(8; -6; 1)$ ,  $B(10; -9; -2)$ ,  $D(9; -8; -1)$ ,  $A_1(17; -8; -6)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -7x - y + 6z = 7$  и  $\beta : -x + y - 1 = 0$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(3; -2; 1)$ ,  $B(1; 1; 7)$ ,  $C(2; -1; 2)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(-2; -5; 1)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-6; 7; 7)$  перпендикулярно плоскостям  $3x - 2y + 7z = -2$  и  $-x + y - 3z + 3 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(4; 1; 2)$ ,  $B(5; -1; 5)$ ,  $C(6; -2; 6)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x + y - z - 3 = 0 \\ -3x - y + 4z + 2 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(-2; -22; -9)$  на плоскость  $-x - 5y - 6z + 20 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{4} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+4}{-1}$  и плоскостью  $\pi : -2x - y - z = 8$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 8.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $D_1 C_1$  в отношении 3 к 1.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(1; 0; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -5; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -3; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-6; -5; -5)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 6\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 6\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-2; 5; -4)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 1; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -6; 3)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(3; 9; 3)$ ,  $B(2; 11; 6)$ ,  $C(4; 8; -1)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(2; -5; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 5; -3)$ ,  $\mathbf{c}(1; -2; 0)$ ?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , ее высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $A_2 A_3 A_4$  и площадь грани  $A_2 A_3 A_4$ .  $A_1(8; 11; 12)$ ,  $A_2(6; 1; 5)$ ,  $A_3(5; 3; 8)$ ,  $A_4(4; 4; 9)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x + 2y + 6 = 0$  и  $\beta : 2x - 5y - 2z = -1$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-2; -9; 10)$ ,  $B(-3; -7; 11)$ ,  $C(-5; -6; 12)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(6; 1; -4)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(4; -1; -4)$  перпендикулярно плоскостям  $6x - y + z - 7 = 0$  и  $5x - 2y + z + 3 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(7; 3; 8)$ ,  $B(9; 6; 3)$ ,  $C(4; -1; 15)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ -2x - 9y + z - 11 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(-4; 16; -11)$  на плоскость  $x - 4y + 3z + 23 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-6}{5} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+3}{4}$  и плоскостью  $\pi : -x + y + z = -2$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 9.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $CC_1$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 2 к 1.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 2; -3)$ ,  $\mathbf{b}(2; -3; 4)$ ,  $\mathbf{c}(-2; 4; -5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-2; 1; -3)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-3; 7; -6)$ ,  $\mathbf{b}(2; -5; 4)$ ,  $\mathbf{c}(9; -19; 17)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , построенного на векторах  $\overline{AB}(-4; 5; -4)$  и  $\overline{AC}(3; -6; 5)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 3$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .

7. Лежат ли точки  $A(5; 5; 2)$ ,  $B(11; -2; 0)$ ,  $C(7; 5; 1)$ ,  $D(12; 4; -1)$  в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , ее высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $A_2 A_3 A_4$  и площадь грани  $A_2 A_3 A_4$ .  $A_1(1; 14; -1)$ ,  $A_2(-1; 7; 2)$ ,  $A_3(0; 17; -2)$ ,  $A_4(-2; 12; 0)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 4x + 3y + z = 13$  и  $\beta : y + 2z - 6 = 0$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1; -9; -3)$ ,  $B(8; -11; -2)$ ,  $C(5; -10; -3)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(6; 3; -7)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(2; 1; -4)$  перпендикулярно плоскостям  $2x + 9y + z = 3$  и  $-x - 4y = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(1; 8; 0)$ ,  $B(-6; 13; 2)$ ,  $C(-2; 10; 1)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y + z - 4 = 0 \\ -x + 2y + 6z - 21 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(-1; -8; -1)$  на плоскость  $-x + 3y + 2z = 31$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-4}{-2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+7}{-1}$  и плоскостью  $\pi : x + 2y + 4z + 8 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 10.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AA_1$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 3 к 1.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 3; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 2; 0)$ ,  $\mathbf{c}(-2; 2; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(5; -6; 5)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(2; -3; -5)$ ,  $\mathbf{b}(8; -9; -13)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 3; 6)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 1; 4)$ ,  $B(1; -1; 6)$ ,  $C(1; 2; 5)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(7; 4; -3)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -1; 3)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -1; 2)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , его высоту, опущенную из вершины  $B_1$  на грань  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$ .  $A_1(-7; 9; 0)$ ,  $A_2(-9; 8; 1)$ ,  $A_4(2; 15; -5)$ ,  $B_1(0; 17; -3)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 3x - 6y + 5z = 2$  и  $\beta : -y + z + 14 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(-10; -10; 7)$ ,  $B(-11; -9; 9)$ ,  $C(-11; -6; 8)$ ,  $S(-6; -6; 1)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(3; 1; 3)$  перпендикулярно плоскостям  $4x + 2y - z + 3 = 0$  и  $-3x + y - 4 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(7; 8; 6)$ ,  $B(12; 4; -3)$ ,  $C(6; 9; 8)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -2x + y - 11 = 0 \\ 3x + y + z + 23 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-18; 3; -19)$  относительно плоскости  $7x - y + 8z - 4 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-5} = \frac{z+7}{-2}$  и плоскостью  $\pi : -2x - y + z - 11 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 11.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; 3; -2)$ ,  $\mathbf{b}(1; 2; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -1; 0)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(6; -3; 3)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(3; 3; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 2; -6)$ ,  $\mathbf{c}(0; 1; 12)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , построенного на векторах  $\overline{AB}(1; -2; -3)$  и  $\overline{AC}(-2; 5; 5)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .

7. Лежат ли точки  $A(4; 5; 1)$ ,  $B(6; 3; 4)$ ,  $C(5; -4; 10)$ ,  $D(5; 2; 5)$  в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , ее высоту, опущенную из вершины  $A_3$  на грань  $A_1 A_2 A_4$  и площадь грани  $A_1 A_2 A_4$ .  $A_1(-4; 9; 8)$ ,  $A_2(-14; 7; 13)$ ,  $A_3(1; 8; 11)$ ,  $A_4(-12; 11; 3)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x - y + 10 = 0$  и  $\beta : x + 4y + 9z = -3$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(9; 4; 6)$ ,  $B(11; 3; 2)$ ,  $C(8; 5; 7)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(-2; -6; 0)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(0; 10; -1)$  перпендикулярно плоскостям  $x - y + 8z + 6 = 0$  и  $-x + 2y - 9z = 5$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(6; 5; 2)$ ,  $B(13; 1; 3)$ ,  $C(8; 4; 2)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 4y - z - 2 = 0 \\ -4x - 5y - 5 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(1; 0; -2)$  относительно плоскости  $x - 5y + 2z - 12 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-4}{-2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-7}{1}$  и плоскостью  $\pi : -3x - 3y + 2z = 1$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 12.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 3 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(0; -4; 3)$ ,  $\mathbf{b}(5; -1; 4)$ ,  $\mathbf{c}(1; -3; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-8; 0; -5)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 5\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; 1; -1)$ ,  $\mathbf{b}(5; 2; -9)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -4; 3)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , построенного на векторах  $\overline{AB}(1; -2; 10)$  и  $\overline{AC}(1; -1; 3)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .

7. Лежат ли точки  $A(2; 2; 7)$ ,  $B(3; 1; 4)$ ,  $C(2; 3; 8)$ ,  $D(0; 7; 16)$  в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , ее высоту, опущенную из вершины  $Q$  на грань  $PRS$  и площадь грани  $PRS$ .  $P(-4; -7; 5)$ ,  $Q(-3; -8; 10)$ ,  $R(-6; -9; -2)$ ,  $S(-6; 0; -5)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 2y + 2z - 9 = 0$  и  $\beta : 2x - 4y - z = 13$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(0; -1; 7)$ ,  $B(3; 1; 10)$ ,  $C(-2; -2; 6)$ ,  $S(6; 4; 0)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-5; -2; 2)$  перпендикулярно плоскостям  $x + 2y = 0$  и  $x + 3y - z - 4 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(9; 6; 6)$ ,  $B(12; 2; 8)$ ,  $C(10; 5; 7)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + z - 2 = 0 \\ -3x + 2y + 4z - 4 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-1; 2; -3)$  относительно плоскости  $x + 5z - 23 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{1}$  и плоскостью  $\pi : 3x + y - z = 1$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 13.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 3 к 1.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-3; -3; -2)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -3; -4)$ ,  $\mathbf{c}(-2; -1; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-5; -4; 3)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .

4. Найти  $\text{pr}_{\mathbf{y}} \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(4; -2; 3)$ ,  $\mathbf{b}(6; 2; -5)$ ,  $\mathbf{c}(1; 4; -3)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(7; 0; 6)$ ,  $B(4; 1; 6)$ ,  $C(6; 3; 7)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(1; 0; -1)$ ,  $\mathbf{b}(0; 1; -1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -1; 2)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , его высоту, опущенную из вершины  $E$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(0; 9; 0)$ ,  $B(1; 0; 9)$ ,  $D(0; 5; 5)$ ,  $E(2; 4; 3)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x - y + 2 = 0$  и  $\beta : 2x + 4y + 8z = 2$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(5; 5; -3)$ ,  $B(4; 6; 0)$ ,  $C(9; 4; -5)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(0; 1; 7)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-4; 10; -7)$  перпендикулярно плоскостям  $-3x + y + 2z - 3 = 0$  и  $-5x + y + 3z - 5 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(8; 3; 8)$ ,  $B(10; 8; 15)$ ,  $C(7; 1; 5)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -5x + y - z + 26 = 0 \\ 3x - y + 2z - 17 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-23; 17; -22)$  относительно плоскости  $8x - 5y + 7z + 78 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+8}{2}$  и плоскостью  $\pi : -3x + 3y + z - 7 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 14.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $AD$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; -3; 0)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -2; -1)$ ,  $\mathbf{c}(1; 1; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(7; -3; 9)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 5\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; 3; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -3; 3)$ ,  $\mathbf{c}(2; 3; 0)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 9; 2)$ ,  $B(6; 8; 2)$ ,  $C(-5; 12; 1)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-1; -4; -6)$ ,  $\mathbf{b}(2; 3; 1)$ ,  $\mathbf{c}(1; 0; -2)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , его высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(3; 5; -6)$ ,  $B(8; 4; -3)$ ,  $D(2; 11; -5)$ ,  $A_1(0; 1; -9)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 2x - 2y + 3z = -14$  и  $\beta : -2x - z - 5 = 0$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(10; -3; -8)$ ,  $B(11; 4; -9)$ ,  $C(11; -4; -8)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(8; -1; -4)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-9; 2; -6)$  перпендикулярно плоскостям  $2x + y - 5z + 1 = 0$  и  $5x + 3y - 8z = 1$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(3; 4; 2)$ ,  $B(0; 0; 0)$ ,  $C(-2; -3; -1)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 2y - 16 = 0 \\ 2x - 5y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(1; 3; -3)$  относительно плоскости  $-3x + 3y - 2z - 1 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$  и плоскостью  $\pi : -x - y + 5z - 14 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 15.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; -3; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -5; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -3; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; -1; 4)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(9; -6; 10)$ ,  $\mathbf{b}(1; -1; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-3; 2; -3)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(2; 6; 6)$ ,  $B(3; 1; 5)$ ,  $C(1; 7; 8)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(2; -1; -3)$ ,  $\mathbf{b}(3; 0; -4)$ ,  $\mathbf{c}(5; 3; -7)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , его высоту, опущенную из вершины  $B_1$  на грань  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$ .  $A_1(-7; -5; -7)$ ,  $A_2(-8; -7; -5)$ ,  $A_4(-9; -3; -8)$ ,  $B_1(-9; -4; -7)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 3x - 3y + 2z = -11$  и  $\beta : -y - 2z - 9 = 0$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-4; -3; -3)$ ,  $B(-3; -2; -3)$ ,  $C(-3; 1; -2)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(0; -3; 7)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-2; -4; 6)$  перпендикулярно плоскостям  $2x + 2y - z = -6$  и  $3x - y + z = 6$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(8; 5; 2)$ ,  $B(10; 4; 2)$ ,  $C(7; 6; 1)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - y + z - 3 = 0 \\ 6x - 2y + z - 11 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-13; 27; -18)$  относительно плоскости  $-4x + 9y - 7z = 56$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-8}{3} = \frac{y+7}{1} = \frac{z}{1}$  и плоскостью  $\pi : -3x + 2y - z = -8$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 16.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AB$ , а  $M$  делит ребро  $CC_1$  в отношении 2 к 1.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(2; -1; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-5; 5; 1)$ ,  $\mathbf{c}(1; -2; -3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(1; 0; 3)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} + 5\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-2; -3; 2)$ ,  $\mathbf{b}(1; 4; -2)$ ,  $\mathbf{c}(0; -3; 1)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(8; 4; 5)$ ,  $B(14; 5; 4)$ ,  $C(7; 5; 5)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 2\mathbf{m} + 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-1; 3; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(0; -1; -1)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , его высоту, опущенную из вершины  $E$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(-7; 3; 2)$ ,  $B(-9; 0; 1)$ ,  $D(-3; 8; 2)$ ,  $E(0; 10; 0)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : y + 2z - 3 = 0$  и  $\beta : -4x - y + z = 12$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(2; 0; -2)$ ,  $B(3; 8; -3)$ ,  $C(1; -7; 0)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(8; -3; 1)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-2; 4; 7)$  перпендикулярно плоскостям  $6x + 3y - z - 7 = 0$  и  $7x + 4y - z = -3$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(6; 1; 6)$ ,  $B(9; -1; 11)$ ,  $C(5; 2; 4)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 2y + 18 = 0 \\ -x - 5y + z + 3 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(-18; 13; 25)$  на плоскость  $-10x + 7y + 10z = 23$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-8}{1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+8}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x - 2y - 7z = 9$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 17.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; -3; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 1; -4)$ ,  $\mathbf{c}(1; -1; 2)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(4; 5; 1)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -5\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + 2\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(10; -4; -3)$ ,  $\mathbf{b}(-5; 3; 2)$ ,  $\mathbf{c}(-5; 4; 3)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(9; 3; 7)$ ,  $B(10; 4; 8)$ ,  $C(12; 4; 9)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(3; -6; 1)$ ,  $\mathbf{b}(5; 5; 2)$ ,  $\mathbf{c}(2; 1; 1)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , его высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(-7; -2; -5)$ ,  $B(-7; -6; -4)$ ,  $D(-1; 2; -2)$ ,  $A_1(-6; 1; -5)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 2x - y - 8 = 0$  и  $\beta : 5x - 3y - z = 6$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(6; -3; -1)$ ,  $B(9; -2; 6)$ ,  $C(8; -2; 5)$ ,  $S(8; 8; 5)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(3; 10; 0)$  перпендикулярно плоскостям  $3x - y = 0$  и  $-x + 3y - z = 7$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(6; 1; 6)$ ,  $B(-4; -2; -1)$ ,  $C(13; 3; 11)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x - 3y - z - 3 = 0 \\ 4x + 7y + 3z - 8 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(-12; -33; -30)$  на плоскость  $2x + 7y + 6z + 79 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+4}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{z+5}{-2}$  и плоскостью  $\pi : -2x - 2y + 3z + 11 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 18.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $BB_1$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-4; -1; -3)$ ,  $\mathbf{b}(5; 2; 6)$ ,  $\mathbf{c}(5; 1; 5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-4; -3; -5)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{2}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; 2; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(14; -9; 3)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , построенного на векторах  $\overline{AB}(1; 9; 2)$  и  $\overline{AC}(-1; -2; -1)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

7. Лежат ли точки  $A(1; 9; 6)$ ,  $B(0; 7; 3)$ ,  $C(-4; 10; 8)$ ,  $D(10; 11; 9)$  в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , его высоту, опущенную из вершины  $E$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(3; 4; 1)$ ,  $B(6; 3; -3)$ ,  $D(9; 2; -8)$ ,  $E(10; 1; -2)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x - z - 6 = 0$  и  $\beta : 7x + 3y - 2z = 13$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1; -5; -5)$ ,  $B(-2; -7; -4)$ ,  $C(-1; -4; -6)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(7; 0; -1)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(5; 10; -7)$  перпендикулярно плоскостям  $-3x + y - 2z = -3$  и  $-4x + y - z = 6$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(6; 4; 3)$ ,  $B(5; 5; 6)$ ,  $C(3; 6; 11)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - y - 19 = 0 \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(15; -27; 4)$  относительно плоскости  $-6x + 9y - z + 42 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-7}{-1} = \frac{y+7}{-3} = \frac{z-5}{3}$  и плоскостью  $\pi : 2x + y - z = 10$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 19.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AA_1$ , а  $M$  делит ребро  $DC$  в отношении 3 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(3; 1; -2)$ ,  $\mathbf{b}(-3; -5; 2)$ ,  $\mathbf{c}(1; 3; -1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(7; -3; -5)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = 3\mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(1; 1; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-6; -2; 7)$ ,  $\mathbf{c}(16; 10; -21)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , построенного на векторах  $\overline{AB}(-1; 2; -5)$  и  $\overline{AC}(-1; 1; -1)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 3$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

7. Лежат ли точки  $A(1; 1; 6)$ ,  $B(2; 3; 7)$ ,  $C(4; 7; 10)$ ,  $D(-3; -8; 1)$  в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , его высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(-9; 8; 3)$ ,  $B(-19; 13; 2)$ ,  $D(-5; 1; 6)$ ,  $A_1(-8; 6; 4)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : x + y + z = 14$  и  $\beta : 4x + 5y + 10 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(6; -5; -6)$ ,  $B(5; -8; -8)$ ,  $C(8; 0; -5)$ ,  $S(4; 4; -5)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-8; -6; -9)$  перпендикулярно плоскостям  $x + 2y - z = -6$  и  $-4x + y - 2 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(9; 1; 5)$ ,  $B(0; 3; 12)$ ,  $C(13; 0; 2)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x - 3y - z - 10 = 0 \\ x - 10y - 12 = 0 \end{cases}.$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(2; -2; 4)$  относительно плоскости  $-x - 2y + z - 3 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+4}{-1} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-8}{-2}$  и плоскостью  $\pi : -3x - 2y + 3z = -1$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 20.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-2; -3; -3)$ ,  $\mathbf{b}(1; 2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(-1; -2; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(5; 8; 9)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} - 5\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} + 5\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{5\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-1; 4; 4)$ ,  $\mathbf{b}(2; -7; -7)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -6; -10)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(8; 3; 5)$ ,  $B(18; 6; 7)$ ,  $C(1; 1; 4)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{3}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-8; 1; 5)$ ,  $\mathbf{b}(9; 2; -3)$ ,  $\mathbf{c}(6; 1; -2)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $A_1 A_2 A_3 A_4 B_1 B_2 B_3 B_4$ , его высоту, опущенную из вершины  $B_1$  на грань  $A_1 A_2 A_3 A_4$  и площадь грани  $A_1 A_2 A_3 A_4$ .  $A_1(5; 3; 9)$ ,  $A_2(5; 0; 2)$ ,  $A_4(7; 2; 4)$ ,  $B_1(4; 4; 13)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 5x + 3y + z = -11$  и  $\beta : -y - 2z - 1 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(0; 3; -1)$ ,  $B(2; 4; 1)$ ,  $C(-3; 2; -2)$ ,  $S(-4; 3; -7)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-3; -5; -9)$  перпендикулярно плоскостям  $2x + 2y + z = -3$  и  $-x + 3y + 5 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(9; 2; 7)$ ,  $B(10; -1; 5)$ ,  $C(8; 6; 10)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} -x + y + 3 = 0 \\ x - 4y - z - 14 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(20; -13; -10)$  на плоскость  $3x - 2y - 5z = -16$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{1}$  и плоскостью  $\pi : -2x + 7y - 3z = 9$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 21.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $A_1 B_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(1; -5; 2)$ ,  $\mathbf{b}(-2; -1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(1; 3; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(3; 4; 3)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 4\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = \mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{b}$  и  $\mathbf{y} = 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(-3; 1; 0)$ ,  $\mathbf{b}(-4; 1; -2)$ ,  $\mathbf{c}(3; -1; 1)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(7; 3; 8)$ ,  $B(6; 12; 9)$ ,  $C(6; 4; 8)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 3\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 4\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-5; 4; 6)$ ,  $\mathbf{b}(3; -1; -3)$ ,  $\mathbf{c}(-1; 2; 2)$ ?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , ее высоту, опущенную из вершины  $A_2$  на грань  $A_1 A_3 A_4$  и площадь грани  $A_1 A_3 A_4$ .  $A_1(-8; 8; -6)$ ,  $A_2(-8; 3; -5)$ ,  $A_3(-7; 4; -5)$ ,  $A_4(-10; 13; -8)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x - 2y + 3z = -5$  и  $\beta : -x + y - 7 = 0$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-4; 3; 6)$ ,  $B(-1; 9; 4)$ ,  $C(-5; 4; 7)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(5; 3; 0)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(2; 4; 2)$  перпендикулярно плоскостям  $x - 4y + z = 6$  и  $x - y + 2z = -4$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(0; 4; 4)$ ,  $B(-3; 11; 5)$ ,  $C(2; -1; 3)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 3x + 5y - z - 29 = 0 \\ -2x - 3y + z + 21 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(7; 5; -22)$  на плоскость  $x + y + 9z = 63$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+3}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-1}$  и плоскостью  $\pi : 2x + 3y - 4z - 8 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 22.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AA_1$ , а  $M$  делит ребро  $BC$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-4; -5; -5)$ ,  $\mathbf{b}(0; -1; -4)$ ,  $\mathbf{c}(-3; -4; -4)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(2; 4; 7)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + 2\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = \sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(-3; 3; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 1; -1)$ ,  $\mathbf{c}(3; -3; 2)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , построенного на векторах  $\overline{AB}(1; 5; 2)$  и  $\overline{AC}(-3; -8; -3)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 5$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

7. Лежат ли точки  $A(4; 8; 5)$ ,  $B(1; 12; 8)$ ,  $C(7; 9; 6)$ ,  $D(5; 6; 3)$  в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $P, Q, R, S$ , ее высоту, опущенную из вершины  $S$  на грань  $PQR$  и площадь грани  $PQR$ .  $P(0; -4; -2)$ ,  $Q(-4; -1; -3)$ ,  $R(1; 1; 0)$ ,  $S(1; -1; -1)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 5x - 4y + 7z = -14$  и  $\beta : y - z - 13 = 0$ .

10. Задана пирамида  $SABC$  координатами вершин  $A(1; -8; 8)$ ,  $B(0; -7; 9)$ ,  $C(4; -6; 11)$ ,  $S(-2; 5; -2)$ :

а) составить уравнение плоскости  $\triangle ABC$ ,

б) найти расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $\triangle ABC$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-7; -2; 0)$  перпендикулярно плоскостям  $x - 2y + z = 0$  и  $-x - 7y + 3 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(7; 0; 6)$ ,  $B(8; -1; 3)$ ,  $C(5; 3; 14)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 3y + z + 16 = 0 \\ -x - y + z + 7 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-2; -16; -11)$  относительно плоскости  $3x + 9y + 8z + 7 = 0$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x+7}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{1}$  и плоскостью  $\pi : -3x - 3y + 4z + 5 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 23.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $DC$ , а  $M$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-4; 5; -2)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 4; -4)$ ,  $\mathbf{c}(1; -2; 1)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; 8; -6)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = -2\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = 3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 2\sqrt{3}$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b} + \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{a}(2; -7; -1)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 1; 4)$ ,  $\mathbf{c}(6; 4; -3)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , где  $A(1; 9; 9)$ ,  $B(-3; 8; 10)$ ,  $C(-2; 8; 9)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 1$ ,  $|\mathbf{n}| = 4$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{4}$ .

7. Компланарны ли векторы  $\mathbf{a}(-1; 0; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-1; -4; -3)$ ,  $\mathbf{c}(6; 5; -1)$ ?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , его высоту, опущенную из вершины  $E$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(6; 6; 2)$ ,  $B(11; 4; -3)$ ,  $D(0; 9; 4)$ ,  $E(4; 7; 4)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -x + y + z = -10$  и  $\beta : x + 7z - 6 = 0$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-9; 3; -1)$ ,  $B(-8; 4; -3)$ ,  $C(-8; 5; -10)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(4; -2; 8)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(0; 3; 10)$  перпендикулярно плоскостям  $6x - y - 4 = 0$  и  $7x - y - z = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(5; 8; 0)$ ,  $B(7; 9; -1)$ ,  $C(10; 11; -2)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} x + 2y + 17 = 0 \\ -x + 5y + z + 6 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(-9; 21; 2)$  на плоскость  $7x - 9y - 3z = 20$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+7}{1}$  и плоскостью  $\pi : -x - 4y + 4z - 3 = 0$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 24.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $BC$ , а  $M$  делит ребро  $DD_1$  в отношении 1 к 2.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(-1; 2; -2)$ ,  $\mathbf{b}(-2; 3; -3)$ ,  $\mathbf{c}(1; -1; 3)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(3; -5; 5)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = \mathbf{m} - 6\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 2$ ,  $|\mathbf{n}| = 1$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{a} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{b}$ , где  $\mathbf{a}(2; 1; 5)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 6; 5)$ ,  $\mathbf{c}(2; 2; -5)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , построенного на векторах  $\overline{AB}(-1; -1; 1)$  и  $\overline{AC}(-3; -4; 2)$ .

6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -3\mathbf{m} + \mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -4\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 4$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{3\pi}{4}$ .

7. Лежат ли точки  $A(6; 7; 7)$ ,  $B(6; 6; 9)$ ,  $C(7; 8; 4)$ ,  $D(3; 6; 12)$  в одной плоскости?

8. Вычислить объем пирамиды с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , ее высоту, опущенную из вершины  $A_1$  на грань  $A_2 A_3 A_4$  и площадь грани  $A_2 A_3 A_4$ .  $A_1(-3; 9; 9)$ ,  $A_2(-6; 4; 7)$ ,  $A_3(-8; 5; 7)$ ,  $A_4(3; 0; 6)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : -3x - 2y + 2z = 5$  и  $\beta : -x + z + 7 = 0$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-1; 9; 7)$ ,  $B(1; 6; 8)$ ,  $C(-2; 7; 7)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(2; 0; 8)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-6; 2; 6)$  перпендикулярно плоскостям  $x + 3y + z = 7$  и  $3x + 2y + z + 3 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(7; 5; 9)$ ,  $B(6; 6; 7)$ ,  $C(4; 7; 4)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 10x + 3y + 4z + 16 = 0 \\ 3x + y + z + 5 = 0 \end{cases}$$

14. Найти координаты точки  $M_1$ , симметричной точке  $M(-5; 6; -2)$  относительно плоскости  $3x - y = -6$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-2}{2} = \frac{y+7}{-1} = \frac{z-7}{-1}$  и плоскостью  $\pi : x - y + z = 2$ .

Индивидуальное ДЗ по курсу «Аналитическая геометрия» 2015. Группа ИБМ 4-11  
**Вариант 25.**

1. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$   $\overline{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overline{AD} = \mathbf{b}$ ,  $\overline{AA_1} = \mathbf{c}$ . Выразить через  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  вектор  $\mathbf{q} = \overline{KM}$ , где  $K$  – середина ребра  $AD$ , а  $M$  делит ребро  $A_1 B_1$  в отношении 2 к 3.

2. Доказать, что векторы  $\mathbf{a}(2; -1; 0)$ ,  $\mathbf{b}(-3; 2; 1)$ ,  $\mathbf{c}(2; 0; 5)$  образуют базис. Разложить вектор  $\mathbf{d}(-3; 1; -4)$  по этим векторам.

3. Найти косинус угла между векторами  $\mathbf{a} = 9\mathbf{m} - 7\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} + \mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = \sqrt{3}$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{\pi}{6}$ .

4. Найти  $\text{pr}_y \mathbf{x}$ , при  $\mathbf{x} = 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$  и  $\mathbf{y} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{a}(1; 2; 1)$ ,  $\mathbf{b}(-1; 3; 1)$ ,  $\mathbf{c}(0; -7; -2)$ .

5. Найти координаты единичного вектора  $\mathbf{n}_0$ , перпендикулярного плоскости  $\triangle ABC$ , построенного на векторах  $\overline{AB}(7; 1; 1)$  и  $\overline{AC}(-5; -1; 0)$ .

6. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\mathbf{a} = -\mathbf{m} - 4\mathbf{n}$  и  $\mathbf{b} = -\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$  при  $|\mathbf{m}| = 5$ ,  $|\mathbf{n}| = 2$ ,  $(\widehat{\mathbf{m}, \mathbf{n}}) = \frac{2\pi}{3}$ .

7. Лежат ли точки  $A(2; 6; 7)$ ,  $B(2; 5; 5)$ ,  $C(3; 6; 6)$ ,  $D(1; 4; 4)$  в одной плоскости?

8. Вычислить объем параллелепипеда  $ABCDEFGH$ , его высоту, опущенную из вершины  $E$  на грань  $ABCD$  и площадь грани  $ABCD$ .  $A(-7; 0; 3)$ ,  $B(-7; -2; 6)$ ,  $D(-8; -1; 6)$ ,  $E(-4; 4; -7)$ .

9. Найти косинус острого угла между плоскостями  $\alpha : 3x + 8y + 5z = -10$  и  $\beta : -y - z + 13 = 0$ .

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-4; 0; -1)$ ,  $B(-3; -3; -1)$ ,  $C(-3; -4; 0)$ , и найти расстояние от этой плоскости до точки  $S(-5; 0; 1)$ .

11. Составить уравнение плоскости  $\pi$ , проходящей через точку  $M(-2; 1; -6)$  перпендикулярно плоскостям  $-x + 5y + z = 2$  и  $-2x + 6y + z + 5 = 0$ .

12. Составить уравнения сторон  $\triangle ABC$ , заданного координатами вершин  $A(7; 8; 5)$ ,  $B(6; 12; 2)$ ,  $C(8; 3; 9)$ .

13. Привести к каноническому виду общие уравнения прямой

$$\begin{cases} 5x + 7y - 3z - 16 = 0 \\ 7x + 10y - 4z - 21 = 0 \end{cases}$$

14. Найти проекцию точки  $M(-19; 2; 18)$  на плоскость  $3x - y - 3z = -56$ .

15. Найти угол между прямой  $l : \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{7} = \frac{z-3}{1}$  и плоскостью  $\pi : x - y - z - 8 = 0$ .